гравитационное действие этих нейтрино в космическом масштабе оказывается более чувствительным детектором *).

По существу, в цитированных работах осуществлена идея, высказанная еще Эйнштейном (1966): любые формы материи и энергии могут быть обнаружены по их гравитационному действию, независимо от специфических свойств рассматриваемых видов материи.

Выпишем также формулы, относящиеся к будущему модели Вселенной, заполненной нейтрино или квантами (хотя этот случай и не реализуется в действительности).

При $\Omega<1$ будет иметь место неограниченное расширение. При $\Omega>1$ расширение сменится сжатием через время (см. рис. 4)

$$t_m - t_0 = \frac{1}{H_0}\frac{1}{\Omega-1}, \tag{1.7.2}$$

и это сжатие закончится достижением бесконечной плотности через время

$$t'_\infty - t_0 = \frac{1}{H_0}\frac{1}{\sqrt{\Omega-1}}. \tag{1.7.3}$$

§ 8. Начальная стадия при наличии давления

С учетом закона адиабатического сжатия нейтрино и фотонов $\varepsilon \sim V^{-4/3}$, т. е. $\varepsilon = \tilde{k}/R^4$, где $\tilde{k}$ — константа, получим уравнения изменения радиуса шара, содержащего данное количество сохраняющихся частиц:

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{G}{R^2}\frac{4\pi}{3}R^3\frac{1}{c^2}\frac{2\tilde{k}}{R^4}, \tag{1.8.1}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{G}{R}\frac{4\pi}{3}R^3\frac{1}{c^2}\frac{\tilde{k}}{R^4} = \mathrm{const}. \tag{1.8.2}$$

В начале эволюции, вблизи момента t_∞, когда плотность была бесконечна, а $R\to 0$, можно пренебречь константой во втором уравнении. Решение имеет вид

$$R = \sqrt[4]{\frac{32\pi}{3}\frac{G\tilde{k}}{c^2}}\sqrt{(t-t_\infty)}, \qquad \varepsilon = \frac{3c^2}{32\pi G(t-t_\infty)^2},$$

$$\rho = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{3}{32\pi G(t-t_\infty)^2} = \frac{4{,}5\cdot 10^5}{(t-t_\infty)^2}. \tag{1.8.3}$$

*) Можно указать еще более чувствительный детектор. В гл. 7 будет показано, что влияние тяготения частиц с нулевой массой покоя на расширение Вселенной в первые секунды сильно меняет реакции синтеза химических элементов. Это влияние при некоторых естественных предположениях (хотя и не столь бесспорных, как аргументы в тексте) после сравнения с наблюдениями приводит к еще гораздо более жесткому ограничению: $\rho_{m=0} < 10^{-32}$ *г/см³* на сегодняшний день (подробнее см. гл. 7).

Выражение плотности отличается только численным множителем ($\sim 0{,}5$) от выражения плотности в случае $P=0$. При этом, однако, плотность сохраняющихся частиц

$$n=\frac{\mathrm{const}}{R^3}=\mathrm{const}\cdot(t-t_\infty)^{-3/2}. \tag{1.8.4}$$

В отличие от численного множителя в (1.8.3), постоянная в (1.8.4) не определяется фундаментальными константами, а является свободным параметром, характеризующим энтропию Вселенной (см. об этом раздел III).

При $t-t_\infty$, стремящемся к нулю, n растет слабее, чем ρ, отношение $n/\rho\to 0$.

Заметим, что плотность нейтрино и квантов, т. е. число частиц в единице объема, в этом решении также $\sim R^3\sim(t-t_\infty)^{-3/2}$. Но температура и средняя энергия одного кванта и средняя энергия одного нейтрино пропорциональны $1/\sqrt{t-t_\infty}$. Отсюда и получается, что массовая плотность (*г/см*^{3}), пропорциональная произведению числа частиц в единице объема на энергию одной частицы, пропорциональна

$$(t-t_\infty)^{-3/2}(t-t_\infty)^{-1/2}=(t-t_\infty)^{-2}.$$

Рассмотрим, наконец, случай холодного нуклонного газа в предположении предельно жесткого уравнения состояния, т. е. сильного отталкивания нуклонов *). В этом случае

$$P=\varepsilon=\rho c^2=An^2, \tag{1.8.5}$$

где n — концентрация нуклонов (1/*см*^{3}). Для оценки константы можно предположить, что зависящая от взаимодействия плотность сравнивается с плотностью массы покоя $\rho_0=nm_0$ (m_0 — масса нуклона) при ρ_0 порядка $100\rho_{\text{яд}}$, т. е. при $\rho=10^{16}$ *г/см*^{3}:

$$\rho=nm_0=\frac{An^2}{c^2}=10^{16}\ г/см^3, \tag{1.8.6}$$

откуда $n\approx 10^{40}$ *см*$^{-3}$ и $A=2{,}5\cdot 10^{-43}$.

Тем же способом, что и выше, найдем при таком уравнении состояния ($P=\varepsilon$)

$$\rho=\frac{1}{24\pi G(t-t_\infty)^2}=\frac{2\cdot 10^5}{(t-t_\infty)^2}. \tag{1.8.7}$$

При этом $R\sim(t-t_\infty)^{-1/3}$, а плотность нуклонов

$$n\cong\frac{2{,}5\cdot 10^{34}}{(t-t_\infty)},\qquad \rho_0=nm_0=\frac{4\cdot 10^{10}}{t-t_\infty}.$$

Это решение относится (в холодной модели) к периоду не дольше нескольких микросекунд, т. е. $t-t_\infty<3\cdot 10^{-6}$ *сек* (из условия $\rho>100\rho_{\text{яд}}$).

*) Подробнее о возможности такого уравнения состояния см. ТТ и ЭЗ, гл. 6, § 12.