

люю роль играют гравитоны (о них подробнее см. следующий параграф).

Неизвестные сильновзаимодействующие частицы, очевидно, можно себе представить лишь в области больших масс — иначе они уже были бы открыты! Частным случаем таких неизвестных гипотетических частиц являются кварки. Такие тяжелые сильновзаимодействующие частицы меняют соотношение между T и ϵ при $T > mc^2$, но к моменту, когда достигается $T = T_1$, они вымирают и никакого влияния на все дальнейшее не оказывают.

Частицы, способные к самопроизвольному распаду, после снижения температуры (т. е. когда прекращается их образование) исчезают по экспоненциальному закону в функции времени, и наблюдение реликтовых частиц такого рода невозможно.

Иначе обстоит дело в случае частиц, стабильных в вакууме и исчезающих только при взаимодействии с другими частицами. К таким частицам относятся антипротоны \bar{p} , позитроны e^+ и, если кварки существуют, какой-то один сорт кварков (см. в конце главы оценку их концентрации). Общая картина изменения относительного содержания частиц в расширяющейся модели показана на рис. 30.

§ 2. Космологические гравитационные волны

Гравитационные волны отличаются от нейтрино тем, что их взаимодействие со всеми другими видами вещества еще слабее.

В настоящее время не вызывает сомнений, что следствием ОТО является существование гравитационных волн. Это убеждение не зависит от результатов опытов Вебера и аналогичных работ, вызванных его статьями (см. обзор в ТТ и ЭЗ). Квантование гравитационных волн является принципиально необходимой частью квантовой теории. Таким образом, появляется понятие гравитона — кванта гравитационной волны, несущего энергию $\hbar\omega$. Это понятие аналогично Максвелловой теории электромагнитного поля, электромагнитным волнам и фотонам.

Аналогия идет еще дальше: гравитоны, как и фотоны, имеют нулевую массу покоя, они поперечны и имеют два независимых состояния поляризации. В уравнениях Максвелла продольное (кулоновское) поле не квантуется; то же относится и к продольным компонентам гравитационного поля.

В полном термодинамическом равновесии плотность энергии гравитационного излучения равна плотности энергии электромагнитного излучения; равновесный спектр гравитонов подчиняется в точности той же формуле Планка.

В чем отличие гравитационного излучения от электромагнитного? Одно отличие принципиальное: гравитационное излучение представляет собой разновидность изменения метрики пространства и времени. Спрашивается, вправе ли мы рассматривать это излуече-

ние на фоне усредненной классической метрики? На этот вопрос дает ответ техника разделения метрики на плавно изменяющиеся и быстропеременные величины. В принципе (в связи с теорией псевдотензора энергии-импульса) идея восходит к «Теории поля» Ландау и Лифшица (1973), практически она реализована Айзаксоном (1968а, б), см. также ТТ и ЭЗ.

При квантовании существенно, что продольное гравитационное поле не квантуется, — это дает право рассматривать гравитоны на фоне классической, неквантованной, усредненной метрики.

Практическое, количественное отличие гравитационного излучения от электромагнитного состоит в том, что взаимодействие его с веществом исключительно мало, особенно на уровне элементарных частиц. Испускание электромагнитной волны пропорционально квадрату заряда, e^2 ; это значит, что безразмерный множитель, характеризующий вероятность излучения, $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$. Пусть

происходит какой-то процесс с заряженной частицей, например ее отклонение при столкновении с другим зарядом. Вероятности того, что этот процесс сопровождается излучением одного фотона, равна вероятности безызлучательного процесса, умноженной на α . Могут войти и другие множители — v/c , r/λ — меньше единицы, но множитель $1/137$ обязателен!

При излучении гравитационных волн (гравитонов) аналогичную роль играет множитель $Gm^2/\hbar c$. Это неудивительно, достаточно сравнить выражение кулоновской энергии двух зарядов e^2/r и гравитационной энергии двух масс Gm^2/r , чтобы убедиться, что Gm^2 играет роль квадрата заряда, e^2 . Величина $Gm^2/\hbar c$ равна 10^{-38} для двух протонов, 10^{-44} для двух электронов. Малость этой величины приводит к тому, что излучение (а значит, и поглощение) гравитационных волн ничтожно мало. Поэтому в лаборатории тепловое гравитационное излучение не наблюдается. Очевидно, что в лаборатории при измерении теплового излучения черного тела внутри тела имеется равновесная плотность электромагнитного излучения, но нет ничего похожего на равновесную плотность гравитационного излучения. Мы всегда имеем дело с неполным термодинамическим равновесием.

При переходе к астрофизике, ко все большим пространственным масштабам, к большим плотностям и температурам, становится более существенным рождение и поглощение слабозаимодействующих частиц.

В лабораторных опытах в тепловом излучении нет ни гравитонов, ни нейтрино и антинейтрино. В горячих звездах становится заметным испускание нейтрино и антинейтрино, но их концентрация мала по сравнению с равновесной, так как нейтрино свободно уходят из звезды. В звездах, подвергающихся коллапсу (превращающихся

в нейтронные звезды или черные дыры), в центре достигаются условия, когда длина пробега v и \bar{v} мала; v и \bar{v} уходят диффузионным образом, испытывая много столкновений, имеет место термодинамическое равновесие v и \bar{v} с горячим обычным веществом. Однако и в этих условиях взаимодействие гравитационных волн с веществом пренебрежимо мало, мала (по сравнению с равновесной, термодинамической) концентрация гравитонов и мала потеря энергии за счет излучения гравитонов.

Обратимся к космологической сингулярности горячей Вселенной. Будем рассматривать изотропно расширяющуюся, однородную горячую космологическую модель с конечным числом сортов частиц с массами покоя порядка барионной или меньше. Другими словами, идея Хагедорна не учитывается. Причины к тому рассматривались выше. При конечном числе сортов частиц на раннем этапе вещество можно считать ультрарелятивистским.

По порядку величины

$$e = cp \left(\frac{p}{\hbar} \right)^3 = \frac{1}{Gt^2},$$

$$p = \left(\frac{\hbar^3}{Gct^2} \right)^{1/4} = m_{\text{пл}} c \left(\frac{t_g}{t} \right)^{1/2} = mc \left(\frac{Gm^2}{\hbar c} \right)^{-1/4} \left(\frac{mc^2 t}{\hbar} \right)^{-1/4},$$

где $m_{\text{пл}}$ — планковская масса, t_g — планковский момент времени. Газ, в котором есть множество барион-антибарионных пар, остается ультрарелятивистским вплоть до момента $t \sim 10^{-6}$ сек. После этого момента барион-антибарионные пары аннигилируют, исчезают, в равновесии их нет. Легко убедиться, что уже задолго до этого момента заведомо пренебрежимо мал обмен энергией между обычным веществом и гравитонами, время реакций $\tau \gg t$ и гравитоны полностью «заморожены». Температура таких невзаимодействующих гравитонов убывает в ходе расширения обратно пропорционально радиусу мира (подобно нейтрино после отключения) независимо от того, какова температура других видов частиц.

Установление равновесия между гравитонами и другими частицами могло бы произойти только на более ранней стадии ультрарелятивистской температуры. На этой стадии энергия и импульс частиц порядка T и T/c , т. е. соответственно гораздо больше mc^2 и mc .

В уравнения ОТО входят энергия и импульс частиц. Поскольку речь идет о столкновениях частиц, их масса покоя не существенна, так как она мала по сравнению с полной энергией частицы. Отсюда следует, что вероятность испускания гравитона должна быть пропорциональна множителю $GE^2/\hbar c^5$. Этот множитель отличается от приводимого выше нерелятивистского выражения $Gm^2/\hbar c$ тем, что произведена замена m на E/c^2 .

Негравитационное взаимодействие частиц в ультрарелятивистском пределе дает сечение *) взаимодействия порядка $(\hbar/p)^2 = (\hbar c/E)^2$. Следовательно, для сечения рождения одного гравитона получается оценка

$$\sigma_1 = \left(\frac{\hbar c}{E}\right)^2 \frac{GE^2}{\hbar c^3} = \frac{G}{\hbar c^3}. \quad (7.2.1)$$

Это сечение совпадает с квадратом «планковской длины»

$l_g \approx \sqrt{\frac{G}{\hbar c^3}}$, т. е. $\sigma_1 \approx l_g^2$. Для рождения двух гравитонов

$$\sigma_2 = \left(\frac{\hbar c}{E}\right)^2 \left(\frac{GE^2}{\hbar c^3}\right)^2 = l_g^2 \frac{GE^2}{\hbar c}. \quad (7.2.2)$$

Подобно ситуации с испусканием пар $\nu, \bar{\nu}$, в ультрарелятивистской ситуации главную роль играет аннигиляция пар частица — античастица, а не рассеяние.

Здесь можно опереться на результаты пионерской работы Владимира (1963), в которой точно, по всем правилам квантовой электродинамики, вычислены сечения аннигиляции $e^- + e^+ = \gamma + g$ и $e^- + e^+ = 2g$.

В ультрарелятивистском пределе ответ имеет вид

$$\sigma_1 = \frac{1}{3} \frac{e^2}{\hbar c} l_g^2, \quad \sigma_2 = \frac{\pi}{3} l_g^2 \frac{GE^2}{\hbar c}. \quad (7.2.3)$$

В первое выражение входит e — электрический заряд частицы; второе выражение справедливо для любых (заряженных или незаряженных) частиц. Конкретный численный множитель относится к аннигиляции частиц со спином $1/2$. При энергиях частиц меньше планковской, т. е. когда $GE^2/\hbar c \ll 1$, вероятность одногравитонного процесса больше.

Можно полагать, что для процесса

$$p + \bar{p} = \text{адроны} + g \quad (7.2.4)$$

сечение в ультрарелятивистском пределе равно просто

$$\sigma_1 \approx \frac{G\hbar}{c^3} = l_g^2, \quad (7.2.5)$$

нет «малости», связанной с электромагнитным взаимодействием, как это было в (7.2.3).

*) Если при этом происходит испускание фотона, появится дополнительный множитель $e^2/\hbar c$; если есть внутренняя фотонная линия — $(e^2/\hbar c)^2$. Здесь специально подчеркнуто, что одногравитонное сечение в ультрарелятивистском случае не зависит ни от массы покоя, ни от энергии частиц.

С этими сведениями о вероятности рождения гравитонов попытаемся определить характерный момент отключения гравитонов t_1 подобно тому, как это было сделано для нейтрино и антинейтрино. Ответ заранее очевиден из соображений размерности: в ультрарелятивистском режиме $t_1 \approx t_g$; нет никакого другого характерного времени, кроме той величины, которую можно составить из G , \hbar , c .

Масса покоя частиц не входит в ответ, поскольку рассматривается ультрарелятивистский газ, $E \gg mc^2$. Взаимодействие частиц характеризуется безразмерным числом $g^2/\hbar c$, которое порядка единицы для сильного взаимодействия. В принципе в ответ может входить число сортов частиц; однако мы полагаем, что это число порядка единицы (не более 10 или 20), — именно в этом и заключается отказ от гипотезы Хагедорна. Наконец, есть безразмерные числа типа $3/32\pi$ в формуле $\rho = \frac{3}{32\pi G t^2}$ [см. (6.2.1)], безразмерное число в законе излучения Планка, в выражении сечения и т. д. Учет всех этих чисел и попытка «более точного» расчета носили бы иллюзорный характер.

В действительности мы имеем дело не с взаимодействием двух частиц p и \bar{p} в вакууме, а с чрезвычайно плотной плазмой, количественная теория которой не создана.

Вывод из размерностных соображений: установление равновесия не гарантировано, так как по грубому расчету $t_1 \sim t_g$, а мы условились считать t_g нижней границей по t применимости теории. Этот вывод не изменится, если в несколько раз изменится оценка t_1 , так как неизвестно, лежит ли граница теории при t_g , при $5t_g$ или $0,2t_g$. Практически одновременно с выходом нашей книги «Релятивистская астрофизика», где приведены эти оценки, появилась работа Матцнера (1968), в которой сделан противоположный вывод о том, что равновесие между гравитонами и другими частицами имеет место долго, вплоть до $t = t_g \left(\frac{Gm^2}{\hbar c}\right)^{-1/3}$. К этому выводу автор приходит из рассмотрения рассеяния адронов.

Опыт показывает, что при больших энергиях ($E > mc^2$) сечение взаимодействия стремится к константе. Этот вывод согласуется и с современной теорией асимптотики рассеяния частиц.

Опыт и теория относятся к взаимодействию без испускания гравитона. Для того чтобы получить сечение испускания гравитона, автор домножает безгравитонное сечение на $GE^2/\hbar c$.

Как нам кажется, в этом месте допущена существенная ошибка.

Дело в том, что в асимптотике $E/mc^2 \rightarrow \infty$ постоянное безгравитонное сечение связано с уменьшением угла рассеяния. Средний переданный поперечный импульс стремится к константе, а угол — отношение поперечного импульса к продольному — стремится к нулю. Вероятность излучения гравитонов (с энергией порядка продольной энергии) или классически рассчитанное гравитационное

излучение зависит именно от переданного импульса: рассеяние на малый угол соответственно даст малую амплитуду гравитационной волны. С учетом уменьшения угла Кобзарев и Пешков (1974) приходят к асимптотике эффективного сечения для гравитационного излучения $\sigma = l_g^2$, т. е. к выводу, который использован нами выше. Итак, в противоположность Матцнеру мы полагаем, что установление равновесия между гравитонами и другими частицами не обеспечено, так как характерное время совпадает с границей применимости теории. Фундаментальная теория допускает как возможность того, что плотность гравитонов меньше равновесной, так и возможность сверхравновесной плотности.

Равновесная плотность на ранней стадии привела бы к $\epsilon_g \sim \sim 0,02 \epsilon_\gamma$ в настоящее время, с учетом того, что энтропия адронов в ходе охлаждения при исчезновении адрон-антиадронных пар перекачивается, передается фотонам, но не гравитонам. К этому выводу пришли Альфер и Херман (1953) по аналогии с рассуждениями, приведенными в предыдущем параграфе для нейтрино. Плотность гравитонов может быть намного меньше указанной, если энтропия горячей Вселенной возникла в результате каких-то процессов с адронами после t_g . Однако $\epsilon_g \ll 0,02 \epsilon_\gamma$ не приведет к какому-либо изменению выводов, относящихся к нуклеосинтезу, росту возмущений, образованию галактик и т. п. В принципе возможна и другая картина: если энтропия зависит от спонтанного рождения частиц на ранней, анизотропной стадии расширения, то можно ожидать преимущественного рождения гравитонов, см. гл. 23.

До сих пор мы говорили исключительно о рождении гравитонов, но очевидно, что в ультрарелятивистском пределе сечения прямого и обратного процессов одинаковы. Значит, гравитоны в том случае, если их концентрация была сверхравновесной, частично передадут свою энергию (и энтропию) другим частицам, но все же останется сверхравновесный (по отношению к температуре других частиц) избыток гравитонов. О возможных пределах этого избытка гравитационного излучения можно судить косвенно по его влиянию на нуклеосинтез. Вывод (см. § 5 этой главы) состоит в том, что $\epsilon_g < < 3\epsilon_\gamma$. В настоящее время это дало бы $\rho_g < 2 \cdot 10^{-38} \text{ г/см}^3$, $\Omega_g < 2 \cdot 10^{-4}$. Такой гравитонный фон никак не повлияет на динамику Вселенной *).

В РД-периоде высокая плотность гравитонов приведет к некоторым небольшим количественным изменениям скорости расширения, момента равенства $\rho_{\text{вещ}} = \rho_\gamma + \rho_g$, сдвинется и момент рекомбинации водорода. Однако качественные изменения не предвидятся, и поэтому в дальнейшем мы не будем учитывать эту возможность.

*) Впрочем, он скажется на росте возмущений вскоре после рекомбинации; см. раздел III.

Гравитационные волны малой частоты (большой длины волны) следует рассматривать классически, без учета квантовых эффектов. Они взаимодействуют когерентно с большими объемами, заполненными материей. Систематический обзор разных аспектов гравитационного излучения выделен в отдельную главу (гл. 16).

§ 3. Антинуклоны в горячей плазме

В гл. 6 мы отмечали, что в самом начале космологического расширения в веществе было огромное количество пар нуклонов и антинуклонов, находящихся в термодинамическом равновесии. Как меняется их концентрация в ходе расширения? Проанализируем этот вопрос для двух вариантов теории: 1) полностью зарядово-симметричного мира и 2) зарядово-несимметричного мира. Мы увидим, что результаты анализа дают веские аргументы в пользу того, что реально имеет место второй вариант. Начнем анализ с первого варианта.

Итак, имеется полностью зарядово-симметричный мир, т. е. мир, в котором есть равное число нуклонов и антинуклонов (а также электронов и позитронов и т. д.) и концентрация их равномерна (т. е. идеи Омнеса не учитываются).

При достаточно высокой температуре (но все же ниже mc^2/k , m — масса нуклона) их концентрация n определяется термодинамическим равновесием *):

$$n \equiv n_N = n_{\bar{N}} = n_{\text{равн}} = \sqrt{\frac{2}{\pi^3}} \frac{m^{3/2} (kT)^{3/2}}{\hbar^3} e^{-mc^2/kT}, \quad kT < mc^2. \quad (7.3.1)$$

При еще больших температурах

$$n = \beta \left(\frac{kT}{\hbar} \right)^3, \quad kT > mc^2;$$

численное значение β зависит от числа рассматриваемых независимых сортов частиц.

Термодинамическое равновесие осуществляется за счет баланса между аннигиляцией при соударении нуклонов и антинуклонов и рождением пар.

В ходе расширения равновесная концентрация уменьшается, и при современной температуре $\approx 3^\circ\text{K}$ она «астрономически» мала, $\ll 10^{-10}$. Однако в действительности скорость аннигиляции становится пренебрежимой раньше, происходит «закалка» и остается определенное неравновесное количество нуклонов и антинуклонов. Рассмотрим этот процесс. Сечение аннигиляции в интересующей

*) Учтен спин $1/2$ нуклона; n_N есть сумма концентраций протонов и нейтронов, $n_{\bar{N}}$ — антипротонов и антинейтронов.