

источников энергии, нагревающих газ и могущих ионизовать его. Этот период носит название периода нейтрального водорода. Однако различные гипотетические причины могут задержать рекомбинацию плазмы и наступление периода нейтрального водорода. Какие наблюдения могут помочь установить, был ли в действительности период нейтрального водорода? Оказывается, здесь чрезвычайно важно радиоизлучение ионизованного газа. Анализу этих вопросов и посвящен восьмой параграф.

Наконец, в последнем § 9 рассматривается вопрос, стоящий особняком, — о взаимодействии космических лучей с общим фоном излучения и, в первую очередь, с реликтовым излучением, составляющим подавляющую долю в усредненной плотности энергии.

Потери энергии космическими лучами ограничивают максимальную энергию частиц, составляющих космические лучи; это ограничение зависит от возраста частицы. В период 1969—1971 гг. ракетные опыты давали в 20—100 раз завышенную полную плотность реликтового излучения. Наблюдение космических лучей с энергией до 10^{22} эв было известным противовесом ракетным опытам.

В настоящее время противоречие в значительной мере снято после опытов Лос-Аламосской группы и других наблюдений, см. § 3 гл. 5.

Другой вывод состоит в том, что космические лучи являются молодой составной частью Вселенной, они не могут иметь реликтовое происхождение. Сильный обмен энергией между заряженными частицами и фотонами в прошлом (ср. гл. 6) исключает большие энергии заряженных частиц в РД-плазме на ранних этапах, до рекомбинации.

§ 2. Рекомбинационное равновесие и кинетика

Запишем равновесную формулу Саха:

$$\frac{n_e n_1}{n_a} = \frac{g_e g_1}{g_a} \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{I}{kT}\right); \quad (8.2.1)$$

для $p + e^- \rightleftharpoons H$ энергия ионизации $I = 13,6$ эв, так что $I/k = 158\,000$ °К; статистические веса сокращаются, $\frac{g_e g_1}{g_a} = 1$; для указанной реакции заменяем индексы «i» на «p», «a» на H. Численно получаем

$$\frac{n_e n_p}{n_H} = 2,4 \cdot 10^{15} T^{3/2} \exp\left(-\frac{158\,000}{T}\right). \quad (8.2.2)$$

Введем степень ионизации $\alpha = \frac{n_p}{n_p + n_H}$. Плотность выражается

через температуру формулой $n = \text{const} \cdot T^3$. На сегодняшний день $n = 10^{-6} \Omega \text{ см}^{-3}$ ($T = 2,7^\circ \text{K}$) и, следовательно, $n = n_p + n_n = 5 \cdot 10^{-7} \Omega T^3$. Таким образом,

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} = 4,8 \cdot 10^{21} \Omega^{-1} T^{-3/2} \exp\left(-\frac{158000}{T}\right). \quad (8.2.3)$$

В табл. V даны значения равновесной $\alpha(T)$ для $\Omega=1$ и $\Omega=1/40$, $H_0=100 \text{ км/сек} \cdot \text{Mnc}$ (в пересчете на $H=75 \text{ км/сек} \cdot \text{Mnc}$ это соответствует $\Omega=2$ и $\Omega=1/20$).

ТАБЛИЦА V

Равновесная степень ионизации

T	5000	4500	4000	3500	3000	2500
$\alpha (\Omega = 1)$	0,996	0,9	0,3	0,027	0,0007	10^{-6}
$\alpha (\Omega = 1/40)$	0,9999	0,997	0,85	0,17	0,004	$8 \cdot 10^{-6}$

Процесс рекомбинации рассматривали Зельдович, Курт, Сюняев (1968), Пиблс (1968), Сюняев, Зельдович (1970а).

В космологических условиях основную роль в поддержании ионизационного равновесия играют процессы фотоионизации $\text{H} + \gamma = \text{p} + \text{e}^-$ и обратный процесс рекомбинации с излучением фотона, $\text{p} + \text{e}^- = \text{H} + \gamma$. Формула Саха, естественно, не зависит от механизма установления равновесия, она имеет тот же вид, что и в плотном газе, где происходит ударная ионизация и рекомбинация тройным ударом, $\text{H} + \text{e}^- \rightleftharpoons \text{p} + \text{e}^- + \text{e}^-$.

Однако в космологических условиях для выполнения формулы Саха необходимо, чтобы спектр излучения был равновесным, планковским.

Кинетика установления равновесия и приближение фактических концентраций к равновесию определяются двумя факторами: 1) скоростью ионизации и рекомбинации и 2) отклонениями спектра от равновесного, планковского. Расчет показывает, что при планковском спектре излучения равновесие, соответствующее табл. V, имеет место вплоть до $\alpha \sim 3 \cdot 10^{-4}$ при $\Omega=1$ и $\alpha \sim 10^{-3}$ при $\Omega=1/40$, $H_0=100 \text{ км/сек} \cdot \text{Mnc}$.

Запишем условие поддержания равновесия. Обозначим через ω вероятность рекомбинации (сек^{-1}), τ — время изменения в e раз равновесной концентрации, $[e^-]$ — концентрацию электронов. Очевидно, что

$$\omega = a_{\text{полн}} [e^-] = a_{\text{полн}} \alpha n_p + n_n,$$

где $a_{\text{полн}}$ — усредненная по максвелловскому распределению константа рекомбинации, $a_{\text{полн}} = 4 \cdot 10^{-13} \sqrt{\frac{10^4}{T}} \text{ см}^3/\text{сек}$ [см. Каплан, Пикельнер (1963)]. Далее, $\tau = t \frac{3kT}{I}$, где t — космологическое время, поскольку

$$\alpha^2 \sim e^{-I/kT}, \quad T \sim z \sim t^{-2/3},$$

$$\tau^{-1} = \frac{d \ln \alpha}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{I}{kT} \frac{d \ln T}{dt} = -\frac{1}{3} \frac{I}{kT} \frac{1}{t}.$$

Условие поддержания равновесия имеет вид

$$\omega\tau = a_{\text{полн}} \alpha n_{\text{p}+\text{H}} t \frac{3kT}{I} = 1. \tag{8.2.4}$$

Однако в действительности еще раньше сам процесс рекомбинации заметно меняет спектр излучения как раз в той области (в коротковолновой его части), которая участвует в обратном процессе фотоионизации и влияет на концентрации $[e^-]$ и $[p]$.

Общее число фотонов весьма велико, и, следовательно, изменение спектра может коснуться лишь малой части фотонов. Но при прямой рекомбинации на основной (1S) уровень и в самом деле испускаются фотоны с энергией больше I . Так как рекомбинация происходит при $kT \ll I$, то число таких фотонов в равновесии, пропорциональное $\exp(-I/kT)$, оказывается малым, меньше числа электронов и протонов при данной температуре.

Важная для процесса часть спектра действительно существенно изменится вследствие рекомбинации в предположении, что рекомбинация происходит прямо на основной уровень, и, в свою очередь, это изменение спектра вызовет сдвиг (увеличение) концентрации электронов и протонов.

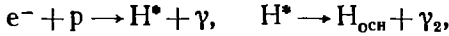
Каскадная рекомбинация, в принципе, смягчает отклонения, если вместо одного большого фотона получается много маленьких.

Однако в случае водорода радиационная рекомбинация неизбежно дает один фотон с энергией не меньше $Ly-\alpha$, т. е. с энергией не меньше $3/4 I$ на один образовавшийся атом в основном состоянии; поэтому эффект задержки рекомбинации остается.

Кинетика определяется тем, что рекомбинация на возбужденные уровни атома водорода H^* , H^{**} происходит легко, так же как и ионизация возбужденных атомов. Равновесие $\gamma + H^* \rightleftharpoons p + e^-$, $\gamma + H^* \rightleftharpoons H^{**}$ поддерживается в течение долгого времени. Для этих процессов нужны фотоны с энергией $I/4 = 3,5 \text{ эв}$ или меньше, которых достаточно много в рассматриваемый период времени. Избавление от энергии возбуждения, соответствующей линии $Ly-\alpha$ ($3/4 I \approx 10,2 \text{ эв}$) или даже большей, — это трудный шаг.

Если рекомбинация происходит прямо на основной уровень $e^- + p \rightarrow H_{\text{осн}} + \gamma$, то фотоны имеют $E > I$ и немедленно ионизуют

другие нейтральные атомы. Даже в каскадных процессах



где $H_{\text{осн}}$ — атом водорода в основном состоянии, энергия $E_{\gamma_2} \geq 3/4 I$ и, следовательно, γ_2 поглощается атомом в основном состоянии, образуя при этом возбужденный H^* , который легко ионизируется основной частью излучения.

Для рассмотрения этого вопроса введем β — сумму концентраций свободных протонов, возбужденных атомов и энергичных *) фотонов γ^* , нормированную на общую концентрацию протонов и атомов водорода:

$$\beta = \frac{p + H^* + \gamma^*}{p + H^* + H_{\text{осн}}} = \frac{p + H^* + \gamma^*}{N_{\text{полн}}}. \quad (8.2.5)$$

Между различными компонентами, из которых состоит β , поддерживается термодинамическое равновесие:

$$\left. \begin{aligned} p = e^-, \quad \frac{pe^-}{H_{2p}} &= \frac{1}{3} \cdot 2,4 \cdot 10^{15} T^{3/2} \exp\left(-\frac{39\,400}{T}\right), \\ \frac{H_n}{H_{2p}} &= \frac{g_n}{g_{2p}} \exp\left(-\frac{E_n - E_{2p}}{kT}\right). \end{aligned} \right\} \quad (8.2.6)$$

Здесь и далее под буквами, обозначающими частицы, подразумевается концентрация данных частиц, число 39 400 в экспоненте есть $I/4k$. γ^* в грубом приближении дается интегралом от функции Планка:

$$\gamma^* = \int_{E_2}^{\infty} p(\nu, T_{\text{эфф}}) d\nu, \quad (8.2.7)$$

где

$$p(\nu, T_{\text{эфф}}) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \left(\exp \frac{h\nu}{kT_{\text{эфф}}} - 1 \right)^{-1},$$

а $T_{\text{эфф}}$ определяется **) формулой

$$\frac{H_{2p}}{H_{\text{осн}}} = \frac{g_{2p}}{g_{\text{осн}}} \exp\left(-\frac{E_{2p} - E_{\text{осн}}}{kT_{\text{эфф}}}\right) = 3 \exp\left(-\frac{118\,000}{T_{\text{эфф}}}\right). \quad (8.2.8)$$

На поздних этапах $T_{\text{эфф}}$ несколько больше, чем T . Важно, что в β свободные протоны являются наиболее обильными по сравнению с другими компонентами. Например, если мы зададимся полным

*) Энергичным называем фотон с энергией большей или равной $Ly-\alpha$, т. е. $3/4 I$.

**) Исключив $T_{\text{эфф}}$ из формул, мы могли бы получить выражение типа закона действующих масс $\frac{pe^-}{H_{\text{осн}}\gamma^*} = f_1(T)$ или $\frac{H_{2p}}{H_{\text{осн}}\gamma^*} = f_2(T)$.

равновесием, $T_{эфф} = T$, и выберем $\Omega = 1$ для $\alpha = 0,1$, то получим следующие концентрации *):

$$\begin{aligned} N_{осн} &= 2,5 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}, & p = e^- &= 2,5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}, \\ \gamma_{полн} &= 10^{12} \text{ см}^{-3}, & \gamma^* &= 20 \text{ см}^{-3}, \\ N_{2p} &= 2 \cdot 10^{-9} \text{ см}^{-3}, & N^* &= \sum_{n=2}^{n_m} N_n = 3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-3}. \end{aligned}$$

Формула (8.2.7) может считаться определением $T_{эфф}$, тогда (8.2.8) есть физическое утверждение: отношение $N_{2p}/N_{осн}$ зависит от количества энергичных фотонов, но не от всего спектра. Заметим, что $\gamma_{полн} \gg p$, e^- , $N_{осн}$, но $\gamma^* \ll p$, e^- , $N_{осн}$. Следовательно, в последующем можно отождествить степень ионизации с переменной β , $\alpha \cong \beta$.

В кинетических уравнениях для $p/N_{полн}$, $N^*/N_{полн}$, $\gamma^*/N_{полн}$, взятых отдельно друг от друга, есть большое число быстрых процессов, как, например, $e^- + p \rightleftharpoons N^* + \gamma$, $N_{2p} \rightleftharpoons N_{осн} + \gamma^*$ и другие, которые сокращаются, когда мы переходим к уравнению для суммы β , — это как раз и есть причина введения β . Эта сумма уменьшается только из-за двух процессов: 1) красное смещение из-за расширения Вселенной, преобразующее энергичные фотоны (γ^*) в фотоны (γ), которые уже не могут возбудить нормальный водород; 2) двухфотонный распад метастабильного $2S$ -состояния [Киппер (1950), Спитцер, Гринштейн (1951)]. Скорость этого процесса $W_{2S} \sim 8 \text{ сек}^{-1}$.

Следовательно,

$$\frac{d\beta}{dt} = - \left| \frac{d\nu}{dt} \right| \frac{\gamma^*}{\Delta\nu N_{полн}} - W_{2S} \frac{N_{2S} - N_{2S, равн}}{N_{полн}}. \quad (8.2.9)$$

В этом уравнении N_{2S} и γ^* выражены через β с помощью условий равновесия; $N_{2S, равн}$ равно $N_{осн} \exp\left(-\frac{117000}{T}\right)$. Введение W_{2S} , $N_{2S, равн}$ в правую часть уравнения описывает обратный процесс $N_{осн} + 2\gamma \rightarrow N_{2S}$.

Первый член в (8.2.9), описывающий красное смещение, относительно мал. Наконец, мы получаем

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= - W_{2S} \frac{(2\pi\hbar)^3}{(2\pi m_e kT)^{3/2}} N_{полн} \exp\left(\frac{I}{4kT}\right) (\alpha^2 - \alpha_{равн}^2) = \\ &= -2 \cdot 10^{-21} \Omega T^{3/2} e^{39400/T} (\alpha^2 - \alpha_{равн}^2). \quad (8.2.10) \end{aligned}$$

Отличие α и $\alpha_{равн}$ мало при высокой температуре $T > 4000$ °К и $\alpha > 0,5$. Позднее $\alpha \gg \alpha_{равн}$, так что в скобках $\alpha_{равн}$ можно пренебречь; в этот период имеет силу приближенная формула [Сюняев,

) При вычислении N^ мы находили верхний предел главного квантового числа по формуле Инглиса — Теллера $n_m \approx 10^3 \text{ Н}^{-2/18}$, учитывающей слияние уровней вследствие штарк-эффекта на водороде.

Зельдович (1970а), см. также Лонгейр, Сюняев (1969б)

$$\alpha = \frac{1,6 \cdot 10^7}{T \Omega^{1/2}} \exp\left(-\frac{39400}{T}\right). \quad (8.2.11)$$

Наконец, при $T < 2400$ °К уже больше нет равновесия между p , e^- и H_{2S} . Результаты собраны в табл. VI для $\Omega=1$ (сравните с таблицей для $\alpha_{\text{равн}}$). Вычисление дает $\alpha \rightarrow 5 \cdot 10^{-5}$ при $t \rightarrow \infty$, $T \rightarrow 0$. При малых температурах ($T < 200$ °К) с точки зрения термодинамики возможен процесс $H I + e^- \rightarrow H^- + \gamma$ и дальше $H^- + H \rightarrow H_2 + e^-$. Даже при более высоких температурах (но все же < 1000 °К) молекула H_2 термодинамически устойчива. Но кинетика образования H^- и H_2 столь медленна, что в однородной Вселенной при

ТАБЛИЦА VI

Степень ионизации при уменьшении T

T	5000	4500	4000	3500	3000	2500	2000	1500
$\alpha (\Omega = 1)$	0,996	0,924	0,40	0,07	0,0098	$9 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}	$5 \cdot 10^{-5}$

ее низких плотностях они не образуются. Этот вопрос снова возникнет позднее в связи с образованием галактик. Рекомбинация водорода ведет к избытку коротковолновых фотонов по отношению к планковскому спектру. В табл. VII даны некоторые точки (подробности см. в оригинальных работах, упомянутых выше).

ТАБЛИЦА VII

Избыток коротковолновых фотонов по отношению к планковскому спектру

λ	200	1500
$h\nu/kT$	27	36
$F_{\nu, \text{равн}}$	10^{-22}	$3 \cdot 10^{-26}$
$F_{\nu, \text{вычисл}}$	$2 \cdot 10^{-22}$	$5 \cdot 10^{-24}$

Этот эффект относительно велик в области, где абсолютные потоки малы, т. е. мал как равновесный поток $F_{\nu, \text{равн}}$, так и вычисленный — принимая во внимание рекомбинацию — поток $F_{\nu, \text{вычисл}}$. Длины волн в таблице приведены в микронах, потоки излучения F_{ν} — в $\text{эрг/см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{стер} \cdot \text{гц}$ для настоящего времени.