§ 4. Влияние электронов на спектр излучения

Из предыдущего параграфа мы видим, что комптоновское рассеяние — наиболее важный процесс для электронов при $z \gg 1000$, как раз там, где плазма полностью ионизована. Очевидно, он также важен и для фотонов.

В первом приближении рассеяние на покоящемся электроне не меняет частоты фотона, но более точно ν' (частота после рассеяния) немного меньше, чем ν; среднее понижение частоты равно $\overline{\frac{\nu'-\nu}{\nu}} = -\frac{h\nu}{mc^2}$. Если же электрон движется вначале со скоростью v, то эффект Доплера заставляет частоту рассеиваемого фотона меняться в пределах $\frac{|\nu'-\nu|}{\nu} \leqslant \frac{v}{c}$. Рассеяние на движущихся электронах ведет к диффузии фотонов по оси частот. Принимая во внимание точное распределение по углам и индуцированное рассеяние, можно получить следующее уравнение для спектра фотонов, взаимодействующих с максвелловскими электронами (фотоны характеризуются числом заполнения $n(\nu, t)$, т. е. распределение их по направлениям предполагается изотропным):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\sigma_T n_e}{m_e c} \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial}{\partial \nu} \nu^4 \left[hn(n+1) + kT_e \frac{\partial n}{\partial \nu} \right]. \tag{8.4.1}$$

Мы исследуем некоторые свойства этого уравнения, выведенного Компанейцем (1956) и Вейманом (1965) и рассматриваемого в ряде статей Зельдовича и Сюняева (1969), Сюняева и Зельдовича (1969, 1970б, в), Илларионова, Сюняева (1974 а, б). Уравнение можно переписать в безразмерных переменных $x' = \frac{h\nu}{kT_e}$, $dy = \sigma_T n_e \frac{kT_e}{m_e c^2} c\,dt$ [ниже предполагается, что T_e не зависит от времени, обобщение на $T_e = T_e(t)$ производится легко]:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x'^2} \frac{\partial}{\partial x'} x'^4 \left[n(n+1) + \frac{\partial n}{\partial x'} \right]. \tag{8.4.2}$$

Легко проверить, что планковское равновесное n, т. е. $n = (e^{x'} - 1)^{-1}$, дает $\frac{\partial n}{\partial y} = 0$. Но то же самое будет и в случае бозе-эйнштейновского распределения: $n = \frac{1}{e^{x' + \mu/kT} - 1}$.

Другое достаточно очевидное свойство — это сохранение общего числа фотонов:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int n\nu^2\, d\nu = \int \frac{dn}{dt} \nu^2 d\nu = 0. \tag{8.4.3}$$

Скорость изменения плотности энергии излучения дается формулой

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d}{dt} ah \int n\nu^3\, d\nu = \frac{4kT_e}{m_e c} \sigma_T n_e ah \int n\nu^3\, d\nu - \frac{\sigma_T n_e}{m_e c} ah^2 \int n(n+1)\nu^4\, d\nu, \tag{8.4.4}$$

где $a=\frac{8\pi}{c^3}$. Увеличение энергии излучения в единице объема равно энергии, отдаваемой электронами в этом объеме. Если электроны не имеют других источников энергии, то их температура стационарна, только если $\frac{d\varepsilon}{dt}=0$. Это нам снова дает формулу (8.3.18).

Кинетическое уравнение для распределения фотонов было написано без учета расширения. Расширение учитывается заменой $\frac{\partial n}{\partial t}\longrightarrow\frac{\partial n}{\partial t}+H\nu\frac{\partial n}{\partial\nu}$ (где H — постоянная Хаббла), в левой части уравнения. Без комптоновского рассеяния n сохраняется для «краснеющей» при расширении частоты, $\frac{d\nu}{dt}=-H\nu$. Простое преобразование дает другой путь для учета расширения. Мы введем идеальную температуру излучения, зависящую от времени по закону красного смещения: $T_{0\gamma}(t)=T_0(1+z)$, где T_0 — сегодняшняя температура, $z=0$, $T_0=T_{0\gamma}$ $(0)=2{,}7$ °K. Определим $x=\frac{h\nu}{kT_{0\gamma}}$. Уравнение для $n(x,\ t)$ будет

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{\sigma_T n_e kT_{0\gamma}(t)}{m_e c}\frac{1}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}x^4\left[n(n+1)+\frac{T_e}{T_{0\gamma}}\frac{\partial n}{\partial x}\right]. \qquad (8.4.5)$$

Если $T_e=T_{0\gamma}$, тогда равновесное $n=\frac{1}{e^x-1}$ оказывается точным решением, хотя n, как функция от ν и t, зависит от времени потому, что $T_{0\gamma}$ зависит от времени. Это решение самосогласованно, так как $T_e=T_{0\gamma}$ — это также решение для температуры электронов, если никакой энергии в системе не выделяется.

Теперь мы обсудим вопрос о выделении энергии на разных этапах.

§ 5. Раннее выделение энергии и квазиравновесие

Представим себе какие-то локальные мелкомасштабные возмущения идеальной, однородной, изотропной космологической модели на стадии радиационно-доминированной плазмы. Примерами таких возмущений могут быть акустические волны, распространяющиеся по РД-плазме, или островки плазмы, состоящей из антивещества и фотонов, окруженные нормальной плазмой из вещества и фотонов. Эти возмущения исчезают: акустические волны затухают за счет вязкости, антивещество аннигилирует. Исчезновение возмущений сопровождается выделением энергии. Плотность энергии РД-плазмы, т. е. величина ε_γ, увеличивается.

В замкнутом теплонепроницаемом сосуде постоянного объема конечный результат был бы очевиден. Возникло бы новое термодинамическое равновесие, соответствующее новому, увеличенному значению ε_γ.