

ПРИЛОЖЕНИЕ К § 5

Когда возникло реликтовое излучение?

Подробное исследование эволюции спектра приводит к выводам, важным для теории горячей Вселенной. Впервые получен ответ на простой вопрос: когда возникло равновесное реликтовое излучение? Из приведенных чисел следует, что равновесное излучение уже существовало при z больше 10^7 — 10^8 (для двух вариантов Ω), иначе при сильном отклонении от равновесия оно не было бы равновесным сегодня.

Из теории однородной Вселенной вытекает, что были периоды, когда энергия из других форм превращалась в излучение. Наиболее поздний момент такого рода связан с аннигиляцией электронов и позитронов. Можно ли надеяться на обнаружение отклонений в спектре, связанных с этим периодом?

Выделение энергии велико: в интервале от $T = m_e c^2$ до $T = 0,1 m_e c^2$ (соответственно $2 \cdot 10^9 > z > 2 \cdot 10^8$) аннигиляция более чем удваивает энергию излучения. Затем энерговыделение быстро падает и составляет $\delta = 3 \cdot 10^{-3}$ в интервале $2 \cdot 10^8 > z > 10^8$, далее $\delta = 2 \cdot 10^{-7}$ для $10^8 > z > 5 \cdot 10^7$ и $\delta = 10^{-24}$ для всего остающегося интервала $5 \cdot 10^7 > z$.

Однако большие значения δ не могут быть обнаружены ни при каком Ω именно потому, что избыточные электроны и позитроны участвуют в «замывании» спектра.

Выделение энергии при ядерных реакциях (образовании He^4) происходит в момент $t \sim 100$ сек, $T \sim 100$ кэв, $z \sim 4 \cdot 10^8$. Энергия порядка 28 Мэв на ядро He^4 в пересчете на один нуклон, с учетом образования 30% He^4 , даст около 3 Мэв, что соответствует весьма малому $\delta \sim 3 \cdot 10^{-7} \Omega$.

С учетом того, что в этот момент еще остаются позитроны и электроны, выделение ядерной энергии не может дать заметного искажения сегодняшнего спектра.

§ 6. Позднее энерговыделение

Этот случай был рассмотрен в уже цитированной работе Зельдовича и Сюняева (1969). Если энергия выделяется на поздней стадии, уже после рекомбинации, тогда снова происходит ионизация. Температура электронов возрастает до величины определенно большей, чем 10^4 °К. Температура излучения падает от 4000 °К в начале рекомбинации до современных 2,7 °К. Для поздней стадии характерно, что $T_e \gg T_\gamma$ (вместо $T_e - T_\gamma \ll T_\gamma$ в § 5). В основном уравнении (8.4.5) остается член, умноженный на $T_e/T_{0\gamma}$, а другой $n(n+1)$, отбрасывается из-за малости. И, наконец, мы получаем линейное уравнение *)

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma_T n_e c k T_e}{m_e c^2} \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x^4 \frac{\partial n}{\partial x}. \quad (8.6.1)$$

Введем снова (см. стр. 239) безразмерную величину y такую, что

$$dy = \frac{\sigma_T n_e k T_e}{m_e c} dt = \frac{k T_e}{m_e c^2} d\tau_T,$$

*) Здесь x отнесено к начальной температуре излучения или, с учетом расширения, — к $T_0(1+z)$; при этом T_0 определяется как температура излучения сегодня, если бы не было энерговыделения. Таким образом, мы допускаем, что $T_0 \neq 2,7$ °К.

где $d\tau_r = \sigma_r n_e c dt$, τ_r — оптическая толщина. После интегрирования будет

$$y = \int_{t_1}^t \frac{kT_e(t)}{m_e c^2} d\tau_r, \quad \tau_r = \tau_r(t), \quad (8.6.2)$$

где в момент t_1 температура электронов увеличивается из-за выделения энергии; уравнение неприменимо, когда $T_e \approx T_\nu$.

Сегодняшний спектр (при $t=t_0$) зависит только от величины y_0 , получающейся от интегрирования до $t=t_0$. Различные функции $T_e(t)$ дают тот же самый конечный спектр, если для них одинаковы величины y_0 . Эта зависимость от одного параметра делает предсказание более уверенным и облегчает сравнение с наблюдениями. Мы интересуемся в первую очередь современным спектром, соответствующим y_0 ; дальше в тексте опускаем нулевой индекс у y_0 . Решение уравнения (8.6.1) имеет вид

$$n(x, y) = \frac{1}{\sqrt{4\pi y}} \int_0^\infty n(\xi, 0) \exp\left[-\frac{\left(\ln \frac{x}{\xi} + 3y\right)^2}{4y}\right] \frac{d\xi}{\xi}. \quad (8.6.3)$$

Основные свойства решения:

$$\left. \begin{aligned} N &= \int n(x, y) x^2 dx = \int n(x, 0) x^2 dx = \text{const}, \\ \varepsilon &= \int n(x, y) x^3 dx = e^{4y} \int n(x, 0) x^3 dx = \varepsilon_0 e^{4y}. \end{aligned} \right\} \quad (8.6.4)$$

Решение (8.6.3) громоздко; в последующем мы предполагаем равновесный начальный спектр $n(x, 0) = (e^x - 1)^{-1}$, пренебрегая случаем, когда энергия выделяется и позже и раньше. Для $x \ll 1$

$n(x, 0) = \frac{1}{x}$. Положив $n = \frac{f(y)}{x}$, получаем $f = e^{-2y}$, так что

$$n(x, y) = \frac{e^{-2y}}{x}, \quad x \ll 1.$$

Условие $x \ll 1$ справедливо для длинноволновой части спектра. Если $n(x, y) < n(x, 0)$, это значит, что наблюдатели измеряют величину температуры более низкую:

$$T_{p.-дж} = T_{0\nu} e^{-2y}. \quad (8.6.5)$$

Мы уже знаем, что $T_{p.-дж} = 2,7$ °К. Следовательно, для того чтобы сравнить теорию с наблюдениями, нам нужно для любого выбранного y взять соответственно температуру $T_{0\nu} = T_{p.-дж} e^{2y} = 2,7$ °К $\cdot e^{2y}$. На рис. 38 показаны кривые для некоторых величин y ; все они соответствуют $T_{p.-дж} = 2,7$ °К. Для $y=0$ кривая является равновесной планковской, другие кривые совпадают на левом конце, но идут выше, чем планковская, на коротких волнах. Общая

плотность энергии дается выражением

$$\varepsilon_{\gamma} = \sigma T_{0\gamma}^4 e^{4y} = \sigma T_{p.-дж}^4 e^{12y} = 4 \cdot 10^{-13} e^{12y} \text{ эрг/см}^3. \quad (8.6.6)$$

Выделение энергии равняется

$$\varepsilon_{\gamma} - \varepsilon_{0\gamma} = \sigma T_{p.-дж}^4 (e^{12y} - e^{8y}). \quad (8.6.7)$$

На один грамм вещества это дает

$$\Delta\varepsilon = \frac{4 \cdot 10^{-13} (e^{12y} - e^{8y})}{10^{-29}\Omega} = 4 \cdot 10^{16} \Omega^{-1} (e^{12y} - e^{8y}) \text{ эрг/г}. \quad (8.6.8)$$

Но энергия излучения на единицу массы уменьшается при

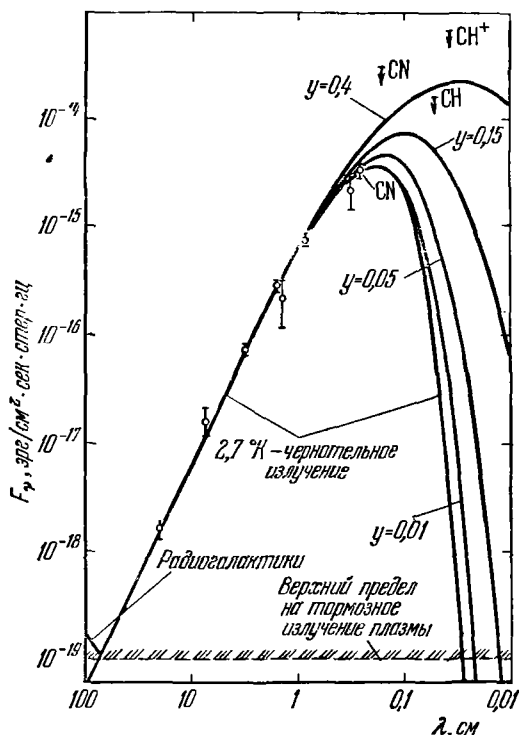


Рис. 38. Возможные искажения спектра реликтового излучения при комптоновском эффекте на горячих электронах. На кривую реликтового излучения нанесены существующие экспериментальные точки.

расширению, как $1+z$. Следовательно, энергия, выделенная веществом и отнесенная к единице массы, равна

$$\delta\varepsilon = 4 \cdot 10^{16} \Omega^{-1} (1+z) (e^{12y} - e^{8y}) \text{ эрг/г}, \quad (8.6.9)$$

где \bar{z} — красное смещение, при котором происходит выделение энергии и обмен энергией между электронами и фотонами. Оптическая толща τ_r дается выражением (α — отношение плотности ионизованного газа к общей плотности)

$$d\tau_r = \sigma_r n_e c dt = \frac{0,05\alpha\Omega(1+z) dz}{\sqrt{1+\Omega z}} \approx 0,05\Omega^{1/2} z^{1/2} dz. \quad (8.6.10)$$

Последняя формула справедлива для $\alpha=1$, $z > \Omega^{-1}$. Температура газа ограничивается, $T_e < 10^6(1+z)$ °К, данными по рентгеновскому фону (см. § 2 гл. 5). Взяв верхний предел, мы получаем $dy = 0,7 \times 10^{-6} \Omega^{1/2} z^{1/2} dz$,

$$y = 3 \cdot 10^{-6} \Omega^{1/2} z^{3/2}. \quad (8.6.11)$$

Таким образом, в принципе, подставляя $\Omega=1$ и $z=1000$, можно получить и очень большое $y=100$, не вступая в противоречие с рентгеновскими измерениями. В действительности величина y ограничена с одной стороны запасом энергии вещества, с другой — измерениями РИ. Подставим в (8.6.9) $\delta\epsilon_1 = 10^{19}$ эрг/г, что соответствует ядерной энергии, и $\delta\epsilon_2 = 10^{21}$ эрг/г, что соответствует полной энергии покоя вещества, и решим совместно (8.6.9) и (8.6.11) при $\Omega=1$. Получим $z_1=75$, $y_1=0,16$, $e^{12y}=7$ в первом случае и $z_2=112$, $y_2=0,4$, $e^{12y}=125$ во втором случае. Таковы максимальные значения y (от которого зависит искажение спектра) и увеличения общей энергии РИ, допустимые по закону сохранения энергии, в предположении полного сгорания водорода или аннигиляции вещества и антивещества в количестве, равном количеству оставшегося вещества.

Перед обсуждением экспериментальных данных об искажении спектра РИ изложим изящный способ описания спектра излучения, получающегося в результате такого искажения.

Нетрудно убедиться, что решение уравнения (8.6.1) при начальном спектре $n_0(x)$ можно записать в виде суперпозиции смещенных спектров того же вида:

$$n(x, t) = \int n_0\left(\frac{x}{\varphi}\right) R(\varphi, t) d\varphi. \quad (8.6.12)$$

В частности, для начального планковского спектра получим суперпозицию планковских спектров. Результат этот представляется естественным: изменение спектра происходит вследствие рассеяния на электронах, имеющих большие тепловые скорости, т. е., в сущности, вследствие доплер-эффекта, при котором планковское распределение остается планковским, но меняется температура излучения.

Итак,

$$n(x, y) = \int P\left(\frac{v}{T}\right) R(T, y) dT, \quad (8.6.13)$$

где

$$P\left(\frac{\nu}{T}\right) = \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}.$$

Уравнение для $R(T, y)$, эквивалентное уравнению (8.6.1), имеет вид *)

$$\frac{\partial R}{\partial y} = T^{-3} \frac{\partial}{\partial T} T^4 \frac{\partial TR}{\partial T}. \quad (8.6.14)$$

Польза от перехода к уравнению для R заключается в том, что упрощаются начальные условия: $R(T, y=0) = \delta(T - T_0)$. Функция R обращается в нуль на обоих краях области: при $T = \infty$ и $T = 0$.

Благодаря этому легко усмотреть два закона сохранения:

$$\left. \begin{aligned} \int T^3 R(T, y) dT &= \text{const}, \\ \int R(T, y) dT &= \text{const}. \end{aligned} \right\} \quad (8.6.15)$$

Первый интеграл имеет очевидный смысл числа фотонов в единице объема **). Сохранение второго интеграла означает, что не происходит диллюция («разбавление») равновесного излучения. Для n соответствующий интеграл есть $\int \frac{n}{\nu} d\nu$, но такое выражение расходится для планковского спектра; поэтому до рассмотрения суперпозиций спектров второй интеграл не был известен. Для δ -образного начального условия нетрудно написать общее решение:

$$R(T, y) = \frac{1}{T_0 \sqrt{4\pi y}} \exp\left[4y - \frac{1}{4y} \left(\ln \frac{T}{T_0} + 5y\right)^2\right]. \quad (8.6.16)$$

Легко убедиться в справедливости сделанных ранее выводов:

$$\left. \begin{aligned} T_{p.-дж} &= \int TR dT = T_0 e^{-2y}, \\ \varepsilon &= \int T^4 R dT = \varepsilon_0 e^{4y} = \text{const} \cdot T_{p.-дж}^4 e^{12y}. \end{aligned} \right\} \quad (8.6.17)$$

Вернемся к физическим следствиям нагрева электронов.

Другим следствием позднего выделения энергии и связанного с ним нагрева электронов является тормозное излучение газа. Однако это излучение существенно зависит от того, как менялась со временем температура электронов, и уже не определяется одним только параметром y . При высокой температуре электронов в близ-

*) Оно получается подстановкой интеграла в уравнение (8.6.1) и многократным интегрированием по частям.

**) С учетом общекосмологического расширения $N = (1+z)^3 \int T^3 R dT$ сохраняется число фотонов в единице сопутствующего объема.

кое к нам время они дадут вклад в рентгеновский фон Вселенной. Наблюдения фона дают ограничение $T_e < 10^8 (1+z)$ °К. С другой стороны, при температуре электронов, ненамного превышающей температуру излучения после рекомбинации, когда плотность велика (например, $T_e = 10^4$ °К от $z=1400$ до $z=300$), возникает тормозное излучение, которое к настоящему времени сместится в область длинных радиоволн и в этой области исказит рэлей-джинсовскую часть спектра РИ.

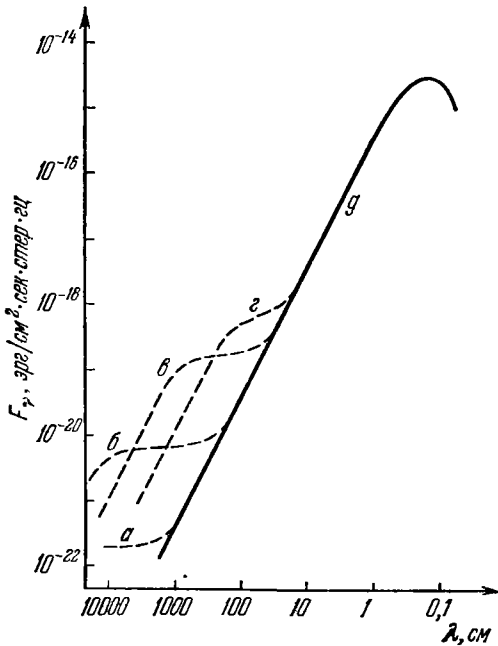


Рис. 39. Результирующий спектр реликтового излучения, искаженный комптоновским рассеянием ($y \approx 0,1$) на горячих электронах плазмы и добавочным излучением, образованным в горячей плазме, температура которой поддерживается на постоянном уровне в некотором интервале красных смещений: а) $T_e = 10^8$ °К, $1394 < z < 1400$; б) $T_e = 10^7$ °К, $1340 < z < 1400$; в) $T_e = 10^6$ °К, $700 < z < 1400$; г) 10^8 °К, $700 < z < 1400$ (в последнем случае комптоновские искажения малы и соответствуют параметру $y \approx 0,01$); д) неискаженный планковский спектр.

$e^{12y} \approx 3$, $y \approx 0,1$. Соответствующее выделение энергии на грамм вещества в настоящее время равно $4\Omega^{-1} 10^{16}$ эрг/г. Для того чтобы получить нужное y , при выделении энергии сразу после рекомбинации при $\Omega=0,4$ нужно поддерживать $T=10^8$ °К в интервале $1400 > z > 1394$, или 10^7 °К в интервале $1400 > z > 1340$, или 10^6 °К в интервале $1400 > z > 700$. Общие затраты энергии при этом меняются от одного случая к другому мало, они составляют $1,4 \cdot 10^{20}$ эрг/г, что в 14 раз

велика (например, $T_e = 10^4$ °К от $z=1400$ до $z=300$), возникает тормозное излучение, которое к настоящему времени сместится в область длинных радиоволн и в этой области исказит рэлей-джинсовскую часть спектра РИ.

Обратимся к наблюдениям РИ, результаты которых собраны в § 3 гл. 5.

В рэлей-джинсовской части, в области длин волн 60 см — $0,5$ см, отклонения от $T_{р.-дж} = 2,7$ °К не превышают 5 или 10%.

Общая плотность излучения известна плохо. Не подтвердились работы, в которых получалось определенное отклонение от равновесного спектра. Однако и та последняя работа [Блейр и др. (1971)], которая согласуется с равновесным спектром, дает болометрическую температуру $3,1_{-0,5}^{+0,5}$ °К; значит, не исключена на верхнем пределе $T=3,6$ °К с плотностью энергии в три раза больше равновесной при $T=2,7$ °К.

Если принять за истину верхний предел, получим

больше ядерной энергии или — при другом механизме — соответствует превращению в тепло кинетической энергии движения со скоростью $1,2 \cdot 10^{10}$ см/сек = 0,4 с.

Однако перечисленные случаи дают различную интенсивность длинноволнового излучения (рис. 39). Поэтому длительный, но слабый нагрев газа (10^6 °К до $z=700$) противоречит наблюдательным данным *). Остается неисключенным вариант горячего газа ($T=10^7$ °К, $1400 > z > 1340$ или $T=10^8$ °К, $1400 > z > 1394$) с $y=0,1$, в котором энергия реликтового излучения почти наполовину приобретена на поздней стадии при $z < 1400$.

Не означает ли такой вариант замаскированного отказа от горячей модели Вселенной? Не следует ли отсюда, что наблюдательные данные не доказывают первичного происхождения так называемого реликтового излучения? Чтобы ответить на эти вопросы, нужно уточнить понятие горячей Вселенной. В этом понятии главное — утверждение, что был период термодинамического равновесия с высокой температурой или, точнее, с большой безразмерной энтропией.

Но это утверждение уже доказано наблюдательными данными в длинноволновой (рэлей-джинсовской) области спектра независимо от того, что дает уточнение общей плотности излучения при болометрических измерениях в максимуме спектра.

Горячие электроны на поздней стадии могут изменить полную энергию излучения, но при этом они оставляют неизменной рэлей-джинсовскую зависимость $F_\nu \sim \nu^2$. Значит, до нагрева электронов спектр был равновесным — Вселенная была горячей, что и требовалось доказать.

Измерения полной плотности излучения необходимы, точность их нужно довести приблизительно до 10%. Эти измерения дадут важные сведения об эволюции после $z=1400$, после общей рекомбинации. Болометрические измерения очень трудны, в настоящее время приемники имеют широкий угол зрения.

В перспективе необычайно интересны одновременные измерения на двух длинах волн, $h\nu < kT_\nu$ и $h\nu \geq 3kT_\nu$, с хорошим угловым разрешением — порядка 0,01 радиана или лучше. Такие измерения дают возможность отличить пространственную неоднородность температуры от искажений спектра.

При пространственной неоднородности флуктуации излучения во всех областях спектра коррелированы — имеют одинаковый знак в каждом элементе телесного угла. При искажении спектра облаками горячих электронов происходит увеличение интенсивности коротких волн и снижение интенсивности длинных волн, флуктуации антикоррелированы.

*) Принимая $\Omega=1$, получим более сильное тормозное излучение по сравнению с $\Omega=0,4$.

До настоящего времени измерения ведутся только в области длинных волн, и флуктуации не обнаружены, даются лишь верхние границы $\frac{\Delta F}{F} \sim 10^{-4}$. Это значит, что и в области коротких волн нельзя рассчитывать на большие флуктуации, откуда видна трудность экспериментов. Косвенно данные по длинным волнам указывают на то, что отдача энергии от электронов излучению, по-видимому, мала, меньше, чем предел, следующий из современных болометрических наблюдений.

§ 7. Излучение межгалактического газа и его плотность

Во введении было указано на практически полное отсутствие нейтрального газа в межгалактической среде и на трудность исследования излучения горячего ионизованного межгалактического газа*). Полное излучение такого газа в расчете на один электрон как функция температуры дается на рис. 40. Одна кривая соответствует чистому водороду, другая — 70% H и 30% He. Характерный

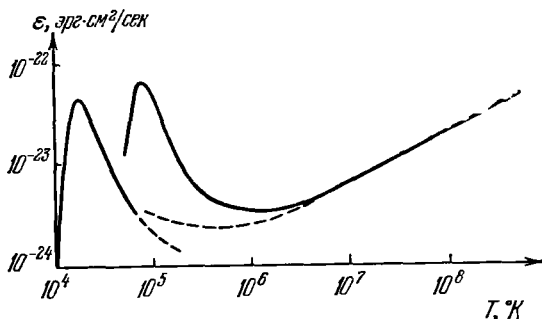


Рис. 40. Зависимость излучения энергии гелиево-водородной плазмой от температуры. По оси ординат отложено излучение энергии плазмой, содержащей 30% He по весу.

максимум при $2 \cdot 10^4$ °К возникает главным образом из-за эмиссии линий водорода, максимум при $T \sim 8 \cdot 10^4$ °К возникает из-за эмиссии линии He II ($\lambda = 304$ Å). При температуре более высокой, чем этот максимум, большая часть энергии излучается тормозным механизмом со спектром который приближенно описывается выражением

$$F_{\nu} \sim e^{-h\nu/kT} g(\nu). \quad (8.7.1)$$

*) Здесь, по «историческим» причинам, расчеты приводятся для $H = 100$ км/сек \times Мпс, $\rho_e = 2 \cdot 10^{-29}$ г/см³. В конце параграфа мы обсудим, как меняются выводы, если $H = 50$ км/сек. Мпс.