

### § 6. Численные оценки

Используем развитую выше теорию для расчета эволюции возмущений в модели Фридмана в нейтральном газе после рекомбинации ( $z \leq 1400$ ). С помощью полученных выше формул можно оценить, какой должна быть амплитуда возмущений плотности и скорости на момент рекомбинации для того, чтобы к сегодняшнему дню могли образоваться галактики и скопления галактик. Можно также рассчитать характерную массу, соответствующую массе Джинса. Следует иметь в виду, что линейная теория, в принципе, может дать ответ только с точностью до порядка величины. Например, с возмущением данной длины волны по соображениям размерности связана определенная масса  $M \sim \left(\frac{\lambda}{2}\right)^3 \rho$ . В действительности в силу статистического характера задачи, даже если возмущения имеют одну определенную длину волны, что нереально, очевидно, что эволюция возмущений приведет к спектру масс. Расчет этого спектра очень труден, к тому же в настоящее время параметры Вселенной определены очень неточно. Особенно плохо мы знаем значение средней плотности. Поэтому необходимо рассматривать весь интервал значений  $1 \gg \Omega \gg 0,025$ .

Примем  $H_0 = 75$  км/сек·Мпс,  $\Omega = 1$ ,  $\rho_0 = 10^{-29}$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho = 10^{-29} (1+z)^3$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{рек}} = 3 \cdot 10^{-20}$  г/см<sup>3</sup>,  $z_{\text{рек}} = 1400$ ,  $T_{\text{рек}} = 3800^\circ\text{К}$ ,  $t_{\text{рек}} \approx 0,5 \cdot 10^{13}$  сек (индекс «рек» — рекомбинация). Длина волны Джинса и соответствующая ей масса на момент рекомбинации равны

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\text{джк}} &\approx \sqrt{\frac{5\pi RT}{3 \mu G \rho}} \approx 8 \cdot 10^7 \sqrt{\frac{T}{\rho}} = 2,8 \cdot 10^{19} \text{ см} \approx 10 \text{ пс}, \\ M_{\text{джк}} &\approx \frac{\lambda^3 \rho}{8} \approx 3,3 \cdot 10^{-11} T^{3/2} \rho^{-1/2} M_{\odot} \approx 5 \cdot 10^6 M_{\odot}. \end{aligned} \right\} \quad (9.6.1)$$

Здесь  $R = 8,3 \cdot 10^7$  эрг/град·моль — газовая постоянная,  $\mu$  — молекулярный вес [ $\mu = 1$  для нейтрального водорода — учет 30% (по весу) He<sup>4</sup> не меняет результат заметной]. Длина, соответствующая  $\lambda_{\text{джк, рек}}$ , в ходе последующего расширения изменяется по закону  $14 \text{ кпс} / (1+z)$ . Следовательно, все объекты, начиная с шаровых скоплений с  $M \approx 10^6 M_{\odot}$ , надкритичны, т. е. превосходят массу Джинса, и их эволюцию после рекомбинации можно рассматривать без учета давления.

В межгалактическом пространстве нет заметной плотности нейтрального газа. Возможно, это указывает на то, что после образования галактик и скоплений галактик газ был разогрет и ионизован вторичными процессами (тогда  $\mu = 1/2$ ). Наблюдения изотропного рентгеновского излучения дают верхний предел  $T < 10^6 (1+z)^\circ\text{К}$ . Принимая этот закон для зависимости  $T(z)$ , получим

$$\lambda_{\text{джк}} < \frac{2,5 \cdot 10^{26}}{(1+z)} \text{ см} = \frac{8}{1+z} \text{ Мпс}, \quad M_{\text{джк}} \approx 10^{13} M_{\odot}. \quad (9.6.2)$$

При такой зависимости  $T(z)$  величина  $M_{\text{дж}}$  не зависит от  $z$ . Те же формулы в предположении  $\Omega=0,025$ ,  $\rho_0=2,5 \cdot 10^{-31}$  г/см<sup>3</sup> дают для нейтрального газа на момент рекомбинации

$$\lambda_{\text{дж}} = 1,8 \cdot 10^{20} \text{ см}, \quad M_{\text{дж}} = 3,1 \cdot 10^6 M_{\odot} \quad (9.6.3)$$

и, наконец, для ионизованного газа с  $T < 10^6 (1+z)$

$$\lambda_{\text{дж}} < \frac{50}{1+z} \text{ Mpc}, \quad M_{\text{дж}} < 6,3 \cdot 10^{13} M_{\odot}.$$

В предположении  $T \approx 10^6 (1+z)^\circ\text{K}$  лишь в большом масштабе (40—60 Mpc), в котором уже неоднородность мала, можно не учитывать влияние давления при  $\Omega \approx 1$ , но если  $\Omega \ll 1$ , то и этот масштаб близок к критическому \*).

Найдем, каковы должны быть возмущения плотности  $\delta_{\text{рек}}$  при красном смещении  $z_{\text{рек}}$ , т. е. на момент рекомбинации, для того, чтобы сделать возможным рождение отдельных объектов при  $z = z_{\text{рожд}}$  ( $z_{\text{рожд}}$  выбираем в интервале 2—10); при этом полагаем, что возмущения скорости отсутствовали:

$$\delta_{\text{рожд}} = 1 = A \delta_i(z_{\text{рожд}}), \quad \delta_{\text{рек}} = \frac{5}{3} A \delta_i(z_{\text{рек}}) = \frac{5}{3} \frac{\delta_i(z_{\text{рек}})}{\delta_i(z_{\text{рожд}})}$$

(множитель 5/3 учитывает, что при  $z = z_{\text{рек}}$   $\mathbf{v} = 0$ ). При  $\Omega = 1$  и  $\delta_i \sim (1+z)^{-1}$  это дает

$$\delta_{\text{рек}} = 1,2 \cdot 10^{-3} (1 + z_{\text{рожд}}).$$

В случае  $\Omega = 0,025$ , если  $z_{\text{рожд}} < 20$ , то

$$\delta_{\text{рек}} \approx 2 \cdot 10^{-2}.$$

Если же на момент рекомбинации возмущения плотности малы, а велики возмущения скорости, то можно найти величину  $D_{\text{рек}}$ , приводящую к  $\delta(z_{\text{рожд}}) = 1$ . В этом случае амплитуда возмущений скорости зависит от масштаба возмущений или от охваченной возмущением массы.

Для  $\Omega = 1$  мы получаем

$$D_{\text{рек}} = 2,5 \cdot 10^{-16} (1 + z_{\text{рожд}}) \text{ сек}^{-1},$$

$$\begin{aligned} v_{\text{рек}} &= D_{\text{рек}} \frac{\lambda_{\text{рек}}}{2\pi} = D_{\text{рек}} \frac{\lambda_0}{2\pi z_{\text{рек}}} = 3 \cdot 10^{-20} (1 + z_{\text{рожд}}) \lambda_0 = \\ &= 10^5 (1 + z_{\text{рожд}}) (\lambda_0 \text{ Mpc}) = 3 \cdot 10^{-6} c (1 + z_{\text{рожд}}) (\lambda_0 \text{ Mpc}) = \\ &= 4 \cdot 10^5 (1 + z_{\text{рожд}}) \left( \frac{M}{10^{12} M_{\odot}} \right)^{1/2} = 10^{-5} c (1 + z_{\text{рожд}}) \left( \frac{M}{10^{12} M_{\odot}} \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

\*) Подчеркнем еще раз, что выражение  $T = 10^6(1+z)$  есть только верхний предел. При рекомбинации и в последующем периоде до  $z \approx 100$  теплообмен газа и излучения велик, и другие соображения показывают, что температура заведомо была низка.

Если в соответствии с наблюдениями взять наибольший масштаб  $60 \text{ Mpc}$  на сегодня и потребовать рождения при красном смещении  $z_{\text{рожд}}=2$ , то  $v_{\text{рек}} \approx 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$  на момент рекомбинации и, соответственно,  $v_{\text{рожд}} \approx 10^{-2} \text{ с}$ . Величину  $D_{\text{рек}}$  — дивергенцию скорости возмущения — интересно сравнить с дивергенцией скорости невозмущенного движения,  $D_{\text{рек}}^0 = -3H(t) = -\frac{2}{t_{\text{рек}}}$  в момент рекомбинации. При  $\Omega=1$  получим  $D_{\text{рек}}^{(0)} = 2 \cdot 10^{-13}$ .

Для  $\Omega=0,025$  и  $z_{\text{рожд}} < 20$  соответствующие расчеты дают

$$D_{\text{рек}} = 0,8 \cdot 10^{-15} \text{ сек}^{-1},$$

$$v_{\text{рек}} = 10^{-19} \lambda_0 = 0,3 \cdot 10^6 \lambda_0 \text{ Mpc} = 10^{-5} c \lambda_0 \text{ Mpc} =$$

$$= 4 \cdot 10^8 \left( \frac{M}{10^{12} M_{\odot}} \right)^{1/2} = 10^{-4} c \left( \frac{M}{10^{12} M_{\odot}} \right)^{1/2}.$$

Существует качественная разница между случаем  $\Omega=1$  (или  $\Omega > 1$ ) и случаем  $\Omega \ll 1$ . В случае большой плотности ( $\Omega \geq 1$ ) рост малых возмущений продолжается до настоящего времени. В некоторых масштабах нарастание возмущений, возможно, закончилось давно, при некотором  $z_{\text{рожд}}$ , как это принято выше, но только в том случае, если в этом масштабе  $\delta=1$  при  $z=z_{\text{рожд}} > 1$ . Тогда наступает нелинейная стадия и образуются галактики и скопления галактик в состоянии динамического равновесия. Даже в этом случае наблюдения показывают, что в больших масштабах ( $> 60 \text{ Mpc}$ ) возмущения еще меньше единицы, следовательно, в этих масштабах рост возмущений продолжается при  $\Omega \geq 1$ .

В случае низкой плотности ( $\Omega \ll 1$ ) необходимо предположить, что почти все вещество уже перешло в галактики и скопления галактик. Но рост возмущений в моделях с низкой плотностью прекращается при  $z=z_1 \sim 20$  для  $\Omega=0,025$ . Поэтому приходится предполагать, что основная масса галактик и скоплений галактик образовалась рано, во всяком случае при  $z > 10$ , длинноволновые возмущения остаются малыми и не растут уже давно, с периода  $z < z_1$ .

Расчеты для  $\Omega=0,025$  не точны даже при предположении  $P=0$  и в рамках линейной теории. Плотность излучения  $\rho_{\gamma} = \frac{e_{\gamma}}{c^2} = 1,8 \cdot 10^{-21} \text{ г/см}^3$  на момент рекомбинации, тогда как плотность вещества при  $z=z_{\text{рек}}$  и  $\Omega=0,025$  равна  $\rho_{\text{вещ}} \sim 0,8 \cdot 10^{-21} \text{ г/см}^3$ .

Излучение непосредственно не взаимодействует с нейтральным газом, но скорость расширения невозмущенной Вселенной больше, чем без учета гравитации излучения. К плотности электромагнитного излучения нужно добавить нейтрино и т. п. Этот эффект важен некоторое время после рекомбинации. Расчеты Гюйо и Зельдовича (1970) показывают, что при учете влияния плотности излучения необходимо задавать возмущения в 2—4 раза большие, чем полученные выше.