Следовательно, эффект — порядка единицы при переходе через нижнюю границу области устойчивости $t=t_1$. В этот момент $\omega\sim\sim 1/t_1$, $\lambda\sim\lambda_{дж}$ (мы полагаем $\rho_{тнч}\sim\rho$). Однако в дальнейшем, как показал Пиблс (1973а) затухание снова мало; таким образом, при переходе границы устойчивости происходит однократное уменьшение амплитуды в $\sqrt{e}$ раз (или около того), и на этом влияние ТНЧ ограничивается.

С другой стороны, до перехода границы устойчивости, при $t\ll t_1$, затухания возмущений, очевидно, не происходит. Уже отмечалось, что возмущенную область в этом периоде можно рассматривать как независимо развивающийся участок Вселенной с измененными (по сравнению с окружающим веществом) начальными параметрами. На краях возмущенной области имеют место градиенты плотности, давления, скорости, и от краев в глубь возмущенной области идут волны разгрузки, нарушающие вышеописанную идиллическую картину. Условие $t<t_1$ есть условие, чтобы разгрузка не затронула всю область; но скорость волны разгрузки $c/\sqrt{3}$ мало отличается от скорости ТНЧ, равной c, поэтому при $t\ll t_1$ картина эволюции возмущенной области сохраняется и в присутствии ТНЧ.

Итак, общий вывод заключается в том, что во всем интервале масштабов возмущений, где имеет место период акустических колебаний, присутствие ТНЧ вызывает очень небольшое уменьшение амплитуды колебаний по сравнению с теорией, не учитывающей ТНЧ. Это уменьшение практически не зависит от масштаба и происходит в период превращения растущих возмущений в колебательные (акустические).

§ 4. Энтропийные возмущения

Первичная плазма состоит из двух различных субстанций: излучения и вещества. Поэтому можно представить себе, что состав смеси, т. е. отношение вещества и излучения, может быть непостоянным, изменяться от точки к точке.

Неоднородности такого типа на ранних стадиях расширения, при $\rho_\gamma\gg\rho_{вещ}$, не вызывают движения вещества или излучения и заморожены. Позже, после рекомбинации, неоднородности в распределении вещества на фоне однородного излучения приведут к возникновению движения качественно тем же путем, что и адиабатические возмущения.

В качестве первого приближения рассмотрим возмущения плотности вещества

$$\rho_{вещ}=\bar{\rho}_{вещ}(1+\delta_{вещ}(t)e^{ikx}) \qquad (10.4.1)$$

на фоне однородного излучения $\rho_\gamma=\text{const}$. Предположим, что скорость вещества $u_{вещ}\neq 0$, тогда как фоновое излучение покоится,

$u_\gamma=0$. Сила трения, действующая на единицу массы вещества, равна

$$f=-\frac{4}{3}\frac{\sigma_\text{т}}{m_\text{p}}\frac{u_\text{вещ}-u_\gamma}{c}\rho_\gamma c^2=-\gamma u_\text{вещ},\qquad \gamma=\frac{4}{3}\frac{\sigma_\text{т}\rho_\gamma c}{m_\text{p}}. \tag{10.4.2}$$

Уравнения сохранения вещества и движения приводятся к виду

$$\begin{aligned}&\frac{d\delta_\text{вещ}}{dt}=-iku_\text{вещ},\\&\frac{du_\text{вещ}}{dt}=-ikb^2_\text{вещ}\delta_\text{вещ}-\gamma u_\text{вещ}+\frac{i}{k}4\pi G\rho_\text{вещ}\delta_\text{вещ}.\end{aligned} \tag{10.4.3}$$

В уравнении движения учтены действие давления самого вещества [но не излучения(!); изотермическая скорость звука в веществе $b^2_\text{вещ}=RT$], сила трения и гравитация. В этой теории, типа теории Джинса, ответ должен иметь вид $\delta_\text{вещ}$, $u_\text{вещ}\sim e^{\omega t}$, где ω определяется уравнением

$$\omega^2=4\pi G\rho_\text{вещ}-k^2b^2_\text{вещ}-\gamma\omega. \tag{10.4.4}$$

В пределе длинных волн,

$$k\ll k^*_\text{дж}=\left(\frac{4\pi G\rho_\text{вещ}}{b^2_\text{вещ}}\right)^{1/2},\qquad \lambda\gg\lambda^*_\text{дж}=\frac{2\pi}{k^*_\text{дж}},\qquad M\gg M_\text{дж}\sim\frac{5\cdot10^4}{\sqrt{\Omega}}M_\odot,$$
$$\omega_1=\frac{4\pi G\rho_\text{вещ}}{\gamma},\qquad \omega_2=-\gamma. \tag{10.4.5}$$

Очевидно, есть неустойчивость, $\omega_1>0$, но рост возмущений происходит очень медленно. Подставляя численные значения, получим на момент рекомбинации [при $\Omega\leqslant0{,}07$; иначе необходимо учитывать иной закон расширения в период от $z=z_1$ ($\rho_\gamma=\rho_\text{вещ}$) до $z_\text{рек}$]

$$\left.\begin{aligned}\rho_\text{вещ}&=3\cdot10^{-20}\,\Omega\ г/см^3,\quad b^2_\text{вещ}=5{,}7\cdot10^{11}\ см^2/сек^2,\\ \rho_\gamma&=2\cdot10^{-21}\ г/см^3,\\ \sigma_\text{т}&=0{,}665\cdot10^{-24}\ см^2,\quad \gamma=3\cdot10^{-11}\ сек^{-1},\\ t_\text{рек}&=1{,}5\cdot10^{13}\ сек,\\ \omega_1&=8\cdot10^{-16}\,\Omega\ сек^{-1},\quad \omega_2=-3\cdot10^{-11}\ сек^{-1},\\ \omega_1t_\text{рек}&=1{,}2\cdot10^{-2}\,\Omega,\quad \omega_2t_\text{рек}=-450.\end{aligned}\right\} \tag{10.4.6}$$

Хотя в принципе усиление «нарастающей моды» происходит, оно почти полностью подавляется трением, $\exp\left(\int\omega_1\,dt\right)\leqslant1{,}012$. Второй корень, ω_2, соответствует затуханию начальных возмущений скорости движения вещества относительно фона излучения без возмущений плотности; движение вещества быстро затухает, интеграл $\int\omega_2\,dt$ расходится, так как $\omega_2\sim t^{-2}$.

Второй предельный случай соответствует коротким волнам, $\lambda<\lambda^*_{\text{дж}}$, $M<5\cdot 10^4 M_\odot$. В этом случае оба корня отрицательны: $\omega_1=-\frac{k^2 b^2_{\text{вещ}}}{\gamma}$, $\omega_2=-\gamma$. Условие $|\omega_1 t|_{\text{рек}}=1$ выполнено для $k_{\text{рек}}=3\cdot 10^{-18}$ *см*$^{-1}$. Это значит, что для всех масс $M>15\Omega M_\odot$ эволюцией возмущений плотности вещества (в течение всего периода от сингулярности до рекомбинации) можно полностью пренебречь. Начальное распределение плотности вещества в сопутствующем пространстве сохраняется с очень ранних моментов (от сингулярности) вплоть до момента рекомбинации. Возмущения в малых масштабах, $M<15\Omega M_\odot$, сглаживаются из-за движения вещества относительно излучения. Можно, конечно, подробно исследовать процесс сглаживания, который протекает с колебаниями (при $k>\gamma/b_{\text{вещ}}$) или без колебаний (при $k<\gamma/b_{\text{вещ}}$). Однако такая бесплодная любознательность похожа на позицию врача, который, узнав, что его пациент умер, настойчиво интересуется, икал ли больной перед смертью.

Не затухают к моменту рекомбинации — а следовательно, остаются практически такими же, как и в начальный момент (как угодно близкий к сингулярности),— энтропийные возмущения с $M>15\Omega M_\odot$. Однако сразу после рекомбинации решающую роль играет давление нейтрального газа, с учетом которого джинсовская масса равна $M_1=5\cdot 10^4\Omega^{-1/2}M_\odot$.

Энтропийные возмущения с $10^5 M_\odot\leqslant M\leqslant M_1$ сохраняются (постоянны до рекомбинации, но переходят в акустические колебания нейтрального газа и быстро затухают после рекомбинации). Возмущения с $M_1>M$ сохраняются до рекомбинации, а затем нарастают!

Существуют гипотезы, в которых образование объектов с массой порядка M_1 [сверхзвезды — Дорошкевич, Зельдович, Новиков (1967а) или шаровые скопления — Дикке и Пиблс (1968)] рассматривается как следствие энтропийных возмущений.

Отметим, наконец, что идеализированная картина энтропийных возмущений на фоне постоянного давления излучения справедлива лишь при длине волны меньше $ct_{\text{рек}}$, т. е. при массе меньше $M\sim 10^{16}$—$10^{17}M_\odot$.

Это условие необходимо для того, чтобы действительно успело произойти выравнивание давления.

Легко убедиться, что в предельном случае волнового вектора $k\to 0$ (или возмущенной массы $M\to\infty$) энтропийные возмущения в плоском мире приводят лишь к затухающему возмущению плотности *)! Сравним два плоских мира с различной энтропией вещества, эволюционирующих независимо друг от друга. В пределе

*) При возмущении энтропии Вселенная сохраняет топологию — не переходит к закрытым или открытым мирам.

$t \to \infty$ плотность излучения при любой конечной энтропии становится малой по сравнению с плотностью вещества. И, следовательно, $\rho_{\text{вещ}} \to \frac{1}{6\pi G t^2}$ независимо от энтропии; относительное различие плотности, зависящее от различия энтропии, с течением времени стремится к нулю.

Детальное исследование длинноволновых энтропийных возмущений в наблюдениях может быть, вероятно, отложено до тех пор, пока не появятся какие-либо признаки наличия и существенной роли таких возмущений (см. § 8 гл. 14).

§ 5. Вращательные возмущения

Вращательные (вихревые) возмущения рассматривались в предыдущей главе. Здесь отметим особенности поведения вращательных возмущений в теории горячей Вселенной, связанные а) с изменением массы излучения в ходе адиабатического расширения и б) с фотонной вязкостью.

Напомним, что в данной главе проводится ньютоновское рассмотрение линейной задачи. Поэтому в дальнейшем мы снова и снова будем возвращаться к вращательным возмущениям — в трактовке общей теории относительности и в нелинейной теории, когда возникает турбулентное движение.

Каков закон эволюции вращательной скорости в простейшем случае идеальной невязкой жидкости? Рассмотрим сферу радиуса R с плотностью ρ и скоростью $\boldsymbol{u} = [\omega \times \boldsymbol{r}]$. Максимальное значение скорости $u_{\max} = |\omega| R$ достигается на экваторе. Момент импульса сферы равен $0{,}4 \frac{4}{3} \pi \rho R^5 \omega$. Если трение отсутствует, то момент импульса сохраняется при расширении. При этом $R = R_0 \, a(t)$ и $\rho = \rho_0 a^{-3}(t)$ в случае вещества ($P = 0$) и $\rho = \rho_0 a^{-4}(t)$ в случае излучения ($P = \varepsilon/3$). Поэтому

$$\omega \sim a^{-2}, \quad u_{\max} \sim a^{-1} \quad \text{для} \quad P = 0, \tag{10.5.1}$$

$$\omega \sim a^{-1}, \quad u_{\max} \sim \text{const} \quad \text{для} \quad P = \varepsilon/3. \tag{10.5.2}$$

На ранних стадиях эволюции Вселенной вихревая (вращательная) скорость сохраняется при расширении!

Этот закон может быть получен более простым путем: так как при вращательном движении не возникают градиенты давления (по крайней мере в линейном приближении), то поступательное движение данного сопутствующего объема подчиняется тем же законам, что и движение невзаимодействующей частицы:

$$\tilde{p} a = \text{const}, \tag{10.5.3}$$

где $\tilde{p}$ — импульс:

$$\tilde{p} = Mu = \rho V u. \tag{10.5.4}$$