для $M \ll 10^5 M_\odot$, так как эти возмущения не растут после рекомбинации в силу критерия Джинса.

Теперь, если считать, что спектр δ и в области $M \ll 10^5\, M_\odot$ имеет тот же характер, что и при $M > 10^5\, M_\odot$, то при малых M возможно δ порядка единицы. При знакопеременном δ это означает, что есть области, где $n_B = n_{B_0}(1+\delta) < 0$, т. е. n_B становится отрицательным.

Такие области нужно рассматривать как области, занятые антивеществом. «Вмороженность» возмущений δ в РД-периоде, т. е. независимость от времени (см. § 4 гл. 10), относится только к достаточно большим массам, $M > M_\odot$.

Если $|\delta(M)| > 1$ при $M < M_\odot$, то такие возмущения затухают, причем затухание означает аннигиляцию малых областей с избытком антивещества, вкрапленных в плазму с избытком вещества. Сюняев, Зельдович (1970б), исходя из отсутствия искажений спектра, получили определенные ограничения на величину $\delta(M)$ в области $10^{-3}\, M_\odot < M < 1 M_\odot$: $\delta < 10$ на нижнем краю и $\delta < 0{,}5$ на верхнем краю указанного интервала масс *).

Если будет доказано существование энтропийных возмущений с $M \approx 10^5\, M_\odot$, то ограничения на δ при меньших массах и отсутствие областей с антивеществом окажутся особенно существенными. При случайном заполнении Вселенной веществом и антивеществом на ранней стадии (в равновесии) барионы и антибарионы сосуществуют при $T \gg m_p c^2$, кажется неизбежным появление областей с избытком барионов. Но возможна и другая картина. Предположим, что первично везде энтропия постоянна и везде есть избыток барионов. Движение вещества ведет к локальному появлению ударных волн, к росту энтропии и появлению флуктуаций энтропии. После выравнивания давления n_B зависит от координат, однородность утеряна, возникли флуктуации. Но эти флуктуации таковы, что везде $n_B > 0$, аннигиляции (при $T \ll m_p c^2$) не происходит.

В заключение подчеркнем, что наблюдения, хотя и недостаточно определенно, указывают на картину эволюции Вселенной с везде положительным барионным зарядом.

§ 3. Адиабатические возмущения, акустические колебания и влияние их на спектр РИ

В связи с теорией образования галактик было выяснено, что необходимая амплитуда возмущений до рекомбинации порядка

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim \frac{u\sqrt{3}}{c} \sim 10^{-4} \qquad (15.3.1)$$

*) Эти ограничения связаны с зависимостью от z количества энергии, искажающей спектр. По сравнению с оригинальной статьей Сюняева, Зельдовича нижняя граница $10^{-3}\, M_\odot$ изменена в связи с учетом высокотемпературной диффузии (см. выше). На верхней границе учтено, что при $\sqrt{\overline{\delta^2}} < 1$ в гауссовом распределении тем не менее есть области, где $\delta < -1$.

Эта амплитуда относится к возмущениям, длина волны которых соответствует массе порядка $10^{13}\,M_\odot$. Возмущения меньшей длины волны затухают в РД-плазме вследствие фотонной вязкости и теплопроводности.

Вопрос, который рассматривается ниже, заключается в том, можно ли обнаружить эти коротковолновые возмущения косвенно, по искажениям спектра реликтового излучения.

Как было выяснено раньше (см. гл. 8), с современной методикой наблюдений можно обнаружить выделение энергии порядка 3—10% ε_γ при $1400<z<10^4$ и порядка 100% ε_γ при $10^5<z<10^7$ *). Но энергия колебаний равна удвоенной кинетической энергии. По порядку величины плотность энергии колебаний есть

$$\rho u^2=\rho c^2\,\frac{1}{3}\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2. \tag{15.3.2}$$

Амплитуда акустических волн вблизи порога затухания $\frac{\delta\rho}{\rho}\sim 10^{-4}$ даст $\varepsilon\sim 10^{-8}\,\rho c^2\sim 10^{-8}\,\varepsilon_\gamma$, т. е. весьма малую величину.

Эффект обнаружимого искажения спектра возможен лишь в том случае, если амплитуда коротковолновых возмущений велика — порядка $\frac{\delta\rho}{\rho}=0{,}2—0{,}3$ для возмущений, затухающих при $1400<z<10^4$, и $\frac{\delta\rho}{\rho}\sim 1$ для возмущений, затухающих при $10^5<z<10^8$.

В линейной теории возмущений затухание в первом (ближайшем к нам) интервале z имеет место для возмущений с $10^{12}>M>10^8 M_\odot$, а во втором интервале для $10^5 M_\odot>M>10^{-4}M_\odot$. Однако именно потому, что ограничения на амплитуду очень слабые, амплитуда может быть значительной, и линейная теория затухания возмущений оказывается неприменимой.

Какие ограничения на возмущения можно сделать априори, не опираясь на исследования спектра реликтового излучения?

Возмущения плотности связаны с возмущениями метрики. По порядку величины возмущения метрики в момент, когда линейный размер возмущения равен $l=ct_{\text{рек}}\left(\frac{M}{10^{17}M_\odot}\right)^{2/3}$, равны возмущениям плотности в акустическом периоде, когда амплитуда возмущений метрики не нарастает, $t>t_{\text{рек}}\left(\frac{M}{10^{17}M_\odot}\right)^{2/3}$.

Возмущения метрики порядка единицы исключаются с большой уверенностью. В самом деле, такие возмущения могут приводить к появлению отдельных коллапсирующих плазменных образований. При $\frac{\delta\rho}{\rho}\sim 1$ общая плотность таких «черных дыр» космоло-

*) Здесь мы не вдаемся в детали, приводятся значения, относящиеся к $\Omega\approx 0{,}3$ (все подробности (см. в гл. 8).

гического происхождения была бы сегодня огромной. Надо учесть, что при раннем коллапсе, на РД-стадии, фотоны давали бы подавляющий вклад в массу таких объектов, предсказываемых общей теорией относительности («отонов»). Общая плотность отонов была бы больше плотности обычного вещества даже в том случае, когда лишь в малой части пространства происходит коллапс и образование отонов [см. Зельдович, Новиков (1967б, 1971), Хоукинг, Карр (1973)].

Итак, с уверенностью можно требовать $\frac{\delta\rho}{\rho} < 1$.

Другое ограничение на амплитуду акустических волн возникает по более прозаической причине, и оно, по-видимому, более действенно. Акустические колебания рассматривались выше в линейной теории, справедливой для малой амплитуды. Предполагалось, что амплитуда остается постоянной на протяжении длительного времени, от момента начала акустических колебаний до момента начала диссипации (§ 2 гл. 10). За это время волны малого масштаба — с малой длиной волны и малым периодом — успевают совершить много колебаний. Становятся существенными нелинейные эффекты: превращение синусоидальных волн в ударные [Пиблс (1970)], генерация высших гармоник. Оба эффекта неразрывно связаны между собой. Последовательное и строгое рассмотрение эволюции «акустической турбулентности», совокупности случайных акустических волн дано в работе Захарова и Сагдеева (1970).

Задачу легко решить для упрощенной модели — одномерного движения без учета космологического расширения.

Скорость распространения малого возмущения относительно неподвижной системы равна [см. Ландау и Лифшиц (1953)]

$$\frac{dx}{dt} = b_{\text{зв}} + u = b_0\left(1 + \alpha\frac{\delta\rho}{\rho}\right) + \beta b_0\frac{\delta\rho}{\rho} = b_0\left(1 + \gamma\frac{\delta\rho}{\rho}\right), \quad (15.3.3)$$

где b_0 — невозмущенная скорость звука, α, β, γ — безразмерные коэффициенты порядка единицы. Синусоидальная волна превратится в пилообразную за то время, когда расстояние между вершиной и впадиной волны (т. е. половина длины волны) будет преодолено за счет различия скоростей распространения, $b_0(1+\gamma\delta^*)$ и $b_0(1-\gamma\delta^*)$, где $\delta^* = \left|\frac{\delta\rho}{\rho}\right|$. Это время порядка $t_{\text{зв}} = \frac{1}{\omega\delta^*}$. На следующем этапе распространение пилообразной волны сопровождается диссипацией акустической волны *):

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\delta^{*2}\rho b_0^2}{dt} = \frac{\rho u^3}{\lambda} = \frac{\rho\delta^{*3}b_0^3}{\lambda} = \omega\rho b_0^2\delta^{*3}. \quad (15.3.4)$$

---

*) Как известно, в ударной волне градиенты автоматически подстраиваются так, чтобы дать диссипацию энергии, следующую из законов сохранения при сколь угодно малых коэффициентах вязкости и теплопроводности [см., например, Зельдович, Райзер (1966)]. На другом языке, образование ударной волны сопровождается появлением в спектре высших гармоник.

Здесь ρu^3 есть скорость диссипации энергии на единице поверхности ударной волны при амплитуде изменения скорости u в ударной волне. Это уравнение (в котором систематически опускались численные множители порядка единицы) легко интегрируется. Ответ имеет вид

$$\delta^* = \frac{\delta_0^*}{\delta_0^* + \delta_0^* \omega (t - t_0)} < \frac{1}{\omega (t - t_0)}. \qquad (15.3.5)$$

Таким образом, по истечении определенного числа колебаний $N \sim \omega (t - t_0)$ безразмерная амплитуда должна быть меньше $1/N$ независимо от начальной амплитуды — таков результат нелинейной теории. Время возникновения ударной волны из гладкой (например, синусоидальной) порядка $\frac{1}{\delta_0^* \omega}$ и соответствует времени падения амплитуды вдвое; учет периода установления в пределе не меняет результат, относящийся к большой общей длительности процесса.

Какие изменения вносит отказ от упрощенной модели? При учете общего космологического расширения нужно иметь в виду изменение длины волны и частоты *) $\lambda \sim \sqrt{t}$, $\omega \sim \frac{1}{\sqrt{t}}$ и вместо произведения $\omega (t - t_0)$ будет интеграл $\int_{t_0}^{t} \omega \, dt$. На нижнем пределе как раз $\lambda_0 = ct_0$, $\omega_0 t_0 = 1$, так что

$$N = \int_{t_0}^{t} \omega \, dt = \sqrt{\frac{t}{t_0}} - 1 \approx \sqrt{\frac{t}{t_0}} \approx \frac{z_0}{z}. \qquad (15.3.6)$$

Здесь $z_0 = 5 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{M}{M_\odot}}$, величину z выбираем порядка 10^5 в соответствии с моментом, начиная с которого наступают искажения спектра. Труднее учесть тот факт, что волны распространяются во всех направлениях. Рассмотрение нужно вести на языке генерации гармоник при нелинейном взаимодействии волн.

Эффективное взаимодействие возникает лишь для волн, длительно действующих вместе с постоянным соотношением фаз. Проекция скорости одной волны на направление другой равна $b_0 (1 + \gamma \delta^*) \cos \theta$, где θ — угол между волновыми векторами. Потребуем, чтобы обе поправки, $\gamma \delta^*$ и $(1 - \cos \theta)$, были одного порядка, чтобы изменение скорости волны компенсировало наклон θ. Отсюда получим эффективный угол, при котором происходит взаимодействие:

$$\theta < \sqrt{\delta^*},$$

*) При этом существенно, что рассматривается РД-период, само расширение не изменяет амплитуду волны.

и соответствующий телесный угол составляет следующую долю от полного:

$$\frac{\pi\theta^2}{4\pi} \approx \delta^*. \tag{15.3.7}$$

В другом варианте теории эта доля равна δ^{*2}.

Соответственно для перекачки энергии в высшие гармоники получим

$$\frac{d\delta^{*2}}{dt} = \omega\delta^{*3+n}, \tag{15.3.8}$$

где $n=1$ или 2. Решение этого уравнения (опять-таки с опущенным численным множителем) есть

$$\delta^* = \left(N + \delta_0^{*\,-n-1}\right)^{-\frac{1}{n+1}} < N^{-\frac{1}{n+1}}. \tag{15.3.9}$$

Выпишем максимальную долю ε энергии, которая может пойти на искажение спектра (уцелев после более раннего периода нелинейного затухания *)) при $z=10^5$ или 10^6. При $n=1$ и $M=10^4\ M_\odot$ $\varepsilon=0{,}005$ для $z=10^5$ и $\varepsilon=0{,}05$ для $z=10^6$; при $n=1$ и $M=1\ M_\odot$ $\varepsilon=0{,}002$ для $z=10^6$. Если же $n=2$, то при $M=10^4\ M_\odot$ и $z=10^5$ $\varepsilon=0{,}03$; при том же M и $z=10^6$ $\varepsilon=0{,}12$; соответственно при $M=1M_\odot$ и $z=10^6$ $\varepsilon=0{,}016$.

Итак, вывод заключается в том, что с учетом нелинейного затухания акустических колебаний искажения спектра реликтового излучения порядка нескольких процентов могли бы дать лишь волны масштаба от $10^3 - 10^4{}_\odot M$ до $10^{12}\ M_\odot$ при достаточно большой (больше 0,2—0,3) начальной амплитуде. Волны меньшего масштаба при любой начальной амплитуде из-за нелинейных эффектов ослабляются в раннем периоде. К тому же амплитуды возмущений порядка единицы исключены, так как они привели бы к образованию отонов.

Уже отмечалось, что адиабатическую теорию возмущений можно рассматривать на всем протяжении эволюции Вселенной от сингулярного состояния. При этом достаточно задать в сингулярном состоянии конечные флуктуации метрики, а флуктуации плотности $\frac{\delta\rho}{\rho}$ могут быть выбраны равными нулю при $t \to 0$.

Спектр флуктуаций метрики может быть выбран плоским [Гаррисон (1970а). Зельдович (1973а)], с амплитудой возмущений метрики порядка $10^{-3} - 10^{-4}$ на всех длинах волн. При этом возмущения спектра соответствуют выделению энергии порядка $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = (10^{-6} - 10^{-8}) \ln\frac{M_2}{M_1}$, где $M_1 - M_2$ есть интервал масс таких, что соответствующие возмущения затухают в «чувствительном» периоде

*) Подчеркнем, что при $\delta_0 > N^{-\frac{1}{n+1}}$ остающаяся энергия не зависит от начальной.

эволюции, между $z_1 \sim 10^6$ и $z_2 = 1400$. Для $M_2 \sim 10^{12}\ M_\odot$ и $M_1 \sim \sim 10^{-6} M_\odot$ получим $\ln \frac{M_2}{M_1} = 4{,}5 \ln \frac{z_2}{z_1} = 50$. Но даже такой большой логарифмический множитель не может компенсировать малость исходных возмущений метрики, входящих в квадрате. Получается $\frac{\Delta\varepsilon}{\dot\varepsilon} < 10^{-4}$, что на один-два порядка меньше предела чувствительности возмущений спектра.

В целом адиабатическая теория образования галактик вполне согласуется с отсутствием искажений спектра реликтового излучения.

§ 4. Возмущения пространственной однородности и изотропии реликтового излучения

Согласно общепринятой концепции, Вселенная с большой точностью однородна и изотропна, во всяком случае, в течение большей части времени расширения. Наиболее точно эту концепцию подтверждает независимость интенсивности (спектра, температуры) реликтового излучения от направления. До сих пор не обнаружены отклонения, которые превышали бы точность опыта *) $\left(\frac{\Delta T}{T}\right) < 10^{-3}$. Отсюда и следует разумность выбора однородной изотропной модели в качестве первого приближения.

В следующем приближении нужно учесть возмущения, нарушающие однородность и изотропию. Надо полагать, что эти возмущения могут быть различных типов и имеются во всех пространственных масштаб... — от нуля до бесконечности (или от нуля до размера Вселе... случае замкнутой модели). Амплитуда возмущений м... азличной в разных масштабах.

С точ... ...логии для характеристики исходного состоян... ...плитудой изменения метрики $\sim 10^{-4}$ в ма... ...ль же интересны, как и возмущения с ...табе $10^{24}\ M_\odot$ или 0,1 (?) в масштабе ...е амплитуда порядка 10^{-4} во всем

... что возмущения плотности $\delta \sim$ ... $\delta > 1$ на сегодняшний день **)

Сл...

где θ...

поправки, ...

скорости волн...

фективный угол, ...

*) При этом существенно, что рас... ние не изменяет амплитуду волны.

...ı претендуют на точность еще на ...973)].

...новения жизни и разума в пе... до $\delta \gg 1$, т. е. до нелинейной ...асштабах $\delta < 1$, тел нет, нет ...новения ядер тяжелее Н ...определяются мировыми ...м удельной энтропии) $10^{13}\ M_\odot$, определяе... (1974).