эволюции, между $z_1 \sim 10^8$ и $z_2 = 1400$. Для $M_2 \sim 10^{12}\ M_\odot$ и $M_1 \sim$ $\sim 10^{-8} M_\odot$ получим $\ln \frac{M_2}{M_1} = 4{,}5 \ln \frac{z_2}{z_1} = 50$. Но даже такой большой логарифмический множитель не может компенсировать малость исходных возмущений метрики, входящих в квадрате. Получается $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} < 10^{-4}$, что на один-два порядка меньше предела чувствительности возмущений спектра.

В целом адиабатическая теория образования галактик вполне согласуется с отсутствием искажений спектра реликтового излучения.

§ 4. Возмущения пространственной однородности и изотропии реликтового излучения

Согласно общепринятой концепции, Вселенная с большой точностью однородна и изотропна, во всяком случае, в течение большей части времени расширения. Наиболее точно эту концепцию подтверждает независимость интенсивности (спектра, температуры) реликтового излучения от направления. До сих пор не обнаружены отклонения, которые превышали бы точность опыта *) $\left(\frac{\Delta T}{T}\right) < 10^{-3}$. Отсюда и следует разумность выбора однородной изотропной модели в качестве первого приближения.

В следующем приближении нужно учесть возмущения, нарушающие однородность и изотропию. Надо полагать, что эти возмущения могут быть различных типов и имеются во всех пространственных масштаб[illegible] — от нуля до бесконечности (или от нуля до размера Вселе[illegible] случае замкнутой модели). Амплитуда возмущений мо[illegible]зличной в разных масштабах.

С точ[illegible]логии для характеристики исходного состоян[illegible]плитудой изменения метрики $\sim 10^{-4}$ в ма[illegible]ль же интересны, как и возмущения с [illegible]табе $10^{24}\ M_\odot$ или 0,1 (?) в масштабе [illegible]е амплитуда порядка 10^{-4} во всем

[illegible] что возмущения плотности $\delta \sim$ [illegible] $\delta > 1$ на сегодняшний день **)

Ск[illegible]
где [illegible]
поправки, [illegible]
скорости волн[illegible]
фективный угол, [illegible]

---

*) При этом существенно, что рас[illegible]ние не изменяет амплитуду волны.

[illegible] претендуют на точность еще на [illegible]973)].

[illegible]новения жизни и разума в пе[illegible] до $\delta \gg 1$, т. е. до нелинейной [illegible]асштабах $\delta < 1$, тел нет, нет [illegible]новения ядер тяжелее Н [illegible]определяются мировыми [illegible]м удельной энтропии) [illegible] $10^{13}\ M_\odot$, определяе[illegible] (1974).

и явно проявляются в наблюдаемой структуре Вселенной. Возмущения малого масштаба, даже если начальная амплитуда их не мала, затухают задолго до рекомбинации. Они не проявляются как флуктуации температуры. Возможности косвенного обнаружения мелкомасштабных флуктуаций по спектру РИ обсуждены в предыдущих параграфах.

Возмущения малой амплитуды и большого масштаба проявляются в настоящее время ($z=0$) весьма слабо, как малая неравномерность плотности и скорости *). Рассмотрим возможность их обнаружения с помощью РИ.

Для этого нужно построить теорию углового распределения РИ в возмущенной Вселенной.

Ряд авторов строит такую теорию, начиная с самого общего уравнения распространения излучения в произвольной метрике, зависящей от времени [см. Сакс и Вольф (1967)]. Работа этих авторов замечательна тем, что наряду со сложными расчетами дана ясная и простая интерпретация результатов, которую ниже мы заимствуем.

В предлагаемой книге последовательно проводится противоположный принцип — строятся частные, наиболее простые теории рассматриваемых явлений; ценой потери общности мы стремимся к простоте и наглядности.

Каковы особенности задачи, позволяющие упростить трактовку явления?

В отсутствие возмущений РИ было бы полностью изотропным, не зависело бы от угла. В этой ситуации изменение направления лучей, в частности, упругое рассеяние или фокусировка, не вызывает наблюдаемых эффектов. Об этом говорит основная теорема геометрической оптики — сохранение яркости (потока энергии в единице телесного угла) при преломлении и рассеянии без поглощения.

Теория изотропного фона оказывается во много раз проще теории действия больших масс на излучение отдельных источников. Из сказанного ясно, что никакие покоящиеся (точнее, покоящиеся относительно общего хаббловского расширения, не обладающие пекулярными скоростями) гравитационные линзы не нарушают точной изотропии РИ для земного наблюдателя.

Изменение яркости происходит всегда по типу красного или синего смещения спектра, имеем ли мы дело с доплер-эффектом или с изменением частоты в гравитационном поле — в обоих случаях частоты всех фотонов смещаются в одинаковом отношении, а безразмерные числа заполнения фотонами ячеек фазового пространства не изменяются. В результате планковский спектр остается

---

*) Если $\Omega < 1$, то возмущения малой амплитуды уже не растут и никогда (даже при $t \to \infty$) не достигнут большой амплитуды по плотности, не приведут к образованию изолированных, гравитационно связанных тел.

планковским, но со смещенным значением температуры. Это смещение температуры может быть различным для различных пучков лучей в зависимости от их «истории», от скорости источника и наблюдателя, от гравитационного потенциала в точках излучения и приема и от нестационарных гравитационных полей на пути.

Гравитационное поле изолированного покоящегося тела не нарушает изотропию, так как синий сдвиг на пути луча, приближающегося к телу, в точности компенсируется красным сдвигом на продолжении пути, когда луч удаляется от тела. Не играет роли и гравитационный потенциал того скопления или сверхскопления, к которому принадлежит наша Галактика вместе с Солнцем и Землей. Он создает только общий, не зависящий от направления синий сдвиг, который нельзя выявить наблюдениями.

В не зависящем от времени гравитационном поле излучение остается в каждой точке равновесным, и, в частности, изотропным, если оно равновесно на бесконечности; происходит лишь общее синее смещение $\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\varphi}{c^2}$ в ньютоновском приближении. Термодинамика в ОТО дает [см. Ландау и Лифшиц (1964)] условие $\sqrt{g_{00}}T = \mathrm{const}$. Так как $g_{00} = 1 + \frac{2\varphi}{c^2}$, то этот вывод согласуется с ньютоновским при учете связи частоты и температуры $T \sim \nu$, $\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta\nu}{\nu}$.

Итак, возможная анизотропия РИ полностью характеризуется распределением наблюдаемой температуры (характеризующей планковское распределение) по небесной сфере $T(\theta, \varphi)$. Нет надобности следить за поворотом, сужением или расширением пучка лучей, воспринимаемого наблюдателем, поскольку $T(\theta, \varphi)$ определяет яркость *). Но для определения $T(\theta, \varphi)$ достаточно проследить за красным смещением вдоль луча. Это смещение зависит как от доплер-эффекта, так и от действия гравитационных полей (т. е. искажения метрики) на электромагнитное излучение, на фотоны.

Фотоны являются релятивистскими частицами, поэтому они «чувствуют» не только скалярный гравитационный потенциал (т. е. отличие g_{00} от 1), но и другие компоненты $g_{\alpha\beta}$. В частности, фотоны взаимодействуют с гравитационными волнами, которые не содерж..я в ньютоновской теории тяготения.

...кно, однако, рассматривать луч в каждой точке его траек... локально инерционной системе; в этом случае явное влия-

---

...м параграфе не рассматриваются физические процессы поглощения ...тонов плазмой и рассеяния с изменением частоты. Эти эффекты, ...8 и настоящей главе, могут создавать отклонения спектра от ...льку (как показывают наблюдения) все виды возмущений ...инцип суперпозиции малых возмущений. В данном случае ...транственные (угловые) возмущения космологического ... от тормозных комптоновских) можно рассматривать, ние метрики, т. е. гравитационных полей, на красное смещение исчезает. Вычисление сводится к суммированию (интегрированию) доплеровского изменения частоты вдоль всей траектории. В целом предлагаемый способ расчета сводится к следующему. Представим себе пространство заполненным совокупностью пробных частиц, на которые не действуют никакие силы, кроме гравитационных. Рассматриваем распространение лучей в этой среде и вычисляем частоту света, измеренную наблюдателями, движущимися вместе с пробными частицами. Изменение частоты на малом отрезке зависит только от мгновенной относительной скорости соседних частиц и вычисляется по доплеровской формуле. Действительно, на отрезке dr относительное ускорение дает вклад $\sim (dr)^2$ в изменение частоты света, исчезающий при $dr \to 0$ и интегрировании *).

Не следует думать, что мы пренебрегаем влиянием гравитационных полей: они учитываются точно, хотя и косвенно — через распределение скоростей пробных частиц. В невозмущенном решении поле скоростей вблизи любой частицы задано законом изотропного расширения $\mathbf{u}=H(t)\mathbf{r}$. При наличии возмущений — как продольных, с изменением плотности, так и вихревых, или тензорных (гравитационных волн) — поле скоростей становится анизотропным, характеризуется тензором H_{ik} $(u_i=H_{ik}\, r_k)$, и тензор этот зависит как от времени, так и от координаты $\mathbf{r}$ — одновременно теряется изотропия и однородность невозмущенной модели.

Напомним, что такой метод нахождения красного смещения дает простой способ вывода законов красного смещения в невозмущенной модели (§ 1 гл. 3).

Смысл метода сводится к тому, что движение пробных частиц находится точно и, если нужно, с использованием ОТО. Когда движение частиц найдено, красное смещение вычисляется элементарно.

Дополнительное соображение заключается в том, что при малой амплитуде возмущений изменение траектории луча мало и изменение красного смещения (ведущее к возникновению ΔT), вычисленное вдоль невозмущенной траектории, также мало.

В невозмущенной задаче изменение траектории движения частиц не меняет красного смещения. Вклад в изменение красного смещения от изменения траектории — второго порядка малости и потому может не учитываться. Ниже эти соображения применяются к расчету $\Delta T(\theta, \varphi)$, т. е. амплитуды и углового распределения по небу отклонений от изотропии РИ.

*) Относительное ускорение $\Delta\ddot{x}$ двух соседних частиц пропорционально расстоянию между ними Δx. Дополнительная разность скоростей, зависящая от ускорения, пропорциональна времени пробега света $\frac{\Delta x}{c}$. Зависящий от ускорения вклад в красное смещение оказывается $\sim(\Delta x)^2$.

Будем рассматривать Вселенную, заполненную веществом с $P=0$, что является хорошим приближением после рекомбинации *). Очевидно, что рассматривать нужно только этот период: до рекомбинации фотоны испытывают многократное томсоновское рассеяние на свободных электронах. После рекомбинации средняя энергия фотонов и в особенности энергия фотонов в рэлей-джинсовской части спектра во много раз меньше энергии ионизации водорода, нейтральный газ прозрачен. Возможность вторичной ионизации газа и рассеяния фотонов при $z<z_{\text{рек}}$ обсудим отдельно, в связи с конкретными предположениями о возмущениях. Итак, применим изложенный выше принцип к произвольному полю пекулярной скорости пылевидного вещества ($P=0$). Это же вещество играет роль пробных частиц, составляющих систему отсчета. Основное уравнение доплер-эффекта:

$$-\frac{1}{\nu}\frac{d\nu}{dt}=\frac{1}{c}\frac{du_n'}{dt}, \qquad (15.4.1)$$

где u_n' есть проекция скорости на направление луча.

В системе координат (со штрихом), в которой одна частица (x_0) покоится и к тому же равно нулю ускорение этой частицы, разность скоростей соседней частицы и данной целиком определяется пространственной зависимостью скорости. Для частицы в точке x_0 $u(x_0,\ t)=0$, $u'(x_0,\ t)=0$; для соседних частиц

$$\frac{du_n'}{dt}=c\frac{\partial u_n'}{\partial n}, \qquad (15.4.2)$$

где ∂n — дифференциал длины от частицы x_0 в направлении n. При переходе в «лабораторную» систему координат мы добавляем к $u'(x,\ t)$ зависящую от времени скорость частицы x_0:

$$u(\boldsymbol{x},\ t)=u'(\boldsymbol{x},\ t)+u(\boldsymbol{x}_0,\ t), \qquad (15.4.3)$$

поэтому вдоль распространения луча

$$\left.\frac{du_n(x,\ t)}{dt}\right|_{\text{луч}}=\left.\frac{du_n'}{dt}\right|_{\text{луч}}+\frac{\partial u_n(x_0,\ t)}{\partial t}=\left.\frac{du_n'}{dt}\right|_{\text{луч}}-c\,\mathrm{grad}_n\,\varphi, \qquad (15.4.4)$$

где φ — ньютоновский потенциал, описывающий движение (ускорение) частиц.

Интегрирование соотношения (15.4.4) вдоль луча дает относительное изменение частоты и, следовательно, температуры $\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{\Delta T}{T}$.

*) Напомним, что плотность излучения равна $2\cdot 10^{-21}$ *г/см*^{3} при $z=z_{\text{рек}}=1400$, плотность вещества $\approx 3\cdot 10^{-20}\,\Omega\left(\frac{H}{75}\right)^2$. Следовательно, $P<0{,}2\rho c^2$ при $\Omega>0{,}1$, если $H\approx 75$ *км/сек·Мпс*, и $\Omega>0{,}2$ при $H=50$ *км/сек·Мпс*. В дальнейшем в ходе расширения приближение становится все более точным.

При интегрировании первый член даст просто разность проекций скорости в н чале и в конце пути (в момент t_1):

$$\frac{\Delta T}{T} = \Delta \ln \nu = \frac{-u_n'(0) + u_n'(t_1)}{c} \tag{15.4.5}$$

— элементарный вклад доплер-эффекта. Сложнее обстоит дело со вторым членом, поскольку потенциал зависит не только от координаты, но и от времени и подынтегральное выражение не является полным дифференциалом.

Если длина волны возмущения невелика и направление луча не специально перпендикулярно волновому вектору возмущения, то φ, и $\mathrm{grad}_n\,\varphi$ являются быстро меняющимися функциями времени. Пусть $\varphi = \varphi_0(t)e^{ixk(t)}$, а θ — угол между лучом и волновым вектором; тогда

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{grad}_n\,\varphi = \cos\theta\cdot\varphi_0(t)\,|k(t)|\,e^{ixk(t)},\\ &\int \mathrm{grad}_n\,\varphi\, dct = \int \varphi_0(t)\, de^{ixk}, \end{aligned}\right\} \tag{15.4.6}$$

причем $\varphi_0(t)$ и $|k(t)|$ — медленно меняющиеся (например, степенные) функции времени, а быстрая переменность $\varphi(x, t)$ вдоль луча зависит от того, что меняется показатель $e^{ixk(t)}$ в ходе распространения луча.

Интеграл вдоль луча определяется для функции такого вида вкладом пределов [см., например, Зельдович, Мышкис (1972)]

$$\int_a^b \varphi_0(t)\, e^{i\omega t}\, dt = \varphi_0 \frac{e^{i\omega t}}{i\omega}\Bigg|_a^b + \frac{\dot\varphi_0 e^{i\omega t}}{\omega^2}\Bigg|_a^b + \ldots \tag{15.4.7}$$

Медленно меняющиеся функции в нашем случае пропорциональны степеням времени t, отсчитанного от сингулярности; поэтому $\dot\varphi_0 \sim \frac{\varphi_0}{t}$, $\ddot\varphi_0 \sim \frac{\varphi_0}{t^2}$ и каждый следующий член меньше предыдущего в отношении $\omega t = \frac{kct}{\cos\theta} = \frac{ct}{\lambda\cos\theta}$. При $\cos\theta \sim 1$ и для коротких волн отсюда следует возможность оставить только старший член. При этом получим полное $\frac{\Delta T}{T}$, интегрируя (15.4.4) вдоль луча и учитывая (15.4.5):

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{1}{c}\left[-u_n'(0) + u_n'(t_1)\right] + \frac{1}{c^2}\left[\varphi(0) - \varphi_1(t_1)\right]. \tag{15.4.8}$$

В этом приближении результат имеет чрезвычайно простой и ясный вид: изменение частоты есть сумма доплер-эффекта, соответствующего пекулярной скорости, и чисто гравитационного влияния на частоту.

В таком виде результат приведен в тщательно выполненной работе Сакса и Вольфа, цитированной выше, как итог довольно сложных расчетов в рамках ОТО. Отметим, что в этой работе гравитационное смещение содержит коэффициент 1/3. До сих пор не ясно, как классически истолковать этот коэффициент. Применение изложенных принципов к адиабатическим возмущениям большого масштаба, к вихревым возмущениям, к гравитационным волнам имеет в каждом случае свои специфические особенности, которые обсуждаются вместе с конкретными физическими результатами в следующих параграфах.

§ 5. Обнаружение возмущений плотности с помощью реликтового излучения

Рассмотрим возмущение плотности, но не слишком большого масштаба ($10^{13}M_\odot$—$10^{23}M_\odot$) и малой амплитуды. Нижний предел интервала соответствует наименьшему не затухающему из-за диссипации масштабу при $t_{\text{рек}}$, верхний предел соответствует горизонту ct_0, t_0 — сегодняшний момент. Для простоты сначала примем $\Omega=1$. Естественно предположить, что спустя достаточное время после рекомбинации мы имеем дело с растущим возмущением: если, например, в момент рекомбинации растущие ($\sim t^{2/3}$) и убывающие ($\sim t^{-1}$) возмущения были представлены с амплитудой одного порядка, то к настоящему времени амплитуда убывающих возмущений окажется ничтожно малой по сравнению с амплитудой растущих возмущений. Из того факта, что мы имеем дело с растущими возмущениями, вытекают два следствия.

Первое — вполне определенное соотношение между амплитудой и фазой возмущения плотности, с одной стороны, и амплитудой, направлением и фазой пекулярной скорости, с другой стороны. Если записать k-ю фурье-компоненту возмущения плотности в виде

$$\frac{\rho-\bar\rho}{\bar\rho}=\delta_k(t)\sin[\boldsymbol{k}_v(t)\boldsymbol{x}+\psi_k]=\left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}\delta_{0k}\sin\left[\boldsymbol{k}_0\left(\frac{t}{t_0}\right)^{-2/3}\boldsymbol{x}+\psi_k\right], \tag{15.5.1}$$

то скорость

$$\boldsymbol{u}=\frac{2}{3}\delta_{0k}\left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/3}\frac{\boldsymbol{k}_0}{t_0k_0^2}\cos\left[\boldsymbol{k}_0\left(\frac{t}{t_0}\right)^{-2/3}\boldsymbol{x}+\psi_k\right]. \tag{15.5.2}$$

Здесь $\boldsymbol{x}$ — координата (измеренная в *см*, не сопутствующая), $\delta_{0\text{к}}$ и k_0 — постоянные величины, t_0 — сегодняшний возраст Вселенной ($\sim10^{10}$ *лет*). Рассматриваем плоский мир, $\Omega=1$, $H=75$ *км/сек·Мпс*. Итак, сегодняшней амплитуде плотности $\delta_{0\text{к}}$ соответствует также сегодняшняя амплитуда скорости

$$|u|_{\max}\Big|_{t=t_0}=c\delta_{0k}\left(\frac{M}{4\cdot10^{23}M_\odot}\right)^{1/3}=4\cdot10^2\delta_{0k}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3}\ (\text{см/сек}),$$