вещественные), получим

$$f=\frac{A}{\varkappa\eta}\cos(\varkappa x-\varkappa\eta+\varphi)+\frac{B}{\varkappa\eta}\cos(-\varkappa x-\varkappa\eta+\psi), \quad (16.3.5)$$

т. е. имеются две бегущие волны противоположного направления с произвольными неодинаковыми амплитудами. Такое решение вещественно и удовлетворяет уравнению для волн, но вблизи сингулярности его амплитуда (почти везде) бесконечна. Для того чтобы сформулировать условие ограниченности амплитуды f при $\eta\to 0$ преобразуем предыдущую формулу:

$$f=\frac{\cos\varkappa\eta}{\varkappa\eta}[A\cos(\varkappa x+\varphi)+B\cos(\varkappa x-\psi)]+$$
$$+\frac{\sin\varkappa\eta}{\varkappa\eta}[A\sin(\varkappa x+\varphi)-B\sin(\varkappa x-\psi)]. \quad (16.3.6)$$

Ограниченность f требует $B=-A$, $\psi=-\varphi$, и получаем

$$f=2A\frac{\sin\varkappa\eta}{\varkappa\eta}\sin(\varkappa x+\varphi), \quad (16.3.7)$$

т. е. амплитуды двух встречных (бегущих) волн равны и вместе они образуют стоячую волну. Напомним, что такой же вывод получился для акустических волн (скалярных волн с изменением плотности) и привел к предсказанию модуляции амплитуды возмущений плотности после рекомбинации (см. § 6 гл. 10).

§ 4. Ожидаемая интенсивность реликтового коротковолнового гравитационного излучения

Рассмотрим несколько различных вариантов ответа на вопрос об ожидаемой интенсивности коротковолнового гравитационного излучения. Общим для этих вариантов является выбор начального момента, $t=t_g=10^{-43}$ *сек*, когда начинается рассмотрение. Мы уже неоднократно говорили, что t_g является нижней границей применимости современной теории тяготения.

Наиболее простой вариант заключается в предположении, что 1) на момент t_g имеет место термодинамическое равновесие между гравитонами и другими элементарными частицами и античастицами и, к тому же, число сортов различных частиц конечно, а взаимодействие между ними мало (см. § 2 гл. 7).

При температуре выше энергии покоя (Mc^2) всех частиц имеем ультрарелятивистский газ. Этот случай рассматривается аналогично тому, как Пиблс рассмотрел вопрос о реликтовых нейтрино в горячей Вселенной (см. § 1 гл. 7).

Пусть при $T>Mc^2$ плотность энергии всех видов частиц, включая гравитоны, равна $\varepsilon=\varkappa^*\sigma T^4$, где σ — константа для электромагнитного излучения, $\varkappa^*$ приблизительно равно числу сортов частиц. Энтропия гравитонов равна $\frac{4}{3}\sigma T^3$, остальных частиц — соответственно $(\varkappa^*-1)\frac{4}{3}\sigma T^3$. В ходе расширения энтропия гравитонов в единице объема сопутствующего пространства сохраняется. Между тем все тяжелые частицы и античастицы вымирают, на момент $T\sim 5$—19 *Мэв* остаются только электроны, два сорта нейтрино (и их античастицы) и фотоны (гравитоны учтены отдельно). Эти лептоны (индекс l) наследуют энтропию всех тяжелых частиц (см. § 1 гл. 7); поэтому оказывается, что

$$\left(1+\frac{7}{4}+2\cdot\frac{7}{8}\right)\frac{4}{3}\sigma T_l^3=(\varkappa^*-1)\frac{4}{3}\sigma T_g^3. \qquad (16.4.1)$$

В дальнейшем происходит отъединение фотонов и позитронно-электронных пар от нейтрино. При вымирании пар e^+e^- их энтропия наследуется фотонами, благодаря чему к настоящему времени получается

$$T_\gamma^3=\frac{11}{4}T_l^3. \qquad (16.4.2)$$

Сопоставляя (16.4.1) и (16.4.2), получим

$$T_g=\left(\frac{4}{11}\cdot\frac{9}{2}\cdot\frac{1}{\varkappa^*-1}\right)^{1/3}T_\gamma. \qquad (16.4.3)$$

Полагая $\varkappa^*\approx 20$—40, $T_\gamma=2{,}7$ °К, получим для сегодняшних гравитонов $T_g=1$ °К. В этом варианте вклад гравитонов в общую плотность пренебрежимо мал на всех стадиях, всегда составляя малую долю полной энергии излучения. Для настоящего момента имеем $\varepsilon_g\approx 0{,}02\varepsilon_\gamma$.

В дальнейшем рассмотрении нужно подчеркнуть, что представляет интерес не только общая плотность гравитационного излучения, но и спектр его, т. е. распределение энергии по частоте. Влияние гравитационных волн на другие виды материи и способы детектирования гравитационных волн совершенно различны для разных частот. Рассматривая гравитационные волны, находящиеся в начале расширения в термодинамическом равновесии со всеми остальными видами материи и излучения, мы получили, что длина гравитационных волн порядка долей сантиметра (в области, где сосредоточен максимум энергии), т. е. того же порядка, что и для реликтового излучения.

Продолжим рассмотрение такого коротковолнового излучения; предположим, что в момент t_g равновесие не имеет места. Два крайних предположения заключаются в том, что либо

2) в начальный момент t_g совсем нет гравитационных волн, а вещество горячее, имеет нормальную энтропию, либо

3) энергия коротких гравитационных волн почти целиком обусловливает общую плотность материи во Вселенной.

Дальнейшее протекание процессов и результирующее состояние, получающееся на сегодняшний день, зависят, очевидно, от скорости релаксации или, точнее, от соотношения между скоростью релаксации и скоростью расширения. Расчет (см. § 2 гл. 7) показывает, что безразмерная величина, произведение скорости релаксации $\sigma_1 nu$ на характерное время расширения t_g, порядка единицы *). В самом деле, превращение двух гравитонов в пару частица — античастица соответствует диаграмме с двумя вершинами; следовательно, сечение пропорционально G^2. Размерность G (в системе $\hbar=c=1$) есть $см^2$; значит, чтобы получить сечение, нужно домножить на квадрат энергии:

$$\sigma_1 = G^2 E_g^2.$$

Здесь мы используем тот факт, что все частицы, в том числе и рождающиеся,— ультрарелятивистские, их масса покоя m не должна входить в ответ.

В момент $t_g=G^{1/2}$ соответствующая плотность энергии равна $\varepsilon=G^{-2}$. Равновесный спектр гравитационных волн (если в них одних содержится энергия, предположение 3) соответствует температуре такой, что

$$\varepsilon_g = T^4 = G^{-2}, \qquad T = G^{-1/2}.$$

Это значит, что энергия отдельных гравитонов равна $G^{-1/2}$ и плотность их $n=G^{-3/2}$. Соответственно сечение $\sigma_1=G^2E^2=G$ и общее число других пар, рожденных за время t_g, равно ($u=c=1$) $n'=\sigma_1 n^2 t_g=G^{-3/2}=n$. Расчет проведен без безразмерных множителей и с заменой ($V(t)$ — физический объем единицы сопутствующего объема)

$$n'(t_g) = \frac{1}{V(t_g)} \int_{t_g}^{t_1} \sigma_1(t)\, n^2(t)\, V(t)\, dt \to \sigma_1(t_g)\, n^2(t_g)\, t_g,$$

что также может дать только безразмерный множитель. Действительно, так как интеграл расходится степенным образом на нижнем пределе, если заменить t_g на 0, то, следовательно, величина n' определяется значением функции при $t \approx t_g$. Вывод заключается в том, что число родившихся пар порядка начального числа гравитонов. Очевидно, что при рассмотрении предположения 2) (отсутствие гравитонов в горячем веществе в момент t_g) обратный процесс снова окажется порядка единицы. Значит, можно ожидать,

*) Релаксацию представляем как соударение частиц с рождением или гибелью гравитонов: σ_1— сечение столкновения, n — плотность частиц, u — их скорость

что в любом случае плотность энергии коротковолновых гравитонов окажется порядка равновесной, т. е. в соответствии с температурой остального вещества, около 1 °К сегодня.

Отличие может быть, например, в пять раз в ту или другую сторону [для предположения 2) или 3)], но нет малых или больших величин типа $\frac{Gm^2}{\hbar c}$, которые входили бы в задачу.

Выше отмечено, что вследствие вымирания частиц с массой покоя $m \neq 0$ в случае 1) равновесия при t_g сегодняшняя плотность энергии гравитационных волн $\varepsilon_g \approx 0{,}02\varepsilon_\gamma$. Можно полагать, что результат $\varepsilon_g < \varepsilon_\gamma$ для настоящего времени остается справедливым и тогда, когда $\varepsilon_g \gg \varepsilon_\gamma$ в момент t_g,— начальная ситуация изменится за счет релаксации к равновесию. С другой стороны, вряд ли $\varepsilon_g < 10^{-3}\varepsilon_\gamma$ опять же за счет релаксации, даже если почему-то $\varepsilon_g \equiv 0$ в начальном состоянии (см., впрочем, одну оговорку ниже). Наличие гравитонов, даже в малом количестве, может оказаться существенным при анизотропном расширении, так как гравитоны становятся бесстолкновительными раньше, чем нейтрино (об этом см. раздел IV).

В заключение этого параграфа напомним те ограничивающие предположения, в которых получены изложенные выше результаты:

1) Рассматриваются лишь короткие гравитационные волны (длинные волны будут рассмотрены отдельно, см. далее).

2) Не рассматривается вариант, когда вначале вещество холодное, а энтропия набирается позднее, при $t_l \gg t_g$. В этом случае (см. раздел V) отношение $\varepsilon_g/\varepsilon_\gamma$ окажется малым:

$$\frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_\gamma} \sim \left(\frac{t_l}{t_g}\right)^{-r} \sim \left(\frac{Gm^2}{\hbar c}\right)^q,$$

где $r,\ q > 0$.

§ 5. Гипотеза равнораспределения и длинноволновое гравитационное излучение

Формально в теории малых возмущений однородной изотропной космологической модели гравитационные волны независимы от других видов возмущений, а гравитационные волны с различными волновыми векторами независимы друг от друга. Независимость здесь означает, что в дифференциальное уравнение для амплитуды данной волны не входит амплитуда других волн или других видов возмущений. Начальная амплитуда каждой волны также может быть задана произвольно, независимо от других амплитуд.

Тем не менее, задавшись определенной картиной начального состояния, можно сделать правдоподобные выводы об ожидаемых амплитудах на более поздние моменты и, в частности, для нашей эпохи.