Для возмущений, которые становятся гравитационными волнами после рекомбинации, чувствительность, т. е. отношение $\Delta T/T$, к амплитуде h меньше; однако при данном h меньше и плотность энергии. Для волны длиной $\lambda = ct_0 = 10^{28}$ *см* (сегодняшний горизонт) возмущение ΔT носит квадрупольный характер — так называемая 12-часовая анизотропия, амплитуда $\Delta T/T$ порядка самого h. Оценка из наблюдений дает $h < 3 \cdot 10^{-4}$ и, соответственно, $\Omega_g < 10^{-7}$, так что $\Omega_g/\Omega_\gamma < 10^{-3}$.

Ситуация в промежуточной области $5 \cdot 10^{26}$ *см* $< \lambda < 10^{28}$ *см* ясна из интерполяции между предельными случаями. Волны с $\lambda > 10^{28}$ *см* в настоящее время не существуют в том смысле, что соответствующие тензорные возмущения еще не стали волнами. Большая чувствительность флуктуаций температуры к волнам $\lambda \sim 10^{26}$—$5 \cdot 10^{26}$ *см* связана с тем, что наблюдается искажение метрики в период рекомбинации, когда впервые прекращается взаимодействие электромагнитного излучения с веществом. При этом предполагается, что вторичная ионизация, связанная с образованием скоплений, квазаров или, еще раньше, с ударными волнами, происходит достаточно поздно, при $z < 10$—20, так что флуктуации не «замываются» последующим рассеянием.

Короткие гравитационные волны, $\lambda < 2 \cdot 10^{25}$, дают флуктуации ΔT малые, так как эти флуктуации неизбежно «замываются» в процессе рекомбинации, который нельзя считать мгновенным *). Однако любые гравитационные волны, в том числе и короткие, участвуют в создании квадрупольного возмущения ΔT с амплитудой, соответствующей сегодняшнему h.

Для плотности энергии получим выражение (Ω_g определяется гравитационными волнами с длиной больше λ)

$$\frac{\Omega_g}{\Omega_\gamma} < 10^{-8} \left(\frac{10^{28}}{\lambda}\right)^2, \quad \lambda \leqslant 10^{28}\ \text{см},$$

содержащее предельный случай $\lambda = 10^{28}$ *см*, рассмотренный выше.

Эту формулу нужно сравнить с табл. XV. Формула дает Ω_g при длине волны больше некоторой. В таблице дана плотность энергии для длин волн меньше определенной величины. Таким образом, таблица и формула дополняют друг друга.

§ 8. Пекулярное движение, вызываемое гравитационными волнами

Нельзя ли воспользоваться скоплениями галактик или входящими в эти скопления отдельными галактиками или звездами как детекторами гравитационного излучения? Этот вопрос был

*) В теорию входит время изменения оптической толщи по рассеянию на пути луча до наблюдателя.

поставлен Рисом (1971) в связи с обсуждением опытов Вебера. Рис дал оценку эффекта для системы свободных частиц, не взаимодействующих ни между собой, ни с другими телами. Если расстояние между частицами равно x, то гравитационная волна вызывает относительное движение со скоростью $v=\dot{h}x$ (опускаем множители порядка единицы, учитывающие угол между x и направлением главной оси тензора деформации гравитационной волны). Эта скорость остается постоянной в течение времени порядка периода гравитационной волны $\tau=\frac{\lambda}{c}$. Рис полагает, что скорость, полученная в следующем промежутке времени, статистически независима по величине и направлению.

В этом случае складываются квадраты приращений скорости, и Рис дает оценку скорости, набранной за время T (n — число статистически независимых слагаемых, $n\approx T/\tau$):

$$v^2(T)=n\dot{h}^2x^2=\frac{T}{\tau}\dot{h}^2x^2, \quad v=\dot{h}x\sqrt{\frac{T}{\tau}}. \tag{16.8.1}$$

Возьмем верхний предел плотности гравитационного излучения, приравнивая ее критической. Это означает:

$$\frac{\varepsilon_g}{c^2}=\frac{\dot{h}^2}{G}=\frac{H^2}{G}, \quad \dot{h}\approx H \tag{16.8.2}$$

(см. выше § 2 этой главы). В этом случае $\dot{h}x\approx Hx$. Здесь Hx есть относительная скорость двух тел, соответствующая общему расширению Вселенной. Но, согласно Рису [см. (16.8.1)], относительная скорость может быть еще в $\sqrt{n}$ раз больше.

Однако предположения Риса, приведшие его к такому выводу, требуют тщательного разбора. В этой задаче необходим спектральный подход. В действительности формуле (16.8.1) соответствует молчаливое предположение о статистической независимости ускорений $\ddot{h}$ при интервалах времени больше τ. Но статистическая независимость означает плоский спектр возмущений в разложении Фурье функции $\ddot{h}(t)$ в данной точке. Итак, $\ddot{h}_\omega=\text{const}$ при $\omega<\tau^{-1}$. Но в таком случае $\dot{h}_\omega=\frac{\text{const}}{\omega}$, а значит, плотность энергии, равная $\int \dot{h}_\omega^2\,d\omega$, расходится! Еще сильнее расходится при $\omega\to 0$ величина $h_\omega=\frac{\text{const}}{\omega^2}$. Предположение о независимом наборе скорости в периоды длительностью τ оказывается не столь очевидным и безобидным, как это могло показаться.

Структура статистического поля гравитационных волн с плоским спектром мощности $|\ddot{h}_\omega|^2=\text{const}$ обладает другими свойствами. Ускорение знакопеременно, в ускорении есть антикорреляция.

Скорость остается с течением времени в среднем постоянной, равной $\sqrt{\dot{h}^2}\,x = x\sqrt{\frac{\varepsilon_g G}{c^2}}$, и не нарастает со временем. Растет пропорционально $\sqrt{t}$ лишь смещение относительно невозмущенного положения.

Таким образом, ответ зависит от предположений о спектре гравитационных волн [см. Зельдович, Полнарев (1974)].

По данным Сэндиджа (см. § 9 гл. 3), в широком интервале расстояний от 10 до 2000 *Мпс* отличие красного смещения отдельных скоплений от средней кривой порядка 10%. Тот факт, что абсолютное значение постоянной Хаббла нам известно лишь с точностью до десятков процентов не противоречит предыдущему утверждению — главная неопределенность относится лишь к общему масштабному фактору в шкале расстояний.

Только часть отклонений данных для отдельных скоплений на кривой $\lg z$—$\lg M$ зависит от пекулярного вклада в относительное движение, и только часть этого последнего может быть обусловлена гравитационными волнами. Поэтому выводы, касающиеся плотности гравитационных волн, основанные на данных Сэндиджа, представляют собой неравенства. Эти данные дают верхнюю границу. Итак, для длин волн $3\cdot 10^{25}$—$6\cdot 10^{27}$ *см* получаем оценку

$$\dot{h}^2 < 0{,}01 H^2, \quad \Omega_g < 0{,}01, \quad \frac{\Omega_g}{\Omega_{\text{вещ}}} < 100. \qquad (16.8.3)$$

Вернемся к принципиальной стороне вопроса. Заметим, что нельзя использовать для оценок известную малую скорость относительно реликтового излучения нашей Галактики (а вместе с ней и всей местной группы). Дело в том, что гравитационная волна одинаково вовлекает в движение и материальную точку (скопление) и окружающий ее газ (излучение). Локально, в одной точке, относительные скорости излучения и частицы не возникают *). Измерение относительных скоростей удаленных объектов (при измерении постоянной Хаббла) нельзя заменить локальными измерениями. Есть ли такие условия, когда кинетическая энергия относительного движения монотонно растет в поле гравитационного излучения? Мораль предыдущего изложения заключается в том, что $\dot{h}$ с течением времени меняет знак и среднее значение $\int \dot{h}\,dt$ меньше, чем для «случайного» h.

Монотонный набор энергии при спектре $|\dot{h}_\omega|^2 = \mathrm{const}$ возможен в том случае, если относительная скорость в движении, не возмущенном гравитационной волной, также меняет свой знак **).

*) Остаются только более тонкие эффекты, связанные с тем, что газ бесстолкновительный (см. предыдущий параграф).

**) Подразумевается составляющая скорости вдоль заданной оси.

Простым примером является гравитационно связанная система тел (скопление), в которой тела движутся по орбитам более или менее периодически *). Набор энергии при этом пропорционален спектральной плотности гравитационного излучения в соответствующей области частот. Но совокупность частиц также и излучает гравитационные волны. Набор или отдача энергии зависит от соотношения эффективных температур излучения и частиц. Пусть частицы с массой m и скоростью u движутся по траектории радиуса R. Кинетическая энергия и эффективная температура частиц порядка mu^2, частота порядка u/R, соответствующая длина гравитационной волны $\lambda \approx cR/u$. По формуле Рэлея — Джинса тепловое излучение с длиной волны порядка λ (от λ до ∞ или от $\frac{\lambda}{\sqrt{e}}$ до $\lambda\sqrt{e}$) имеет плотность энергии порядка $\varepsilon_{g,\,\text{равн}} = \frac{T}{\lambda^3}$, что даст $\varepsilon_{g,\,\text{равн}} = \frac{mu^5}{R^3c^3} = \frac{mc^2}{R^3}\frac{u^5}{c^5}$.

Набор энергии частицами происходит при плотности энергии гравитационных волн, малой по сравнению с плотностью энергии связи частицы на траектории. По теореме вириала энергия связи частицы порядка ее кинетической энергии.

Оценим время, потребное для диссоциации совокупности частиц, как время набора энергии, равной начальной кинетической энергии **). Скорость набора энергии при $\varepsilon_g \gg \varepsilon_{g,\,\text{равн}}$ для широкого спектра гравитационных волн равна

$$\overline{\frac{d}{dt}\frac{mu^2}{2}} = \frac{GmuR\varepsilon_g}{c^2}. \tag{16.8.4}$$

Соответственно характерное время равно

$$\tau = \frac{mu^2}{2} : \frac{d}{dt}\frac{mu^2}{2} = \frac{uc^2}{GR\varepsilon_g} = \frac{t_0^2}{\Omega_g \tau_0}, \tag{16.8.5}$$

где τ_0 — период невозмущенного движения частицы, $\tau_0 = \frac{R}{u}$. Далее, плотность энергии гравитационного излучения ε_g выражена через $\Omega_g = \frac{\rho_g}{\rho_c} = \frac{\varepsilon_g c^2}{\rho_c}$, где ρ_c в свою очередь выражена через возраст Вселенной t_0; по порядку величины $\rho_c \approx (Gt_0^2)^{-1}$.

Мы достоверно знаем, что $\Omega_g \leq 1$. Далее, $\tau_0 < t_0$ — это неравенство есть прямое следствие обособления скопления от расширяющегося вещества и того факта, что система гравитационно связана. Но согласно формуле (16.8.5) отсюда следует, что $\tau > t_0$, т. е. набор энергии за все космологическое время мал.

*) Точная периодичность имеет место при ньютоновском движении в поле центральной массы или внутри области, где плотность постоянна.

**) При этом не будем учитывать изменение параметров u, R в ходе диссоциации.