

§ 9. Взаимопревращения гравитационных и электромагнитных волн

Процессы взаимного превращения волн представляют интерес в нескольких аспектах. В принципе возможно, что такие процессы идут во Вселенной. Эти процессы обсуждаются как способ лабораторной генерации высокочастотных коротких гравитационных волн. Наконец, детектирование гравитационных волн требует их предварительного превращения в другие формы энергии; в частности, для коротких волн (космологических или созданных в лаборатории) естественно искать способ их превращения в электромагнитные волны.

Важнейший случай — превращение волн при наличии магнитного поля \mathcal{H}_0 постоянного (не зависящего от координат и времени) и поперечного (направленного по оси y) по отношению к направлению распространения волн (оси x).

Впервые особенность этого явления, связанная с равенством скорости электромагнитных и гравитационных волн, отмечена Герценштейном (1961). Плоская электромагнитная волна в пустом пространстве не излучает гравитационных волн, так как тензор энергии-импульса такой волны не содержит переменного квадрупольного натяжения (которое, как известно, и излучает гравитационные волны). Однако в электромагнитной волне, распространяющейся в постоянном магнитном (или электрическом) поле, появляется переменное во времени квадрупольное натяжение. Подробные уравнения приведены в работе Боккалетти и др. (1970).

Поляризованная электромагнитная волна с амплитудой \mathcal{H}_y в поле \mathcal{H}_0 дает в максвелловском тензоре натяжений квадрупольный член $T_{yy} = -T_{zz} = \frac{\mathcal{H}_y \mathcal{H}_0}{4\pi} \cos(kx - \omega t)$. В уравнении для излучения гравитационных волн [см. Ландау, Лифшиц (1973), ТТ и ЭЗ, стр. 80] этот тензор натяжений входит в правую часть:

$$\frac{1}{2} \square h_{yy} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{yy} = -\frac{2G}{c^4} \mathcal{H}_y \mathcal{H}_0 \cos(kx - \omega t); \quad (16.9.1)$$

аналогичное уравнение имеет место и для h_{zz} . Поскольку $\cos(kx - \omega t)$ есть решение уравнения без правой части, т. е. является резонансным членом, то при наличии такой правой части решение имеет вид

$$h_{yy} = ax \cos(kx - \omega t). \quad (16.9.2)$$

Постоянное поле включается в начале координат:

$$x < 0, \quad \mathcal{H} = 0; \quad x > 0, \quad \mathcal{H} = \mathcal{H}_0. \quad (16.9.3)$$

При этом доля энергии электромагнитной волны, превращающейся в энергию гравитационной волны, равна *)

$$\alpha = \frac{G \mathcal{H}_0^2 x^2}{c^4}. \quad (16.9.4)$$

Ряд авторов отмечают, что когерентность существенна и для обратного процесса. Гравитационная волна при распространении в поле \mathcal{H}_0 создает возмущения магнитного поля, которые играют роль источников в уравнении электромагнитной волны:

$$\square \mathcal{H}_y = \frac{\omega^2}{c^2} h_{22} \mathcal{H}_0 = \frac{\omega^2}{c^2} \mathcal{H}_0 h \cos(kx - \omega t). \quad (16.9.5)$$

Имеется полная аналогия с предыдущим случаем, энергетический коэффициент обратного превращения совпадает с α .

В лаборатории и даже в пульсарах α мало: для $\mathcal{H}_0 = 10^5$ гс, $x = 10^2$ см получим $\alpha = 10^{-35}$, для $\mathcal{H}_0 = 10^{13}$ гс, $x = 10^6$ см соответственно $\alpha = 10^{-11}$.

В крайних предположениях о космологическом поле $\mathcal{H}_0^2 \approx \epsilon_y$ ($\mathcal{H}_0 = 10^{-6}$ гс сегодня, $\mathcal{H}_0 = 1$ гс в момент рекомбинации) за космологическое время можно было бы получить $\alpha \sim 10^{-3}$ при $z \sim z_{\text{рек}}$. Такое превращение могло бы быть замечено в реликтовом излучении, причем характерно в этом случае ослабление компоненты радиоволн с одной поляризацией. Однако в среде (электроны, атомы) с проводимостью, отличной от нуля, и диэлектрической проницаемостью, отличной от единицы, когерентность нарушается. По этой причине в космологических условиях коэффициент α остается неизмеримо малым. Зельдовичем (1973в) отмечена симметрия уравнений (16.9.1) и (16.9.5). Обозначая $\mathcal{H}_y = f$, $\mathcal{H}_0 \sqrt{G} = p$, $\frac{\hbar}{\sqrt{G}} = g$, получим уравнения ($c=1$) вида

$$\square f = \omega p g, \quad \square g = \omega p f. \quad (16.9.6)$$

Нормальными модами для такой системы уравнений являются смещенные волны [фазированные гравитационно-электромагнитные волны с одинаковой (q) или противоположной (r) фазой]. Для них уравнения разделяются:

$$\square q = \omega p q, \quad \square r = -\omega p r. \quad (16.9.7)$$

Таким образом, можно построить изящную точную теорию взаимопревращения волн **). Однако не ясно, где в природе осуществляется рассматриваемая ситуация.

*) Пользуемся случаем исправить неверное утверждение, содержащееся в ТТ и ЭЗ: вместо x^2 в выражении для α там фигурирует λ .

**) Коэффициент α описывает начальную стадию, когда одна волна слаба, а другая мало изменилась.

Если в пространстве присутствуют электроны и атомы, то уравнение электромагнитных волн имеет вид ($c=1$)

$$\square \mathcal{H}_\nu = \omega^2 h_{\alpha\beta} \mathcal{H}_\alpha + (a + ib) \mathcal{H}_\nu, \quad (16.9.8)$$

где a и b — вещественная и мнимая части поляризуемости среды. Симметрия двух уравнений нарушается, и, как отмечено выше, эффекты становятся ничтожными даже в космологических условиях.

Задача электромагнитного детектирования гравитационных волн близка к предыдущей. Коротко и схематически опишем основные принципы. Подробности см. Брагинский и др. (1973) и Пресс и Торн (1972).

Представим себе резонатор — закрытый металлический сосуд со стенками, имеющими возможно лучшую проводимость. Частные решения уравнений Максвелла в этом сосуде, удовлетворяющие условиям на стенках, имеют вид

$$\mathcal{E}, \mathcal{H} = \varphi_k(t) f_k(\mathbf{x}). \quad (16.9.9)$$

В отсутствие гравитационной волны и потерь уравнение для функции φ_k и решение его имеют вид

$$\frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \omega_k^2 \varphi_k = 0, \quad \varphi_k = C_k e^{-i\omega_k t}. \quad (16.9.10)$$

Пусть в резонаторе находится постоянное магнитное поле и он подвергается воздействию гравитационной волны с частотой ω . Тогда в уравнении для φ_k появляется правая часть — возбуждающая сила:

$$\frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \omega_k^2 \varphi_k = \omega^2 \mathcal{H}_0 h e^{-i\omega t}. \quad (16.9.11)$$

Наилучшим для детектирования является резонансный случай $\omega = \omega_k$ при начальном $\varphi_k = 0$. Решение имеет вид

$$\varphi_k = \text{const} \cdot t \cdot e^{-i\omega_k t}. \quad (16.9.12)$$

Энергия резонансного колебания, накопленная за время t , пропорциональна t^2 . Если отнести ее к энергии гравитационной волны, прошедшей через резонатор за это время (пропорциональной t), получится коэффициент преобразования

$$\alpha = \frac{G \mathcal{H}_0^2 \omega^2 t}{c^4}.$$

Очевидно, что максимальное значение t определяется затуханием колебаний в резонаторе. Характерное время затухания τ может быть большим! По сравнению с превращением гравитационных волн в электромагнитные в открытом пространстве коэффици-

ент преобразования резонатора больше в $\frac{\pi\tau}{x} \approx \omega_k \tau = Q$ раз, где Q — так называемая добротность (число колебаний до затухания).

Видоизменение этого способа заключается в том, что в резонаторе возбуждается n -е колебание с частотой ω_n , а под действием гравитационной волны возникает другое, k -е колебание с частотой ω_k . Резонанс достигается при частоте гравитационной волны $\omega = \omega_k - \omega_n$ или $\omega = \omega_k + \omega_n$.

Возбуждаемое k -е колебание может иметь отличную от нуля начальную амплитуду A_{0k} . Тогда после воздействия гравитационной волны приобретенная амплитуда δA_k (которая пропорциональна $\omega_k \dot{h} t$) складывается с начальной A_{0k} . При оптимальном выборе фаз энергия, приобретенная за данное время, оказывается больше, $\Delta E_k \sim \dot{h} t$, а не $h^2 t^2$. Очевидно, однако, что труднее измерить изменение энергии ΔE_k на фоне начальной энергии, отличной от нуля.

Можно возбудить в резонаторе данное m -е колебание и изучать его изменение под действием гравитационной волны двукратной частоты $\omega = 2\omega_m$ (частный случай предыдущей формулы $\omega = \omega_k + \omega_m$ при $k=m$). Такая ситуация называется «параметрический резонанс».

Под действием гравитационной волны медленно меняются амплитуда и фаза электромагнитного колебания в резонаторе:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{H}_k &= A_k(t) \cos [\omega_k t + \psi_k(t)], \\ \frac{dA_k}{dt} &= A_k |\dot{h}| \cos 2\psi_0, \quad \frac{d\psi_k}{dt} = |\dot{h}| \sin 2\psi_0. \end{aligned} \right\} \quad (16.9.13)$$

Здесь ψ_0 есть сдвиг фазы гравитационной волны относительно электромагнитного колебания. В зависимости от выбора ψ_0 электромагнитное колебание под действием гравитационной волны может усиливаться, ослабляться или сдвигаться по фазе. Эффект пропорционален \dot{h} , т. е. $\sqrt{\varepsilon_g}$. Использование электромагнитных детекторов, по-видимому, наиболее перспективно для лабораторных опытов по детектированию гравитационных волн, созданных тоже в лаборатории с известной частотой и фазой в высокочастотной области спектра. Однако оценки даже для громоздких устройств с полями $\mathcal{H} \approx 10^5$ гс, размерами в десятки метров, еще не дают приемлемых результатов, реального проекта пока не существует.

С другой стороны, при детектировании возможного космологического гравитационного излучения с широким спектром принципиальные преимущества резонатора теряются. Его чувствительность велика в узкой полосе частот, усредненная же по спектру чувствительность не лучше, чем для магнитного поля, не ограниченного стенками. Выше для лабораторных условий $\mathcal{H} = 10^5$ гс, $x = 100$ см мы нашли коэффициент превращения гравитационных волн в электромагнитные порядка 10^{-85} . Примем плотность кос-

мологических гравитонов 10^8 см^{-8} . Поток их через поверхность $x^2 = 10^4 \text{ см}^2$ равен 10^{17} сек^{-1} . Значит, вероятность образования фотонов под влиянием такого излучения во всем объеме равна $10^{17} \times 10^{-35} = 10^{-18} \text{ сек}^{-1}$, т. е. один фотон за время, равное возрасту Вселенной. По-видимому, лабораторное обнаружение гравитационных волн и регистрация низкочастотных волн от двойных звезд, пульсаров и взрывов сверхновых *) намного опередят экспериментальное исследование высокочастотного реликтового гравитационного излучения.

*) Излучение гравитационных волн при взрыве вращающейся сверхновой, превращающейся в диск, см. Туан, Острайкер (1974) и Новиков (1975). По поводу превращений гравитационных и электромагнитных волн см. также Сибгатулин (1974).