ГЛАВА 20

ФИЗИКА ПРОЦЕССОВ НА РАННИХ СТАДИЯХ РАСШИРЕНИЯ В АНИЗОТРОПНЫХ МОДЕЛЯХ

§ 1. Слабовзаимодействующие частицы в анизотропной космологической модели

При анизотропном начале космологического расширения меняется физика процессов на ранней стадии. Это связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, закон изменения плотности вещества (и температуры) со временем в анизотропных моделях иной по сравнению с изотропными. Во-вторых, оказывается, что в анизотропных моделях чрезвычайно важна роль слабовзаимодействующих частиц (гравитонов, нейтрино), имеющихся в дозвездном веществе [Дорошкевич, Зельдович, Новиков (1967б), Мизнер (1967)]. Учет этих частиц резко меняет картину анизотропного расширения и физику процессов на ранней стадии. Причина особенного поведения слабовзаимодействующих частиц заключается в том, что разные компоненты импульса свободно летящих частиц в анизотропном решении меняются по-разному и равновесное сферически-симметричное распределение частиц по импульсам превращается в движение преимущественно вдоль одного направления (но поровну в обе стороны). Кроме того, возможно, что в анизотропных решениях при сверхвысоких плотностях вообще отсутствует термодинамическое равновесие. Следствия, к которым приводят эти явления, обсуждаются в последующих параграфах. Сразу же заметим, что если бы анизотропное однородное решение действительно имело место в прошлом, то в результате всех процессов могло бы оказаться, в частности, что современная средняя энергия реликтовых нейтрино существенно больше энергии реликтовых фотонов, соответствующей $T=2{,}7$ °К, при той же примерно средней плотности энергии.

Мы пока оставляем в стороне вопросы, связанные с квантовыми эффектами в начале расширения вблизи сингулярности при кривизнах пространства-времени порядка 10^{-66} *см*$^{-2}$. Эти эффекты будут рассмотрены в следующем разделе. Дальнейшее изложение основано на цикле работ Дорошкевича, Зельдовича, Новикова (1967б, 1969а).

Начнем рассмотрение с выявления роли слабовзаимодействующих частиц.

Для нейтрино, например, на ранних этапах расширения при больших температурах рассеяние, рождение и аннигиляция идут достаточно быстро, чтобы поддерживать полное термодинамическое равновесие между нейтрино и другими частицами*); в частности, плотность нейтрино $\sim T^3$, средняя энергия $\sim 5kT$, распределение по импульсам изотропно. Будем называть эту стадию расширения паскалевской (тензор энергии-импульса изотропен). Начиная с некоторого момента $t=\tau$ процессы взаимодействия нейтрино становятся медленными по сравнению с расширением и нейтрино являются уже свободными частицами.

Пусть в ходе дальнейшего расширения при $t>\tau$ свободные частицы не взаимодействуют ни с другими частицами, ни друг с другом. Мы увидим далее, что для нейтрино это предположение не всегда справедливо и картина оказывается более сложной, однако для гравитонов это предположение справедливо всегда.

В изотропном решении «отключение» нейтрино от других частиц не вызывало нарушения равновесия, так как и нейтрино, и γ-кванты, и пары e^+e^- «остывали» по одинаковому закону (при $kT>m_ec^2$). В анизотропном решении плотность и импульс свободных частиц меняются в соответствии с космологическим расширением; каждая компонента импульса **) i_1, i_2, i_3 меняется обратно пропорционально a_1, a_2, a_3. На вакуумной стадии $a_1\sim t^{p_1}$, $a_2\sim t^{p_2}$, $a_3\sim t^{p_3}$; обозначим $-p_1\equiv\alpha$. Энергия $E=c|i|$ определяется наибольшей компонентой импульса, так что средняя энергия $\bar{E}\sim t^{-p_1}=t^{\alpha}$. Распределение частиц в импульсном пространстве становится все более анизотропным.

Пусть в момент «отключения» $t=\tau$ плотность энергии частиц ε^* составляла долю β от полной плотности энергии. В ходе расширения на вакуумной стадии

$$n^*\sim t^{-1},\qquad E^*\sim t^{\alpha},\qquad \varepsilon^*\sim t^{\alpha-1} \tag{20.1.1}$$

(n^*— плотность частиц). При изотропном тензоре энергии-импульса на вакуумной стадии плотность менялась по закону [см. (19.1.4)]

$$\rho=\frac{3}{32\pi G t^{4/3}\theta^{2/3}}=\frac{K}{t^{4/3}},$$

где θ — конец анизотропной стадии расширения ***), и мы обозначи-

*) В анизотропных моделях, в отличие от изотропных, возможны условия, когда вообще нет термодинамического равновесия (подробнее об этом см. далее § 5). Здесь мы считаем, что на ранних стадиях расширения есть термодинамическое равновесие.

**) Мы обозначаем здесь импульс буквой i, так как буква p уже занята для обозначения казнеровских показателей. Кроме того, масштабные факторы вдоль осей будут здесь обозначаться через a_1, a_2, a_3, а не a, b, c, как раньше. Это позволит в дальнейшем экономнее вести записи.

***) Точнее, θ определяется как момент изотропизации в модели, когда при прочих равных условиях при данном K нет слабовзаимодействующих частиц.

ли $\frac{3}{32\pi G\theta^{2/3}}\equiv K$. Для свободных частиц из (20.1.1) находим, что при $t>\tau$ имеет место соотношение

$$\rho^* = \beta K\tau^{-4/3}\left(\frac{t}{\tau}\right)^{\alpha-1}. \qquad (20.1.2)$$

При этом ρ^* становится главным слагаемым в общей плотности, а тензор энергии-импульса сильно анизотропен:

$$-T_0^0 = \varepsilon \approx c^2\rho^* \approx T_1^1 \gg T_2^2,\ T_3^3. \qquad (20.1.3)$$

Наличие свободных частиц, плотность энергии которых падает медленнее, чем взаимодействующих, существенно уменьшает период применимости вакуумного решения. Поступая аналогично нахождению момента окончания вакуумного решения при изотропном $T_{\alpha\beta}$ в § 1 гл. 19, находим момент $t=q$ окончания вакуумного решения при (20.1.2):

$$q = \theta\left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{\frac{1+3\alpha}{3+3\alpha}}\beta^{\frac{1}{1+\alpha}}. \qquad (20.1.4)$$

Отношение плотности энергии свободных частиц ε^* к плотности энергии всех других частиц ε_1 в момент окончания вакуумного решения есть

$$\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_1} \approx \frac{\beta}{1-\beta}\left(\frac{q}{\tau}\right)^{\alpha+\frac{1}{3}} = \frac{\beta^{\frac{2}{3(1+\alpha)}}}{1-\beta}\left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{\frac{2(3\alpha+1)}{9(\alpha+1)}}. \qquad (20.1.5)$$

Следовательно, поскольку β не специально мало, то рассматриваемые эффекты сокращают длительность вакуумного решения и приводят к тому, что к концу вакуумной стадии $\varepsilon^* \gg \varepsilon_1$.

В модели без свободных частиц за вакуумной стадией наступала быстрая изотропизация решения при $t>\theta$. В рассматриваемой модели за вакуумной стадией при $t>q$ следует стадия, в которой доминирующее влияние в динамике имеют свободные частицы с резко анизотропным тензором энергии-импульса: $-T_0^0 \sim T_1^1 \gg T_2^2,\ T_3^3$.

Космологическое решение с таким тензором энергии-импульса приведено в § 2 гл. 19.

В этом решении гравитация направленного потока частиц ведет к тому, что асимптотическое решение для больших t имеет вид $(0 \leqslant p \leqslant 1/2)$

$$\left.\begin{aligned} a_1 \sim t, \quad a_2 \sim (\ln t)^{1/2+p}, \quad a_3 \sim (\ln t)^{1/2-p}, \\ \varepsilon^* \sim t^{-2}(\ln t)^{-1/2-2p^2}, \quad n^* \sim t^{-1}(\ln t)^{-p^2-3/4}, \\ E^* \sim t^{-1}(\ln t)^{1/4-p^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (20.1.6)$$

Итак, свободные частицы, энергия которых E^* на вакуумной стадии росла при сжатии по x^1, при $t>q$ вызывают такую перестройку решения, в результате которой их энергия начинает быстро падать.

Изменение плотности энергии частиц с импульсом в основном по некоторой (j) оси определяется соотношением $\varepsilon_j^* \sim n i_j \sim n a_j^{-1}$. Изменение плотности взаимодействующих частиц определяется соотношением $\varepsilon_1 \sim n^{4/3}$. Используя эти соотношения, можно найти, что частицы с импульсом по оси x^1 будут играть доминирующую роль до момента $t=t_1$, где

$$t_1 \approx \theta\beta^{p-3/2}\delta^{3/8p}\left[\ln\left(\beta^{-1}\delta^{-3/2}\right)\right]^{1/2-p}, \qquad \delta=\frac{\tau}{\theta}. \tag{20.1.7}$$

К моменту t_1 плотности энергии частиц с импульсами в основном по осям x^1, x^2 сравниваются и сильно превосходят плотность энергии всех других частиц: $\overset{*}{\varepsilon}_{x^1} \approx \overset{*}{\varepsilon}_{x^2} \gg \overset{*}{\varepsilon}_{x^3}$, ε_1.

После t_1 основную роль играют частицы с импульсами по оси x^2: $\overset{*}{\varepsilon}_{x^2} \gg \overset{*}{\varepsilon}_{x^1}$, $\overset{*}{\varepsilon}_{x^3}$, ε_1, и снова применимо решение (20.1.6), но с a_1 вдоль оси x^2 и другими значениями параметров. Теперь расширение идет вдоль прежней оси x^2, а по осям x^1, x^3 расширение слабое. Такая перестройка решения вызовет через некоторое время быстрое падение $\overset{*}{\varepsilon}_{x^2}$, и снова наступит момент $\overset{*}{\varepsilon}_{x^2} \approx \overset{*}{\varepsilon}_{x^1}$. Так две оси будут меняться местами и анизотропия будет «колебательной» с убывающей амплитудой и частотой, пока все плотности энергии не станут одного порядка, $\overset{*}{\varepsilon}_{x^1} \sim \overset{*}{\varepsilon}_{x_2} \sim \overset{*}{\varepsilon}_{x^3} \sim \varepsilon_1$ (β считаем порядка единицы), после чего наступит изотропизация решения.

Для оценки времени изотропизации t_2 рассмотрим два предельных случая.

1. Пусть в решении (20.1.6) оси x^2, x^3 эквивалентны, т. е. $p=0$. Тогда уже к концу первого периода «колебаний», когда $t=t_1$, оказывается $\varepsilon^* \approx \varepsilon_1$, после чего наступает быстрая изотропизация. Следовательно, для осесимметричного случая, т. е. для α, близких к $^1/_3$, время изотропизации t_2 получается из (20.1.7) при $p=0$:

$$t_2 \approx \theta\beta^{-3/2}\left[\ln\left(\beta^{-1}\delta^{-3/2}\right)\right]^{1/2}. \tag{20.1.8}$$

2. Другой предельный случай соответствует $\alpha=0$. В этом случае на вакуумной стадии

$$\varepsilon_1^* \approx \varepsilon_2^* = \mathrm{const}, \qquad \varepsilon_3^* \sim t^{-2}. \qquad \varepsilon_1 \sim t^{-4/3}. \tag{20.1.9}$$

После вакуумной стадии доминирующую роль играют частицы с импульсом не по какой-нибудь одной оси [как в (20.1.6)], а в плоскости x^1, x^2, с одинаковой вероятностью по любым направлениям в этой плоскости. Тензор энергии-импульса частиц при этом есть

$$-T_0^0=\varepsilon, \qquad T_1^1=T_2^2=\frac{\varepsilon}{2} \gg T_3^3. \tag{20.1.10}$$

Пренебрегая энергией всех других частиц, получаем точное решение:

$$\left.\begin{aligned} &a_1=a_2=a_{10}\left(1+\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}, \quad a_3=a_{30}\left[1-\left(1+\frac{t}{t_0}\right)^{-1/3}\right], \\ &\varkappa\varepsilon=\frac{4}{9}t_0^{-2}\left(1+\frac{t}{t_0}\right)^{-5/3}\left[\left(1+\frac{t}{t_0}\right)^{1/3}-1\right]^{-1}. \end{aligned}\right\} \qquad (20.1.11)$$

Момент существенного изменения вакуумного решения есть t_0. Из (20.1.9) следует, что к моменту $t_0 \approx \beta^{-1}\theta\delta^{1/3}$ будет $\varepsilon_1^*=\varepsilon_2^* \gg \varepsilon_3^*, \varepsilon_1$.

При $t > t_0$ снова, аналогично (20.1.6), расширение идет таким образом, что плотность энергии частиц с импульсами в плоскости x^1, x^2 падает быстрее, чем $\varepsilon^*_{x^3}$, ε^*_1. К моменту

$$t_1 \approx \beta^{-5/2}\theta\delta^{-2/3} \qquad (20.1.12)$$

$\varepsilon_1^*=\varepsilon_2^* \approx \varepsilon_3^* \approx \varepsilon_1$ (β — порядка единицы), и наступает изотропизация.

Таким образом, при α, близком к нулю, когда более быстрое расширение идет то по оси x^1, то по оси x^2, но $\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^* \gg \varepsilon_3^*, \varepsilon_1$, для оценки времени изотропизации можно воспользоваться (20.1.12). Следовательно, в этом случае

$$t_2 \approx \theta\delta^{-2/3}. \qquad (20.1.13)$$

Время изотропизации в общем случае лежит между значениями (20.1.8) и (20.1.13). Изотропизация решения в общем случае носит колебательный характер, и, когда анизотропия уже мала, решение записывается в виде

$$a_j \sim a_{j0}t^{1/3}\left\{1+b_jt^{-1/4}\sin\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\ln(c_jt)\right]+\ldots\right\}. \qquad (20.1.14)$$

Значит, изотропное расширение свободных частиц устойчиво.

Наконец, отметим, что для гравитонов «отключение» происходит в условиях, когда существенны квантовые эффекты гравитации (см. § 2 гл. 7). Поэтому гравитоны в момент «отключения» могут и не находиться в равновесии с другими частицами.

При наличии равновесия $\beta \sim 10^{-2}$; если же равновесия нет, то возможно еще большее отличие β от единицы. Если $\beta \ll 1$, то после изотропизации все равно должно быть $\varepsilon^* \approx \varepsilon_1$, т. е. сегодняшняя плотность энергии гравитонов порядка плотности энергии квантов, что примерно составляет $\sim 10^{-12}$ *эрг/см*^{3}, или $\sim 10^{-33}$ *г/см*^{3}. Это означает, что при $\beta \ll 1$ распределение импульсов гравитонов анизотропно, и если на момент «отключения» их средняя энергия была порядка энергии других частиц, но была мала их плотность, $n^* \ll n_1$, то сегодня также $n^* \ll n_1$, $\bar{E}^* \gg E_\gamma$.

До сих пор мы не рассматривали возможности неустойчивости описанных процессов. Само анизотропное вакуумное решение степенным образом неустойчиво [Лифшиц, Халатников (1963а, б)]. Если начальные возмущения малы, то эта неустойчивость может не успеть проявиться. Но возможны процессы изотропизации строго направленного потока частиц за счет коллективного взаимодействия. Мы этого здесь не рассматриваем. Заметим только, что если такая изотропизация произойдет на стадии $E^* \gg E_\gamma$, то и сегодня энергия гравитонов больше энергии γ-квантов.

§ 2. Нейтрино в анизотропном решении

Поведение нейтрино отличается от рассмотренного выше тем, что при анизотропии, сопровождающейся сжатием по одной из осей на ранней стадии, часть нейтрино и летящих навстречу антинейтрино получает такую энергию, что при некоторых условиях снова становится заметной вероятность их необратимого превращения в электроны и позитроны.

Будем предполагать сначала, что гравитонов нет совсем *), и рассмотрим для определенности поведение электронных нейтрино. Замечание о совместном поведении нейтрино и гравитонов см. в конце этого параграфа.

Момент отключения нейтрино τ найдем из условия равенства релаксационного и гидродинамического времен, что дает

$$f \equiv \sigma n c \tau = 1. \qquad (20.2.1)$$

Здесь n — концентрация частиц, c — скорость света, σ — сечение взаимодействия $e^+ + e^- \rightleftarrows \nu_e + \bar{\nu}_e$, $\sigma \sim E^2$. Если $E < 300$ *Гэв*, будем считать это условие выполненным (о случае $E > 300$ *Гэв* см. конец этого параграфа)**).

Будем считать, что $\tau < \theta$, так как в противном случае нейтрино отключаются после изотропизации решения и никаких эффектов анизотропии нет. До момента τ на паскалевской стадии $\sigma \sim E^2 \sim t^{-2/3}$, $n \sim t^{-1}$. В изотропной фридмановской модели $\sigma \sim E^2 \sim t^{-1}$, $n \sim t^{-3/2}$. Зная, что во фридмановской модели момент отключения (температура отключения ~ 3 *Мэв*) $\tau' \approx 0{,}1$ *сек* для ν_e или $\tau' \approx 5 \cdot 10^{-3}$ *сек* для ν_μ, и воспользовавшись написанными соотношениями, выразим τ через τ' и θ. Получаем

$$\tau = (\tau')^{9/4} \theta^{-5/4}. \qquad (20.2.2)$$

Момент отключения определяется плотностью энергии и скоростью объемного расширения, и так как эти величины не зависят от α, то и τ не зависит от α.

---

*) Точнее, к моменту отключения нейтрино плотность энергии гравитонов много меньше ε_1.

**) Согласно некоторым новым гипотезам, сечение растет с энергией, $\sigma \sim E^2$, лишь до энергий ~ 35 *Гэв*, а затем падает. Имея в виду лишь иллюстративный характер численных оценок, мы оставляем в качестве максимального значения $E \approx 300$ *Гэв*.