го промежуточного заряженного $W^{\pm}$-бозона [см. Окунь (1966)] и от конкретного значения его массы. Возможно, сечение убывает уже при $E_\nu > 35$ *Гэв*. Мы приведем оценки в предположении, что сечение растет, как $E^2$, до 300 *Гэв*. Оценки показывают, что максимальное увеличение энтропии происходит в следующем случае:

$$\theta = 10^{19}\ \textit{сек}, \quad \alpha \approx 0{,}02, \quad \tau = 10^{-26}\ \textit{сек}, \quad q \approx 200\ \textit{сек},$$
$$\frac{S(q)}{S(\tau)} \approx 10^6, \quad \frac{n_\nu}{n_\gamma} \approx 3\cdot 10^{-8}$$

($n_\gamma$ — плотность фотонов реликтового излучения). Современная энергия нейтрино $E_\nu \leqslant 3\cdot 10^4$ *эв*. В рамках рассмотренной схемы всегда $\frac{S(q)}{S(\tau)} \leqslant 10^6$, и энергия нейтрино сегодня $E_\nu < 3\cdot 10^4$ *эв*. Следует, однако, иметь в виду, что в рассматриваемых условиях $T_e \sim t^{-(3+\alpha)/12}$, и поэтому для процесса (20.2.3) произведение $\sigma c n t = \text{const}$, как и для процесса аннигиляции. Поэтому процесс (20.2.3) также даст вклад в набор энтропии. Однако, поскольку ведущим остается процесс аннигиляции, вклад процесса рассеяния (20.2.3) не может существенно изменить оценок, приведенных выше. Если к моменту отключения нейтрино плотность энергии гравитонов станет много больше $\varepsilon_1$, то кинематика расширения будет определяться гравитонами и процессы с нейтрино будут определяться этой кинематикой.

Подытожим кратко сказанное в этом параграфе.

1. Динамика анизотропных космологических моделей и физика процессов в них тесно связаны с присутствием слабовзаимодействующих частиц и с возможной неравновесностью вещества.

2. Энергия слабовзаимодействующих частиц (нейтрино, гравитонов) в настоящее время может сильно отличаться от предсказываемой изотропной моделью и может быть весьма велика при соответственном уменьшении числа этих частиц в единице объема.

3. В анизотропных моделях возможно сильное увеличение начальной энтропии вещества.

## § 3. Влияние вязкости на динамику расширения анизотропных моделей

В работах Мизнера (1967, 1968) развит подход к вопросам поведения слабовзаимодействующих частиц в анизотропных космологических моделях, отличный от изложенного в предыдущем параграфе. Мизнер обращает внимание на то, что при малых отклонениях от равновесной функции распределения частиц рост энтропии можно описать с помощью понятия вязкости. Этот рост тем больше, чем сильнее функция распределения отличается от равновесной, чем больше время релаксации. Однако понятием вязкости можно пользоваться лишь до тех пор, пока время релаксации меньше гидродинамического. Если, однако, на время забыть об этом ограничении, то расчеты, основанные на понятии вязкости, приводят к выводу, что из-за влияния вязкости набор энтропии всегда столь значителен, что отключения нейтрино на вакуумной стадии не произойдет, рассмотренный в предыдущем параграфе режим не будет иметь места и, вне зависимости от параметров модели, изотропизация происходит при температуре $T \approx 3$ *Мэв*. Лишь после изотропизации происходит отключение нейтрино. Согласно этой модели, сегодня нейтрино большой энергии нет.

В настоящем параграфе рассмотрим кратко этот процесс набора энтропии, следуя в основном идеям Мизнера. В следующем параграфе мы рассмотрим кинетическое уравнение для нейтрино в анизотропной космологии и на основе этого, более общего, подхода определим, когда справедливо приближение вязкости, а когда — приближение свободных частиц.

Уравнение сохранения энергии с учетом вязкости в модели с метрикой Казнера (18.3.6), (18.3.7) на вакуумной стадии приводится к виду

$$\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{4}{3}\frac{\varepsilon}{t}=\frac{4}{3}\frac{\eta}{t^2}, \qquad (20.3.1)$$

где $\varepsilon$ — плотность энергии всех частиц, а $\eta$ — коэффициент вязкости. Примем (скорость света $c=1$)

$$\eta=\frac{1}{3}t^*\varepsilon_\nu=\frac{k}{3}\frac{\varepsilon}{\sigma n_e}, \qquad (20.3.2)$$

где $t^*$ — время свободного пробега, $\sigma \sim (E_\nu E_e)^m \sim T^{2m}$ — сечение рассеяния $\nu$ на $e^\pm$ $(m>0)$, $n_e$ и $E_e$ — плотность и энергия рассеивателя (электронов и позитронов), $k=\varepsilon_\nu/\varepsilon$; в равновесии *) $k$ может быть выражено через статистические веса нейтрино и остальных частиц плазмы. Считаем (как и Мизнер) $k=\text{const}$, т. е. в течение всего процесса количество сортов частиц остается неизменным.

Решение уравнений (20.3.1), (20.3.2) легко получить в виде

$$\varepsilon=\varepsilon_a\left(1+Ct^{\frac{2m}{3}}\right)^{\frac{4}{3+2m}}=\varepsilon_a\left[1-k\frac{3+2m}{6m}\left(\frac{t^*}{t}\right)\right]^{-\frac{4}{3+2m}}, \qquad (20.3.3)$$

где $\varepsilon_a=\varepsilon_a(t)$ — адиабатический закон изменения плотности энергии, $C$ — константа. Из (20.3.3) следует, что при $Ct^{2m/3}\gg 1$

$$\varepsilon \sim t^{-\frac{4}{3+2m}} \qquad (20.3.4)$$

независимо от начальных параметров задачи.

---

*) Если есть равновесие, то $k$ совпадает с $\beta$ из § 1 этой главы.

Мизнер рассматривал случай $m=0{,}5$, $k=1$ и получил, что на вакуумной стадии $\varepsilon \sim t^{-1}$ и нейтрино находятся в равновесии вплоть до изотропизации модели, происходящей вне зависимости от начальных параметров при $T=3$ *Мэв*.

В действительности главный вопрос заключается в обоснованности приближений, приводящих к (20.3.4). Из (20.3.3) следует, что рассматриваемый режим устанавливается при $k\frac{3+2m}{6m}\frac{t^*}{t}\to 1$. В реальных условиях в термодинамическом равновесии находится много частиц (при $T\sim 0{,}5$ *Гэв* в равновесии находятся е, $\gamma$, $\nu_e$, $\mu$, $\nu_\mu$, $\pi$, при $T>3$ *Гэв* необходимо учитывать также барионы, скалярные и векторные мезоны).

Поэтому, в зависимости от температуры, $k$ лежит в пределах $0{,}25 \geqslant k \geqslant 0{,}025$. Следовательно, решение выходит на рассматриваемый режим Мизнера при $\frac{t^*}{t}=4{,}8-48$ $(m=1)$ или при $\frac{t^*}{t}=3-30$ $(m=0{,}5)$ в зависимости от значения $k$, т. е. в условиях, когда применимость понятия вязкости совершенно не очевидна. Неправомерность макроскопического описания явления с помощью понятия вязкости еще не означает, что выводы Мизнера неправильны качественно, так как возможно существование решения кинетического уравнения со свойствами, подобными свойствам решения, полученного Мизнером. В этих условиях для получения достоверных результатов необходимо исследовать кинетическое уравнение. В то же время открыта и другая возможность, а именно, что осуществляются процессы, описанные в предыдущем параграфе, и нельзя говорить о вязкости. С этой целью исследуем кинетическое уравнение для нейтрино.

## § 4. Кинетическая теория нейтрино в анизотропной модели; автомодельное решение

Исследование кинетического уравнения для нейтрино проведено в работах Дорошкевича, Зельдовича, Новикова (1968, 1969а, б). Будем рассматривать вакуумную стадию; кроме того, положим $\alpha = {}^1/_3$, т. е. $a_1 \sim t^{-1/3}$, $a_2=a_3\sim t^{2/3}$. Функция распределения нейтрино в импульсном пространстве (плотность $w$), соотнесенная к ячейке, равной $(2\pi\hbar)^{-3}$, определяется кинетическим уравнением

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{i_1}{3t}\frac{\partial w}{\partial i_1}-\frac{2}{3}\frac{i_2}{t}\frac{\partial w}{\partial i_2}-\frac{2}{3}\frac{i_3}{t}\frac{\partial w}{\partial i_3}=\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{\text{ст}}, \qquad (20.4.1)$$

где $\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{\text{ст}}$ — столкновительный член, описывающий изменение функции распределения нейтрино из-за взаимодействия с остальными частицами.

Остальные частицы находятся в термодинамическом равновесии, которое характеризуется заданием температуры $T$ (в энергетических