Мизнер рассматривал случай $m=0{,}5$, $k=1$ и получил, что на вакуумной стадии $\varepsilon\sim t^{-1}$ и нейтрино находятся в равновесии вплоть до изотропизации модели, происходящей вне зависимости от начальных параметров при $T=3$ *Мэв*.

В действительности главный вопрос заключается в обоснованности приближений, приводящих к (20.3.4). Из (20.3.3) следует, что рассматриваемый режим устанавливается при $k\frac{3+2m}{6m}\frac{t^*}{t}\to 1$. В реальных условиях в термодинамическом равновесии находится много частиц (при $T\sim 0{,}5$ *Гэв* в равновесии находятся e, γ, ν_e, μ, ν_μ, π, при $T>3$ *Гэв* необходимо учитывать также барионы, скалярные и векторные мезоны).

Поэтому, в зависимости от температуры, k лежит в пределах $0{,}25\geqslant k\geqslant 0{,}025$. Следовательно, решение выходит на рассматриваемый режим Мизнера при $\frac{t^*}{t}=4{,}8-48$ $(m=1)$ или при $\frac{t^*}{t}=$ $=3-30$ $(m=0{,}5)$ в зависимости от значения k, т. е. в условиях, когда применимость понятия вязкости совершенно не очевидна. Неправомерность макроскопического описания явления с помощью понятия вязкости еще не означает, что выводы Мизнера неправильны качественно, так как возможно существование решения кинетического уравнения со свойствами, подобными свойствам решения, полученного Мизнером. В этих условиях для получения достоверных результатов необходимо исследовать кинетическое уравнение. В то же время открыта и другая возможность, а именно, что осуществляются процессы, описанные в предыдущем параграфе, и нельзя говорить о вязкости. С этой целью исследуем кинетическое уравнение для нейтрино.

§ 4. Кинетическая теория нейтрино в анизотропной модели; автомодельное решение

Исследование кинетического уравнения для нейтрино проведено в работах Дорошкевича, Зельдовича, Новикова (1968, 1969а, б). Будем рассматривать вакуумную стадию; кроме того, положим $\alpha=$ $={}^1/_3$, т. е. $a_1\sim t^{-1/3}$, $a_2=a_3\sim t^{2/3}$. Функция распределения нейтрино в импульсном пространстве (плотность w), соотнесенная к ячейке, равной $(2\pi\hbar)^{-3}$, определяется кинетическим уравнением

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{i_1}{3t}\frac{\partial w}{\partial i_1}-\frac{2}{3}\frac{i_2}{t}\frac{\partial w}{\partial i_2}-\frac{2}{3}\frac{i_3}{t}\frac{\partial w}{\partial i_3}=\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{\text{ст}}, \qquad (20.4.1)$$

где $\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{\text{ст}}$ — столкновительный член, описывающий изменение функции распределения нейтрино из-за взаимодействия с остальными частицами.

Остальные частицы находятся в термодинамическом равновесии, которое характеризуется заданием температуры T (в энергетических единицах). Предположим, что все эти частицы ультрарелятивистские, так что для них имеет место уравнение состояния $P=\tilde{\varepsilon}/3$, плотность энергии $\tilde{\varepsilon}=\varkappa T^4$, $\varkappa=b\frac{24\pi}{(2\pi\hbar)^3}$, b — сумма статистических весов. Пренебрежем отличием ферми-и бозе-газов от классического, т. е. заменим $(e^{E/T}\pm 1)^{-1}\equiv n^*$ на $e^{-E/T}$ в формулах равновесного распределения и, соответственно, выбросим n^* во множителях $(1-n^*)$, $(1+n^*)$ в интеграле столкновений. Тогда $b=\sum g_j$, где g_j — статистический вес j-го сорта частиц ($g=2$ для $e^\pm$, μ; $g=1$ для скалярных мезонов и двухкомпонентных нейтрино). При сделанных предположениях

$$k=\frac{g_{\nu\bar{\nu}}}{b+g_{\nu\bar{\nu}}}=\frac{2}{b+2}.$$

Температура определяется уравнением сохранения энергии:

$$\frac{d\tilde{\varepsilon}}{dt}+\frac{4}{3}\frac{\tilde{\varepsilon}}{t}\equiv 4\varkappa T^3\left(\frac{dT}{dt}+\frac{1}{3}\frac{T}{t}\right)=Q(w,\,T), \qquad (20.4.2)$$

где $Q(w,\,T)$ — член, описывающий влияние на температуру взаимодействия плазмы с нейтрино. Если предположить, что сечения взаимодействия нейтрино с остальными частицами степенным образом зависят от энергии сталкивающихся частиц в системе центра инерции ($\sigma=\sigma_0 E^{2m}$), то можно убедиться, что система (20.4.1) — (20.4.2) допускает автомодельное решение вида

$$w=w(q), \qquad T\sim t^{-\frac{1}{2m+3}}, \qquad (20.4.3)$$

где $q=l/T$.

Физическими параметрами, определяющими задачу, являются (при заданной метрике): показатель m, постоянная σ_0 (или несколько постоянных σ_{0j}) в выражении для сечения взаимодействия, числа b и k, характеризующие термодинамику системы. Практически для определения области существования автомодельного решения удобно действовать следующим образом: задаваясь значениями σ_0 и $T=T(t)$, определять область изменения k.

Эту общую программу удалось осуществить лишь после дополнительных упрощающих предположений относительно взаимодействия нейтрино с равновесной плазмой и друг с другом.

Задачу удается решить в двух случаях:

1. Рассматривается только одиночное рождение и гибель нейтрино согласно реакции

$$\nu+\mathrm{n}\rightleftarrows\mathrm{p}+\mathrm{e}, \qquad (20.4.4)$$

где вместо n, p, e могут фигурировать и другие частицы, находящиеся в равновесии. Кроме них могут присутствовать и другие частицы, не взаимодействующие с нейтрино.

2. Рассматривается только парная аннигиляция и рождение нейтрино и антинейтрино согласно реакции

$$\nu+\bar{\nu}\rightleftarrows e^{+}+e^{-} \tag{20.4.5}$$

с добавочным ограничением на показатель степени в выражении для сечения $m=1$. Здесь также допускается присутствие частиц, не взаимодействующих с нейтрино.

Учет рассеяния нейтрино, а также отказ от ограничения условием $m=1$ во втором случае приводят к большим техническим трудностям, и пока эти варианты не рассмотрены. В задаче только с одним рассеянием (без рождения — парного или одиночного) автомодельного решения, очевидно, нет.

Подробный анализ проведен в работе Дорошкевича, Зельдовича, Новикова (1969а), здесь мы приведем только выводы из этого анализа.

Эти выводы следующие:

1. Автомодельное решение рассматриваемого выше типа при $m=1$ возможно лишь при $(1-k)/k\ll 1$. Это следует как из задачи 1, так и из задачи 2. По-видимому, учет рассеяния $e^{\pm}+\nu\rightleftarrows e^{\pm}+\nu$ не сможет заметно изменить этот результат.

2. Из анализа задачи 2 следует существование критических значений показателя степени $m_0\approx 0{,}545$ и $m_1=1{,}5$ таких, что при $m<m_0$ автомодельное решение существует при любом значении k, $0<k<1$. При $m_0<m<m_1$ автомодельное решение существует лишь при $1\geqslant k\geqslant k_{\min}$. Наконец, при $m>m_1$ автомодельного решения нет вообще.

В работе Дорошкевича, Зельдовича, Новикова (1969а, б) получено общее решение кинетического уравнения для нейтрино в случае задачи 2 и строго показано, что в приближении квазисвободных частиц действительно возникает решение для функции распределения нейтрино, описанное в § 2 этой главы.

Для наиболее важного (реального) значения $m=1$ (т. е. $\sigma\sim E^2$) и реального $k=\dfrac{\varepsilon_\nu}{\varepsilon}<0{,}25$ при $\alpha={}^1/_3$ нет автомодельного решения кинетического уравнения, подобного вязкому решению Мизнера *).

Физический вывод заключается в том, что когда в анизотропном космологическом решении при α, близком к ${}^1/_3$, начинается отклонение от равновесия слабовзаимодействующих частиц, то вскоре эти частицы становятся свободными, число их уменьшается, а средняя энергия растет, как это описано в § 2. Последующие работы Мизнера с сотрудниками [см. Матцнер и Мизнер (1972)] подтвердили этот результат.

---

*) Такое решение получается при формальном применении уравнений гидродинамики с вязкостью для значений $t^*/t>1$, что, очевидно, незаконно и приводит, как мы видим из анализа кинетического уравнения, даже к качественно неверному результату.