

§ 5. Образование химических элементов в анизотропных моделях

Обратимся теперь к влиянию на ядерные реакции и другие процессы с частицами иного (по сравнению с изотропной моделью) типа расширения материи.

Как уже отмечалось в простейшем случае расширения от сингулярного состояния, согласно решению Казнера с покоящейся материей, объем $V \sim t$ и, следовательно при $P = \epsilon/3$ плотность $\epsilon \sim t^{-4/3}$. В более общем случае, когда материя движется с ультрарелятивистской скоростью относительно однородной системы отсчета, плотность меняется в зависимости от собственного времени τ по закону [см. (19.5.8)]

$$\epsilon = \tilde{\epsilon}_0 \tau^{-\frac{4(1-p_1)}{3p_1+1}}. \quad (20.5.1)$$

Это выражение можно переписать в виде

$$\epsilon = \tilde{\epsilon}_0 \tau^{-\beta}. \quad (20.5.2)$$

В конце § 5 гл. 19 отмечалось, что в принципе при разном выборе начальных условий величина β может пробегать все значения от 0 до ∞ (т. е. $-1/3 \leq p_1 \leq 1$). Однако при наиболее естественном выборе начальных условий показатель β меняется от 4 до ∞ , т. е. $-1/3 \leq p_1 \leq 0$. Разумеется, за первым, «вакуумным» этапом расширения материи в анизотропной модели следуют другие этапы, с иным законом расширения. Имея в виду все сказанное, мы не будем здесь конкретизировать возможные значения β и рассмотрим, как протекают физические процессы в расширяющемся веществе при всем спектре значений β : $0 \leq \beta < \infty$.

Начнем рассмотрение с вопроса о термодинамическом равновесии на ранних этапах расширения. Полное равновесие имеет место, если характерное время t^* любых реакций, устанавливающих равновесие, меньше «гидродинамического» времени τ , т. е. времени, прошедшего с начала расширения:

$$t^* = \frac{1}{\sigma n} < \tau; \quad (20.5.3)$$

n — плотность частиц, σ — сечение взаимодействия, скорость света равна единице.

В модели Фридмана для $P = \epsilon/3$ величина $n \sim \frac{1}{V} \sim \tau^{-3/2} \sim T^3$ (T — температура). Поэтому $n\tau \sim \tau^{-1/2} \sim T$. Следовательно, если σ растет с энергией или, даже падает, но не быстрее, чем T , то неравенство (20.5.3) заведомо выполняется при $\tau \rightarrow 0$, $T \rightarrow \infty$ и в модели Фридмана на ранних этапах имеется полное термодинамическое равновесие *).

*) За исключением, может быть, гравитонов (см. раздел II).

На казнеровском этапе расширения при покоящемся в системе отсчета веществе $n\tau = \text{const}$ при $\tau \rightarrow 0$. Если σ стремится к константе с ростом энергии или падает, возможны ситуации, когда при $\tau \rightarrow 0$ нет равновесия между некоторыми сортами частиц или даже всеми частицами.

В общем случае, когда $\varepsilon = \tilde{\varepsilon}_0 \tau^{-\beta}$, имеем

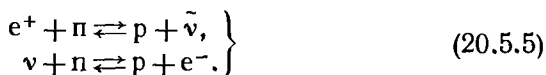
$$n\tau \sim \tau^{-\frac{3}{4}\beta+1}. \quad (20.5.4)$$

Если $\beta < 4/3$, то произведение $n\tau \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow 0$. В этом случае на самых ранних этапах расширения нет термодинамического равновесия и частицы свободны (если только сечение σ не стремится к бесконечности при $T \rightarrow \infty$, как $\sigma \sim T^{\frac{4}{\beta}-3}$ или быстрее). Если нет термодинамического равновесия, то, вследствие анизотропии деформации, давление анизотропно и необходимо рассматривать эффекты, описанные в § 1 этой главы. Однако для наиболее реального случая ($\beta > 4$) равновесие имеет место, даже если сечение σ стремится к нулю при $T \rightarrow \infty$ (но не быстрее, чем $T^{\frac{4}{\beta}-3}$ или, для больших β , T^{-3}).

Мы ограничимся здесь краткими замечаниями о возможности отсутствия термодинамического равновесия и перейдем к проблеме образования химических элементов в анизотропной космологии.

Если на ранней стадии расширения не было термодинамического равновесия между частицами, то, очевидно, нельзя сказать ничего определенного об исходе ядерных реакций и распространенности химических элементов в дозвездном веществе; все зависит от произвольного «начального» состава частиц материи. Мы будем предполагать в дальнейшем, что термодинамическое равновесие между известными частицами существует (до описанного в §§ 2—4 нарушения равновесия с нейтрино).

Повторим очень кратко описание процесса синтеза элементов, данное в разделе II. В горячей изотропной модели Фридмана процесс образования химических элементов идет в два этапа. На ранней стадии равновесие между нейтронами и протонами поддерживается реакциями слабого взаимодействия:



Характерное время этих реакций для высоких температур (время в сек, $T_9 = T \text{ K}^\circ / 10^9$) есть (индекс «сл» — слабое взаимодействие)

$$\tau_{\text{сл}} \sim \frac{10^5}{T_9^5}. \quad (20.5.6)$$

Равновесное относительное содержание n и p :

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{равн}} = e^{-\frac{\Delta mc^2}{kT}} = e^{-\frac{1.5}{T_9}}, \quad (20.5.7)$$

где Δm — разность масс нейтрона и протона.

Изменение температуры в ходе расширения определяется соотношением (см. § 2 гл. 6), связывающим время, прошедшее с начала расширения, и температуру в этот момент:

$$\tau \approx \frac{10^2}{T_9^2}. \quad (20.5.8)$$

Как мы уже отмечали в гл. 6, время существенного изменения температуры плазмы в расширяющемся мире порядка τ . Для термодинамического равновесия необходимо $\tau_{\text{сл}} \ll \tau$. В начале расширения, при $T_9 > 10$, $\tau_{\text{сл}} \ll \tau$ и устанавливается термодинамическое равновесие, отвечающее (20.5.3). Когда $\tau_{\text{сл}}$ становится больше τ , термодинамическое равновесие между n и p нарушается, реакции (20.5.5) уже не успевают проходить и отношение n/p «застывает». Приравнявая (20.5.6) и (20.5.8), находим температуру в момент застывания $T_9 = 10$. Подставляя это значение в (20.5.7), получаем

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{заст}} \approx e^{-1.5} \approx 0,2. \quad (20.5.9)$$

На втором этапе ядерных реакций в ходе дальнейшего расширения при более низких температурах ($T_9 \approx 1$) становится возможным образование ядер легких элементов.

Большая часть нейтронов захватывается протонами и дает в результате He^4 (а также некоторое очень малое количество He^3 , Li^7 и D). Если захватываются все нейтроны, то содержание He^4 по весу

$$Y_{\text{max}} = \left(\frac{2n}{n+p}\right)_{\text{заст}} = \frac{2\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{заст}}}{1 + \left(\frac{n}{p}\right)_{\text{заст}}} \approx 0,33. \quad (20.5.10)$$

В действительности подробные расчеты (см. § 5 гл. 7) показывают, что не все нейтроны успевают захватиться до их распада и образуется несколько меньше гелия ($Y \approx 0,3$), но оценка (20.5.10) вполне удовлетворительна.

В анизотропных однородных моделях скорость изменения плотности вещества со временем иная, чем в изотропной. Это приводит к другому исходу протекания ядерных реакций в расширяющемся веществе и, как следствие, к иному химическому составу первичного вещества.

Простейшие анизотропные модели Гекмана — Шюкинга с плоским сопутствующим пространством (критической плотностью ве-

щества $\rho_0 = 10^{-29}$ г/см³ для сегодняшнего момента) характеризуются одним параметром — моментом времени θ , который отделяет период резко анизотропной деформации от периода практически изотропного расширения. Очевидно, что если $\theta < 1$ сек, то все реакции, важные для образования химических элементов, идут на стадии, когда модель расширяется уже по фридмановскому закону, и исход ядерных реакций будет такой же, как во фридмановской модели. Иной исход будет для анизотропной модели с $\theta > 1$ сек.

Первые расчеты были сделаны Хоукингом и Тейлором (1966) и Торном (1967). Они были проведены в «канонических» предположениях о частицах (нет неизвестных частиц, и нет большого лептонного заряда) и без учета неравновесных процессов с нейтрино (см. §§ 2—4 этой главы). Проведем оценку количества синтезированного гелия в этих предположениях. На стадии $t < \theta$ для τ вместо (20.5.8) будем иметь

$$\tau = \frac{10^8}{T_9^2 \theta^{1/4}}. \quad (20.5.11)$$

Эта формула легко получается из (19.1.4) после подстановки в нее $\varepsilon = \rho c^2 = \sigma T^4$ и решения относительно времени.

Приравнивая τ из (20.5.11) и $\tau_{\text{сл}}$ из (20.5.6), находим температуру закалки $T_9 = 10 \theta^{1/4}$ (формула справедлива для $\theta \geq 1$ сек). После этого для закалки $(n/p)_{\text{заcl}}$ находим

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{заcl}} = e^{-1.5 \theta^{-1/4}}. \quad (20.5.12)$$

В дальнейшем нейтроны захватываются протонами.

Подставляя (20.5.12) в (20.5.10), находим, что в анизотропных моделях с $\theta > 1$ сек содержание He^4 практически составляет 100%. Однако при очень больших параметрах анизотропии, $\theta > 10^{11}$ сек, расширение на стадии захвата нейтронов идет столь быстро [время τ в формуле (20.5.11) при фиксированном T и очень большом θ мало], что DD-реакции и захват не успевают пройти. По расчетам Торна (1967), при $\theta > 10^{11}$ сек имеет место почти полное отсутствие He^4 в первичном веществе. В целом зависимость содержания He^4 (а также D и He^3) в дозвездном веществе от параметра θ показана на рис. 56.

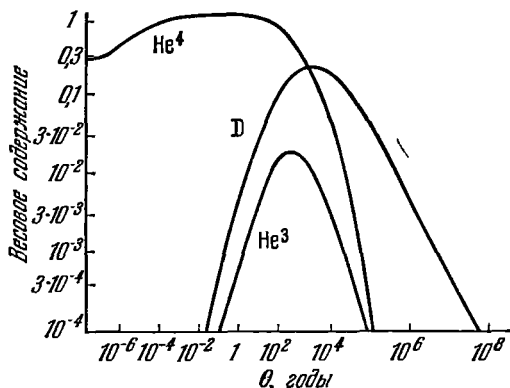


Рис. 56. Относительная весовая концентрация He^4 , D и He^3 в дозвездном веществе как функция параметра анизотропии θ .

при $\theta > 10^{11}$ сек имеет место почти полное отсутствие He^4 в первичном веществе. В целом зависимость содержания He^4 (а также D и He^3) в дозвездном веществе от параметра θ показана на рис. 56.

Но в реальном случае в анизотропных моделях надо учесть процессы с нейтрино, рассмотренные в предыдущих параграфах данной главы. В этом случае формула (20.5.11) справедлива только до момента закалки. После этого энтропия возрастает, и реальный момент изотропизации θ^* не совпадает с θ . Так, для параметра $\rho_1 = -1/3$ в модели Казнера (см. предыдущие параграфы)

$$\theta^* \text{ сек} \approx (\theta \text{ сек})^{7/16}. \quad (20.5.13)$$

Само наличие направленных потоков энергичных нейтрино, влияя на зависимость τ от T и θ , как показывают грубые прикидки при простейших предположениях, не меняет существенно процессов, приводящих к синтезу He^4 .

Согласно грубым оценкам, если принять во внимание все эти факты, кривая для He^4 на рис. 56 качественно не меняется, ее правый склон немного смещается влево (под θ подразумевается реальный момент изотропизации, т. е. мы здесь и в дальнейшем опускаем звездочку у θ). Однако процессы взаимодействия потоков нейтрино с образовавшимся He^4 не могут привести к образованию заметного количества других легких элементов (конкретные расчеты, к сожалению, отсутствуют).

Оценки образования He^4 , проведенные для случая более сложных анизотропных моделей, с искривленным трехмерным пространством, для плотности вещества меньше критической, дают аналогичные изменения содержания гелия в дозвездном веществе. В целом же качественно картина остается прежней. Согласно данным наблюдений, как мы уже видели в § 6 гл. 7, количество He^4 в дозвездном веществе не более 30% и, вероятно, близко к этому значению. Таким образом, химический состав первичного вещества накладывает сильные ограничения на параметр изотропизации θ^* .

Во всех расчетах, о которых говорилось выше, предполагалось, что материя покоится относительно системы отсчета модели.

Однако материя в общем случае движется относительно системы отсчета (см. § 5 гл. 19). Это приводит к возникновению, по крайней мере, еще одного параметра в выражениях типа (20.5.11) и (20.5.12).

Мы рассмотрим для примера самый простой случай: до момента $t = \theta$ плотность энергии меняется по закону $\varepsilon = \varepsilon_0 \tau^{-\beta}$, после этого момента решение изотропизуется и выходит на фридмановское решение.

*) Здесь мы не рассматриваем возможного влияния гипотетических слабо-взаимодействующих частиц (например, гравитонов) и ограничиваемся простейшими предположениями о свойствах нейтрино. Учет всех этих фактов качественно не изменит заключений.

Тогда для τ будем иметь

$$\tau = \frac{10^{3k}}{\theta^{\frac{3k}{2}-1} T_9^{3k}}, \quad (20.5.14)$$

где $k = \frac{4}{3\beta}$ *).

Далее находим

$$T_{\text{заст}} = 100^{\frac{1,5k-1}{5-3k}},$$

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{заст}} = \exp\left(-1,50^{-\frac{1,5k-1}{5-3k}}\right). \quad (20.5.15)$$

Модели с покоящимся веществом соответствуют $k=1$. В принципе возможны модели с $0 \leq k \leq \infty$. Заметим, что при $k > 1$ условия образования He^4 еще более благоприятны, чем при $k=1$. Для $k \rightarrow \frac{5}{3}$ температура закалки $T \rightarrow \infty$. При $k > \frac{5}{3}$ вообще не было периода равновесия между нейтронами и протонами, и содержание He^4 в дозвездном веществе определяется начальными условиями для горячей Вселенной.

Хотя в принципе возможны любые значения k , но наиболее вероятно, как мы уже отмечали в начале параграфа, значения $0 < k \leq \frac{1}{3}$, соответствующие $4 \leq \beta < \infty$. Такое k соответствует однородным анизотропным моделям, в которых однородное движение вещества с релятивистской скоростью получается как результат неустойчивости модели по отношению к возникновению такого движения.

Для $k = \frac{1}{3}$ имеем

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{заст}} = \exp(-1,50^{1/3}); \quad (20.5.16)$$

для $k \rightarrow 0$

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{заст}} = \exp(-1,50^{1/3}). \quad (20.5.17)$$

Из этих формул видно, что в анизотропных моделях с движением вещества содержание гелия в первичном веществе будет меньше процента, если $\theta > (10^3 - 10^4)$ сек.

Итак, в анизотропных моделях возможны только три «стабильных» значения распространённости гелия в дозвездном веществе:

1. Около 30% He^4 для $\theta < 1$ сек.
2. Почти 100% He^4 для моделей с покоящимся веществом и с $100 \text{ сек} < \theta < 10^8 \text{ сек}$.
3. Отсутствие He^4 для моделей с покоящимся веществом и с $\theta \gg 10^8 \text{ сек}$ и для моделей с движущимися веществом и $\theta \gg 10^3 \text{ сек}$.

*) Мы надеемся, что читатель не будет путать эти k и β с теми, которые использовались в §§ 1 и 3 этой главы.

О том, что дают наблюдения для химического состава первичного вещества, говорилось в § 6 гл. 7. С уверенностью можно сказать, что содержание He^4 в дозвездном веществе меньше 30%. Поэтому все модели, приводящие к большему содержанию He^4 , заведомо противоречат наблюдениям. Однако и модели, дающие $\text{He}^4 < 10\text{--}15\%$, следует считать маловероятными, особенно в том случае, если они дают относительно много D.

Естественно, в этом параграфе мы не говорим об ограничениях на анизотропные модели, даваемые наблюдениями степени изотропии реликтового излучения (об этом см. §§ 8, 9 гл. 21).