

Вероятность систематического повторения мизнеровской ситуации исчезающе мала. Мы пока не останавливаемся на вопросе о том, что модель «перемешанного» мира нельзя применять неограниченно вплоть до сингулярности, ибо, когда кривизны пространства-времени достигают  $(10^{-33} \text{ см})^{-2}$ , начинают играть роль квантовые эффекты в тяготении (см. раздел V). Некоторые замечания по этому поводу мы сделаем в конце следующего параграфа. Здесь же подчеркнем, что и без ограничений применимости ОТО при случайном выборе параметров модели  $Q$  всегда нарастает при движении к сингулярности.

В заключение параграфа отметим, что подобными же свойствами эволюции вблизи сингулярности обладает и модель типа VIII Бианки.

### § 5. О невозможности «перемешивания» в модели «перемешанного» мира

Модель Мизнера была первоначально задумана для обеспечения возможности «перемешивания» неоднородностей. Для этого необходимо, чтобы сигнал со световой скоростью мог многократно обходить мир (см. § 4 этой главы).

Обратимся теперь к проблеме возможности обхода мира типа IX Бианки сигналом, движущимся со световой скоростью [Дорошкевич, Лукаш, Новиков (1971), Грищук, Дорошкевич, Лукаш (1971)].

Уравнения для нулевых геодезических показывают, что лучи света, вышедшие из некоторой точки и движущиеся вдоль главных осей тензора кривизны трехмерного пространства, всегда будут двигаться вдоль этих направлений.

Для осуществления идеи Мизнера необходимо, чтобы свет большое число раз успевал обходить мир во всех направлениях. Изменение масштабов мира вдоль главных осей тензора кривизны описывается функциями  $a(\tau)$ ,  $b(\tau)$ ,  $c(\tau)$ . Зная эти функции, можно рассчитать, сколько раз свет успевает обойти мир по тому или иному направлению за определенный отрезок времени.

Если в некотором цикле амплитуда  $Q$  мала, то свет может успеть много раз обойти мир вдоль наименьшей оси  $c$ . Действительно, в этом случае (см. § 4) ось  $c \sim t$  и применимы формулы (21.4.1). Однако мы видели, что с огромной вероятностью вблизи сингулярности малые амплитуды  $Q$  никогда не осуществляются.

Возникает вопрос, возможно ли перемешивание, т. е. многократные обходы светом и звуком (так как скорость звука в горячем веществе  $v_{зв} = \frac{c}{\sqrt{3}}$ ) мира в случае, когда  $Q \gg 1$ .

Рассмотрим распространение света вдоль трех главных направлений модели. В каждом цикле монотонно меняющаяся функция (одна из трех —  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) всегда много меньше осциллирующих,

и наиболее благоприятные условия для обходов светом мира имеются для луча, движущегося вдоль этой оси.

Число обходов светом мира по наименьшей оси  $s$  за время большого цикла, как показано в работах, цитированных в начале этого параграфа, определяется формулой

$$N_s \approx \frac{u_s}{2\pi \sqrt{Q_{0,s}}}, \quad u_s \gg 1. \quad (21.5.1)$$

Для числа обходов по оси  $a$  или  $b$

$$\tilde{N} < Q_{0,s}^{-1/2}.$$

Таким образом, по какому бы направлению свет ни шел, всегда число обходов им мира  $N_s$  в течение  $s$ -цикла удовлетворяет неравенству

$$N_s \leq \frac{u_s}{\pi \sqrt{4Q_{0,s}}} \equiv N_s^*. \quad (21.5.2)$$

Для полного числа обходов светом мира  $N$  вдоль фиксированного направления за все время, начиная от сингулярности и до цикла с номером единица, справедливо неравенство

$$N < \sum_{s=1}^{\infty} N_s^*. \quad (21.5.3)$$

Пусть параметры модели выбираются случайным образом. В работе Дорошкевича, Лукаша и Новикова (1971) показано, что в этом случае при больших  $Q_{0,1}$  с вероятностью, пренебрежимо мало отличающейся от единицы, сумма  $\sum_{s=1}^{\infty} N_s^*$  мала по сравнению с единицей.

Более точно, показано следующее. Вероятность того, что

$$\sum_{s=1}^{\infty} N_s^* < \tilde{x} \ll 1, \quad (21.5.4)$$

отличается от 1 на величину  $W$  меньшую, чем

$$W < \frac{1}{500 \ln Q_{0,1}} + \frac{1}{\tilde{x} \sqrt{Q_{0,1}}}. \quad (21.5.5)$$

В работе Грищука, Дорошкевича, Лукаша (1971) показано также, что эти оценки справедливы и в более сложном случае, когда имеется движение вещества.

Таким образом, приведенные выражения доказывают, что без крайней специального выбора параметров модели свет ни разу не успевает обойти мир ни по какому направлению за все время,

начиная от сингулярности и до конца анизотропной стадии, когда  $Q$  все еще велико. В период изотропизации модели, когда вступает в игру самогравитация обычной материи, свет, возможно, и успеет один раз обойти мир, но этого явно недостаточно для осуществления идеи Мизнера о перемешивании.

### § 6. Квантовые ограничения для модели «перемешанного» мира

Мы уже неоднократно отмечали, что ОТО заведомо неприменима в масштабах меньших, чем  $l_g \sim 10^{-33}$  см, ибо при этом существенны квантовые флуктуации метрики (подробнее см. §§ 4—7 гл. 23). В частности, если какой-либо масштаб замкнутой однородной модели мира меньше  $l_g$ , то описывать поведение модели в этом масштабе уравнениями ОТО некорректно. Однако в работе Мизнера (1969б) высказано утверждение, что в случае модели перемешанного мира этого ограничения нет и ОТО применима для сколь угодно малых масштабов, вплоть до истинной сингулярности. Этот вывод получен Мизнером из анализа квантования расширения мира в целом (подробно см. следующий раздел). Здесь мы отметим только, что им показано, что если при больших масштабах мира, много больших  $l_g$ , состояние расширения соответствует большому квантовому числу  $n$ , т. е. описывается классическими неквантовыми уравнениями, то по мере продвижения к сингулярности (в прошлое) число  $n$  является адиабатическим инвариантом и, следовательно, с уменьшением масштабов роль квантовых эффектов не возрастает и никакого предела применимости ОТО нет.

Мы считаем, что несмотря на это замечание Мизнера,  $l_g$  является все же пределом применимости неквантовых уравнений ОТО.

Дело в том, что в масштабах  $l < l_g \approx 10^{-33}$  см существуют квантовые флуктуации метрики безотносительно к состоянию расширения всего мира в целом. Например, сегодня такие флуктуации есть в мире в масштабах  $l < 10^{-33}$  см или  $t < 10^{-43}$  сек независимо от масштабов всего мира и состояния его расширения и в этих малых масштабах сегодня неприменима неквантовая ОТО. Это же утверждение можно повторить для любого момента в прошлом. Поэтому, когда какой-либо масштаб во Вселенной в прошлом был меньше  $l_g \approx 10^{-33}$  см или время, протекшее от сингулярности, меньше  $10^{-43}$  сек, то уравнения ОТО для описания эволюции этого масштаба уже неприменимы.

Рассмотрим вопрос о применимости модели перемешанного мира к ранним стадиям расширения реальной Вселенной. В общем случае, когда свет не успевает обойти Вселенную, ограничения, связанные с продолжительностью эволюции во времени, более жесткие, чем ограничения на пространственные масштабы, но и ограничения на пространственные масштабы очень сильные.