

Рассмотрим их. Характерный масштаб во Вселенной сегодня есть  $L \sim c/H \approx 10^{28}$  см. По крайней мере, начиная со времени в прошлом, когда этот масштаб был  $\sim 10^{26}$  см, наблюдаемая часть Вселенной расширялась изотропно. Наименьший масштаб применимости некантовой теории, как говорилось выше,  $\sim 10^{-33}$  см или во времени  $10^{-43}$  сек. Таким образом, в течение интервала времени, когда Вселенная, может быть, описывалась моделью перемешанного мира, ее масштаб изменился не более чем в  $10^{26} : 10^{-33} = 10^{59}$  раз. Посмотрим, сколько при этом возможно было циклов осцилляций и сколько раз свет мог бы обойти мир по разным направлениям. Для оценки возможного числа осцилляций мы должны воспользоваться формулой (21.4.6). Как указано в § 4, эта формула дает квадрат изменения масштаба наименьшего размера мира. Для того чтобы получить в левой части величину  $P^{1/2}$ , меньше  $10^{59}$  при любом  $Q_0$ , заметно большем 1, необходимо, чтобы было заведомо не более двух-трех циклов с двумя-тремя осцилляциями в каждом цикле. Если же число осцилляций в цикле 8—10, то не могло быть больше одного цикла.

Таким образом, квантовые эффекты в ОТО должны сильно ограничить возможное число колебаний в окрестности сингулярности в космологической модели Мизнера.

В заключение мы еще раз подчеркнем (см. § 5 этой главы), что многократный обход светом и звуком мира невероятен в модели перемешанного мира даже без всяких ограничений на применимость ОТО, т. е. при формальном продолжении решения вплоть до сингулярности.

## § 7. Изотропизация однородных космологических моделей в ходе расширения

В данном разделе мы рассматриваем однородные анизотропные модели с целью их возможного применения для описания ранних стадий космологического расширения. Естественно, что на эту роль могут претендовать модели, которые с течением времени «изотропизируются», приближаются к модели Фридмана. Что следует понимать под терминами «изотропизация», приближение к решению Фридмана?

Наиболее «естественный» ответ заключается в следующем. Изотропизацией в момент  $t_0$  считается близость (с заданной точностью) всех параметров модели (геометрических, динамических, распределения и движения вещества и излучения) к соответствующим величинам во фридмановской модели. Такой подход вполне удовлетворил бы закоренелого теоретика-космолога, но он, по-видимому, слишком строг, когда мы хотим применять наши понятия к реальной Вселенной. Наблюдения, во всяком случае наблюдения сегодняшнего дня, еще очень далеки от возможности проверки *всех* свойств

моделей. Основным орудием астрономов по проверке степени изотропии расширения является реликтовое излучение и, в гораздо меньшей степени, наблюдение галактик и подсчеты радиоисточников в разных направлениях на небе. В последних двух случаях ошибки слишком велики (об этом мы говорили в предыдущих разделах). Косвенным критерием может быть химический состав первичного вещества, ибо, как мы видели в § 5 гл. 20, синтез элементов очень чувствителен к темпу расширения в период протекания ядерных реакций. Разумеется, близость химсостава к предсказаниям Фридмановской модели означает только совпадение темпа изменения со временем объема вещества с темпом в модели Фридмана.

При решении вопроса об изотропизации надо иметь в виду, что, согласно астрономическим наблюдениям, если Вселенная и была сначала анизотропной, то изотропизация произошла достаточно рано, при  $z \gg 10^3$  (из наблюдений реликтового излучения, об этом см. далее \*), и, с большой вероятностью, еще гораздо раньше, при  $z > 10^9$  (из данных о химическом составе вещества, см. § 5 гл. 20).

Итак, минимальные требования к тому, чтобы однородная модель по важнейшим используемым в настоящее время наблюдательным свойствам была похожа на Фридмановскую, заключаются в следующем. Модель должна достаточно рано (во всяком случае до начала синтеза химических элементов) начать расширяться с заданной точностью изотропно, по темпу это расширение должно быть таким же, как в модели Фридмана, и эти свойства должны сохраняться в течение длительного времени, пока модель меняет свои линейные размеры от начала расширения и до наших дней.

Подчеркнем, что изотропизация должна произойти на стадии, когда расширение происходит с практически параболической скоростью и плотность материи практически равна критической. Что касается «изотропизации» таких параметров, как кривизна трехмерного пространства в разных направлениях, то это пока не требуется в нашем определении. Когда анализ наблюдательных данных покажет, что эти параметры существенны, то их также надо будет ввести в определение, которое следует назвать «практической, наблюдательной изотропизацией».

В литературе по математическому анализу анизотропных моделей есть другие определения изотропизации. Так, иначе определяют изотропизацию С. Новиков (1972), Коллинз и Хоукинг (1973а). Это надо иметь в виду, чтобы при чтении литературы не возникло недоразумений. Среди однородных моделей существуют такие, которые в ходе расширения никогда не похожи на Фридмановскую модель по своим свойствам; существуют такие модели, которые с расширением на некотором этапе приближаются по своим свойст-

---

\*) Как показано в § 9 гл. 21, при некоторых вероятных предположениях наблюдения реликтового излучения дают гораздо более сильные ограничения.

вам к модели Фридмана, а затем расширение вновь становится резко анизотропным; наконец, есть такие модели, которые после изотропизации все более приближаются к модели Фридмана (или во всяком случае не отдаляются от нее) при  $t \rightarrow \infty$ .

Кажется почти очевидным, что анизотропные модели, приближающиеся к фридмановской при  $t \rightarrow \infty$ , могут входить лишь в те типы по классификации Бианки, которые содержат фридмановскую модель как частный случай. Анализ этого вопроса [Гришук (1967а), Дорошкевич (1968), Мак-Коллам (1971)] показывает, что это действительно так.

Открытые, или «плоские», модели Фридмана входят в типы I, V, VII. Только в моделях этих типов, в принципе, возможно неограниченно приближение к модели Фридмана. Однако в других моделях близость с заданной точностью на длительном промежутке времени возможна. Поэтому все такие модели, которые длительно похожи на фридмановскую, надо проанализировать и сравнить с наблюдениями.

Важнейшей задачей является построить решение для анизотропных моделей, справедливое на всем интервале времени, т. е. проследить весь процесс от сингулярности до изотропизации, и связать начальные данные вблизи сингулярности с параметрами на поздней стадии расширения. Это позволяет выяснить, какие из моделей с заданными вблизи сингулярности параметрами согласуются с данными астрономических наблюдений о степени изотропии космологического расширения, и решить, таким образом, вопрос, насколько общий класс начальных условий для анизотропных моделей может привести к наблюдаемой сейчас картине Вселенной. Процесс изотропизации моделей типа I рассмотрен в гл. 19, 20.

Мы начнем с анализа изотропизации моделей типа V. Затем рассмотрим изотропизацию моделей типов VII и IX. Эти модели в известном смысле являются наиболее общими. Анализ эволюции моделей других классов на предмет их возможной изотропизации является частным случаем анализа для моделей типов VII и IX. На анализе других типов мы здесь останавливаться не будем, читатель может найти эти вопросы в работах Дорошкевича, Лукаша, Новикова (1973), Лукаша (1974а), Мак-Коллама (1971).

Итак, начнем с моделей типа V.

Трехмерное пространство типа V всегда является пространством постоянной отрицательной кривизны. Рассмотрим сначала модели с тензором энергии-импульса идеального газа и с материей, покоящейся в однородном трехмерном пространстве модели, т. е. положим  $T_0^\alpha \equiv 0$ . Тогда, как было показано Дорошкевичем (1968), решение всегда сводится к решению Гекмана — Шюкинга (1962). Это решение может быть записано в виде

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \{dx^{1^2} + e^{2x^1} [S^2(t) dx^{2^2} + S^{-2}(t) dx^{3^2}]\}, \quad (21.7.1)$$

где функции времени  $R(t)$  и  $S(t)$  находятся из уравнений Эйнштейна. Вблизи сингулярности решение имеет вид ( $P < \epsilon$ )

$$R \sim t^{1/2}, \quad S \sim t^{1/\sqrt{3}}, \quad (21.7.2)$$

т. е. имеет казнеровский вид, показатели имеют следующие значения:

$$P_1 = \frac{1}{3}, \quad P_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad P_3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad \text{Показатели степени в}$$

зависимости масштабных факторов от времени удовлетворяют соотношениям (18.3.6), (18.3.7); наименьший показатель (для оси  $x^3$ ) есть  $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -0,24$ .

На поздних стадиях расширения модель изотропизуется и асимптотически имеет

$$R(t) \sim t, \quad S(t) = \left(1 - \frac{t_\Phi}{t^2}\right). \quad (21.7.3)$$

Для случая пылевидного вещества ( $P=0$ ) решение может быть выписано полностью:

$$\dot{R}^2 = 1 + \frac{2GM}{R} + \frac{a_1^2}{3R^4}, \quad S = \exp\left(a_1 \int \frac{dt}{R^3}\right), \quad (21.7.4)$$

где

$$M = \text{const}, \quad a_1 = \text{const}, \quad \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3};$$

постоянная  $t_\Phi$  в асимптотике (21.7.3) в случае решения (21.7.4) выражается через  $a_1$ , если  $M$  мало:  $t_\Phi^2 = a_1/2$

Асимптотика (21.7.3) описывает выход решения на милновскую модель (см. раздел I), когда самогравитацией вещества можно пренебречь и все вещество расширяется, двигаясь по инерции с постоянной скоростью (масштабный фактор  $R$  пропорционален времени). Однако возможна изотропизация решения на гораздо более ранней стадии, когда самогравитацией материи пренебречь нельзя. В этом случае модель сначала приближается к решению Фридмана для открытого мира на стадии, когда в нем еще существенна гравитация материи (см. § 4 гл. 1 и рис. 2), а затем уже, как и всякая открытая модель Фридмана, переходит в модель Милна. Очевидно, нас должен интересовать именно этот случай, ибо если в реальной Вселенной начало расширения и было анизотропным, то изотропизация произошла достаточно рано, когда гравитация материи была существенна.

Указанные свойства легко проследить в решении (21.7.4). В этом решении в выражении для  $R^2$  первое слагаемое описывает энергию разлетающегося вещества, второе слагаемое описывает тяготение материи, а третье — энергию свободного гравитационного поля. Вблизи сингулярности  $R \rightarrow 0$  и первое и второе слагаемые малы по сравнению с третьим, решение анизотропное (казнеровское). Если  $G^2 M^2 \gg a_1$ , то третье слагаемое сначала сравнивается со вторым, но оба они много больше единицы, модель изотропизуется и выходит на промежуточную фридмановскую асимптотику \*) с  $R \sim t^{1/2}$  и самогравитация материи существенна. Лишь затем модель выходит на милновскую асимптотику (21.7.4). Если же  $G^2 M^2 \ll a_1$ , то изотропизация модели наступает в момент, когда третье слагаемое сравнивается с единицей, а самогравитация материи никогда не существенна. Модель сразу с казнеровской стадии переходит на милновскую.

Как мы видим, тип V моделей с  $T_0^a = 0$  допускает лишь единственную асимптотику решения (21.7.2) вблизи сингулярности  $t \rightarrow 0$ . Это ограничение снимается, если допустить возможность движения материи относительно системы отсчета. В конце § 5 гл. 19 мы уже отмечали, что если предположить, что в некоторый момент времени  $t_*$  на вакуумной стадии все компоненты скорости имеют одинаковый порядок величины, то при  $t \rightarrow 0$  наибольшей является компонента скорости вдоль оси, масштабный фактор которой имеет наибольший положительный показатель степени в зависимости от времени. Вещество движется вдоль этого направления с релятивистской скоростью при  $t \rightarrow 0$ . Однако тип V все еще оставляет сильные ограничения на параметры расширения и движение вещества. Так, в этом решении задание параметров расширения модели в некоторый момент однозначно определяет поток вещества в модели. Это связано с тем, что трехмерное пространство модели имеет изотропную кривизну, а это требует точного сбалансирования отдельных факторов, влияющих на кривизну.

В заключение обсуждения модели типа V приведем закон затухания анизотропии расширения для случая горячей Вселенной ( $P = \epsilon/3$ ). Вещество будем считать покоящимся в системе отсчета. Определим «хаббловские константы»  $H_1, H_2, H_3$  вдоль трех координатных осей системы (21.7.1). На вакуумной стадии  $H_1 \neq H_2 \neq H_3$ . Определим отличие  $H_i$  от среднего  $H = \frac{1}{3}(H_1 + H_2 + H_3)$ :  $\Delta H_i = H_i - H$ . На втором этапе в уравнениях Эйнштейна существенны члены с материей, решение быстро приближается к фридмановскому. Закон затухания  $\frac{\Delta H_i}{H}$  следующий [вывод такой же, как вывод формулы

\*) Совершенно аналогична ситуация при  $P = \epsilon/3$ , отличие в том, что  $R \sim t^{1/2}$  в промежуточной асимптотике.

(21.8.3)]:

$$\frac{\Delta H_i}{H} \approx \left(\frac{t_\phi}{t}\right)^{1/2}. \quad (21.7.5)$$

Момент  $t_\phi$ , когда решение выходит на фридмановское, является произвольным параметром модели.

Мы не будем останавливаться больше на типе V, который является очень частным, и перейдем к более общим типам VII, VIII и IX, имеющим анизотропную кривизну. Приведем итоги анализа [Дорошкевич, Лукаш, Новиков (1973)].

Начнем с типа IX. Материю считаем покоящейся в системе отсчета, уравнение состояния  $P = \epsilon/3$ . Картина изотропизации показана на рис. 58.

Как мы видели в § 4 этой главы, эволюция модели этого типа вблизи сингулярности заключается в осцилляции осей на фоне общего расширения по мере удаления от сингулярности. В некоторый момент  $t^*$ , который является произвольным параметром модели, на решение начинают влиять члены, описывающие тяготение материи. Как видно из рис. 58, на котором изображены логарифмы масштабных факторов вдоль разных осей, после промежуточного этапа

две оси сравниваются, начиная осциллировать с малой и быстро затухающей степенным образом амплитудой. После этого все оси с точностью до логарифмических множителей расширяются по фридмановскому закону. Начало этого этапа обозначено через  $t_\phi$ . Далее в течение длительного времени, практически до момента наибольшего расширения модели, когда расширение сменяется сжатием, расширение происходит «почти» изотропно. Это «почти» выражается в том, что после момента  $t_\phi$ , когда  $a=b$ , анизотропия тензора скорости деформации мала и затухает, но очень медленно, пропорционально  $\left[\ln\left(\frac{t}{t_\phi}\right)\right]^{-1}$ . Эта зависимость является очень важной. Следует подчеркнуть, что тензор кривизны трехмерного пространства

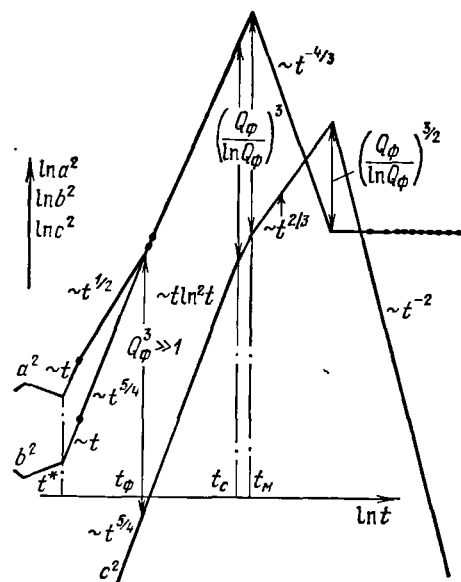


Рис. 58. Процесс «изотропизации» модели типа IX Бианки. На рисунке показана так же эволюция модели после смены расширения сжатием.

две оси сравниваются, начиная осциллировать с малой и быстро затухающей степенным образом амплитудой. После этого все оси с точностью до логарифмических множителей расширяются по фридмановскому закону. Начало этого этапа обозначено через  $t_\phi$ . Далее в течение длительного времени, практически до момента наибольшего расширения модели, когда расширение сменяется сжатием, расширение происходит «почти» изотропно. Это «почти» выражается в том, что после момента  $t_\phi$ , когда  $a=b$ , анизотропия тензора скорости деформации мала и затухает, но очень медленно, пропорционально  $\left[\ln\left(\frac{t}{t_\phi}\right)\right]^{-1}$ . Эта зависимость является очень важной. Следует подчеркнуть, что тензор кривизны трехмерного пространства

моделей и на этом этапе далек от изотропного и, как правило, никогда не становится изотропным в дальнейшем. Именно влияние анизотропии тензора кривизны приводит к очень медленному (логарифмическому) убыванию малой анизотропии деформации с течением времени. О влиянии этого факта на анизотропию реликтового излучения см. в § 9 этой главы. Лишь после смены уравнения состояния, когда в ходе расширения становится  $P=0$  (обозначим этот момент через  $t_c$ ), все отклонения от точного изотропного закона затухают степенным образом. Наконец, с  $t=t_m$  на решение начинают влиять члены, описывающие усредненную кривизну трехмерного пространства. Расширение вновь становится анизотропным, объем расширяющейся модели проходит максимум и вновь сжимается ко второй сингулярности.

Наиболее интересным является то, что при произвольных начальных условиях тяготение вещества не приводит автоматически к такой изотропизации решения, когда все величины  $a$ ,  $b$ ,  $c$  в течение длительного времени практически равны между собой. Для такой изотропизации необходим весьма специальный подбор начальных условий.

Еще раз подчеркнем, что при произвольных (в широком диапазоне) начальных условиях в решении есть длительный период, когда расширение происходит практически изотропно (с малыми поправками) и хорошо описывается решением Фридмана для критической плотности. Однако главные значения тензора кривизны остаются различными и  $a \approx b \gg c$ .

Рассмотрим теперь эволюцию модели типа VII. Она отличается от описанной выше на двух краях временной шкалы: вблизи самой сингулярности в типе VII решение казнеровское\*), потом возникают осцилляции (только один большой цикл, описанный в § 4 этой главы), затем происходит изотропизация, описанная выше для типа IX. Длительно модель расширяется по Фридману. Однако и здесь анизотропия кривизны трехмерного пространства велика. Наконец, на последнем этапе эволюции, когда начинает влиять на решение средняя кривизна модели, в типе VII<sub>n</sub> решение иное.

Этот третий заключительный этап наступает, если плотность вещества модели не равна критической,  $\rho \neq \rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}$ . До сих пор расширение протекало практически, как в модели Фридмана с критической плотностью, теперь  $\rho$  начинает заметно отличаться от  $\rho_c$ ,  $(\rho - \rho_c)/\rho \approx 1$ . Обозначим момент, когда это происходит, через  $t_m$  (так же как и в модели IX, см. рис. 58). Он, так же как и  $t_\phi$  и  $t_c$ , является произвольным параметром модели.

\*) Это справедливо для покоящегося в системе отсчета вещества. Более сложный случай рассмотрен Лукашом (1974б).

В модели типа VII<sub>n</sub> после момента  $t_m$  (назовем этот этап милновским) амплитуды анизотропии кривизны и анизотропии деформации  $\frac{\Delta H_i}{H}$  застывают \*):

$$\frac{\Delta H_i}{H} = \text{const.} \quad (21.7.6)$$

Величины  $\frac{\Delta H_i}{H}$  имеют порядок величины (обозначим его  $\kappa$ )

$$\frac{\Delta H_i}{H} \equiv \kappa \approx \left( \frac{t_c}{t_m} \right)^{3/2} \frac{8}{8 + \ln(t_c/t_\phi)}. \quad (21.7.7)$$

Частным случаем (модель типа VII<sub>0</sub>) является случай, когда  $\rho = \rho_c$ ; в этом случае  $t_m = \infty$  и третий этап отсутствует.

Возвращаясь к случаю  $\rho < \rho_c$  и к милновской стадии, важно отметить, что решение (21.7.6) не стремится к фридмановскому, а представляет собой скорее «застывшее» возмущение фридмановского решения на милновской стадии. Действительно, как возмущения кривизны, так и относительная разность хаббловских констант здесь постоянны. Правда, отношение  $c/a$  очень медленно, но неограниченно нарастает при  $t \rightarrow \infty$ , однако сам по себе рост этого отношения еще ничего не означает. Говоря точнее, в любой момент времени  $t$  модель описывается решением Фридмана плюс малые поправки. В § 9 этой главы будет показано, что анизотропия реликтового излучения на этой стадии также мала \*\*).

В заключение еще одно замечание о ранних этапах эволюции модели типа VII.

Снимем ограничение, заставляющее вещество покоиться в системе отсчета. Как показано выше в § 5 главы 19, из-за неустойчивости вещество на казнеровской стадии эволюции модели придет в движение с релятивистской скоростью. Тогда после вакуумной стадии и колебаний из-за анизотропии пространственной кривизны наступает стадия, когда на решение влияет член, описывающий анизотропный поток вещества относительно системы отсчета модели. В этот период, как можно показать, решение описывается формулами  $a \sim t$ ,  $b \sim c \sim \sqrt{\ln t}$ . Поток направлен вдоль оси, по которой происходит сжатие. Его гравитационное влияние таково, что модель начинает расширяться вдоль именно этой оси ( $a$ ) и очень слабо деформируется вдоль двух других. Это приводит к быстрому падению

\*) Вывод о «застывании» был получен в работе Коллинза и Хоукинга (1973а); см. также Дорожкевич, Лукаш, Новиков (1973).

\*\*) Отметим, что в принципе возможен эксперимент по обнаружению эффекта неограниченного возрастания отношения  $c/a \sim t^{22}$  при  $t \rightarrow \infty$ . Действительно, сфера (с радиусом много меньше радиуса кривизны пространства) из покоящихся или медленно движущихся в синхронной системе отсчета частиц должна с течением времени превращаться в эллипсоид с неограниченно нарастающей вытянутостью. Однако такой эксперимент практически поставить нельзя.



скорости потока и выходу решения на последующие этапы, упоминаемые выше. К аналогичным результатам приводит и рассмотрение слабовзаимодействующих частиц (см. §§ 1, 2 гл. 20) в моделях обсуждаемых типов.

В принципе возможно подобрать начальные условия так, чтобы отдельные этапы исчезали или иначе комбинировались. Мы описали лишь наиболее общие случаи эволюции моделей типов IX и VII с течением времени и выбрали параметры моделей таким образом, чтобы модели изотропизовались достаточно рано. Что касается эволюции моделей типа VIII, то ее ранние стадии вплоть до  $t_m$  протекают аналогично моделям типа IX. После  $t_m$  деформация становится анизотропной.

Общий вывод для всех типов заключается в том, что при широком произволе в выборе множества параметров моделей (по мощности это множество совпадает с полным набором произвольных параметров, определяющих модель) модель изотропизуется по характеру деформации и приближается в этом смысле к модели Фрийдмана \*). Однако кривизна трехмерного пространства моделей все время остается анизотропной. Анизотропия кривизны в моделях типа VIII и IX сказывается в том, что  $c \ll a, b$ , — одно из главных значений метрического тензора мало по сравнению с двумя другими. Поскольку в модели типа IX мир «замкнут» в направлении  $c$  на расстояниях порядка  $c$ , то модели типа IX совместимы с наблюдениями лишь при достаточно больших значениях  $c$ . Более сложным является сопоставление с наблюдениями моделей типа VII, которые «открыты» по направлению  $c$ . В этом случае речь идет лишь о периодичности свойств Вселенной с периодом  $\sim c$ .

Лукаш (1974б) показал, что такие модели можно рассматривать как циркулярно-поляризованные гравитационные волны в, соответственно, плоском нестационарном пространстве для модели типа VII<sub>0</sub>, когда средняя кривизна равна нулю, и в пространстве постоянной отрицательной кривизны для модели типа VII<sub>h</sub>, когда средняя кривизна отлична от нуля.

Волновой вектор гравитационной волны  $k$  направлен по оси  $x^3=z$  и является произвольным параметром моделей. При  $k=0$  (бесконечно длинные волны) метрика типа VII<sub>0</sub> переходит в метрику типа I, а метрика типа VII<sub>h</sub> — в метрику типа V с однородным сопутствующим пространством постоянной отрицательной кривизны. При  $K \neq 0$  в модели типа VII<sub>0</sub> присутствуют только стоячие волны, тогда как в модели типа VII<sub>h</sub> в однородной синхронно-сопутствующей системе отсчета присутствуют лишь бегущие волны (вдоль оси  $z$ ).

\*) Иной подход к проблеме выбора начальных условий дан в работах С. Новикова (1972) и Богоявленского и С. Новикова (1973). Коллинз и Хоукинг (1973а, б) пришли к выводу, что при их подходе к выбору параметров моделей изотропизирующиеся модели образуют множество меры нуль.

Возможность представления однородных анизотропных космологических моделей как изотропных моделей, на которые наложены те или иные возмущения, уже неоднократно обсуждалась [см., например, Грищук, Дорошкевич, Юдин. (1972); Бергер (1972)]. В наиболее общем виде это было сделано Грищуком (1973), высказавшим гипотезу, что любая однородная анизотропная модель может быть представлена как более симметричная модель с наложенными на нее возмущениями (не обязательно малыми). Рассмотрение Лукаша (1974б, в) позволяет лучше понять физические процессы, происходящие в ходе эволюции модели типа VII и описанные выше. Мы отсылаем интересующихся к цитированным работам.

Из рассмотренного в этом параграфе характера расширения моделей типов VII, VIII и IX следует, что модели типов VIII и IX могут описывать современное состояние Вселенной лишь на «квазиевклидовой» стадии эволюции ( $t_{\phi} < t < t_m$ ), под которой мы понимаем период, когда по динамике эти модели близки к модели Фридмана с критической плотностью. Позднее в ходе расширения ( $t > t_m$ ) сильная анизотропия кривизны трехмерного пространства этих моделей приводит к сильной анизотропии деформации, и такие модели противоречат наблюдениям. Что касается модели типа VII, то она может оказаться совместимой с наблюдениями и на поздней стадии расширения, когда гравитационным влиянием вещества можно уже пренебречь и расширение определяется кривизной трехмерного пространства модели ( $t > t_m$ ; милновская стадия).

В последующих двух параграфах анализируется вопрос, как исследования реликтового излучения могут помочь выяснить, действительно ли ранние стадии расширения Вселенной могли быть анизотропными.

### § 8. Анизотропия реликтового излучения в моделях типа I Бианки с критической плотностью вещества

В этом параграфе вопрос об анизотропии реликтового излучения рассматривается для простейшей модели с плоским сопутствующим трехмерным пространством (типа I Бианки). Это позволит выделить ряд важных особенностей проблемы [Дорошкевич, Зельдович, Новиков (1967 г)]. В следующем параграфе будут рассмотрены более сложные модели.

Наблюдения показывают, что крупномасштабная анизотропия реликтового излучения меньше, чем  $\frac{\Delta T}{T} \leq 3 \cdot 10^{-3}$ . Таким образом, Вселенная стала прозрачной для реликтового излучения на стадии, когда анизотропия расширения была уже мала.

Следовательно, для сравнения теории с наблюдениями необходимо вывести формулы для расширения модели, когда она уже мало отличается от фридмановской.