Возможность представления однородных анизотропных космологических моделей как изотропных моделей, на которые наложены те или иные возмущения, уже неоднократно обсуждалась [см., например, Грищук, Дорошкевич, Юдин. (1972); Бергер (1972)]. В наиболее общем виде это было сделано Грищуком (1973), высказавшим гипотезу, что любая однородная анизотропная модель может быть представлена как более симметричная модель с наложенными на нее возмущениями (не обязательно малыми). Рассмотрение Лукаша (1974б,в) позволяет лучше понять физические процессы, происходящие в ходе эволюции модели типа VII и описанные выше. Мы отсылаем интересующихся к цитированным работам.

Из рассмотренного в этом параграфе характера расширения моделей типов VII, VIII и IX следует, что модели типов VIII и IX могут описывать современное состояние Вселенной лишь на «квазиевклидовой» стадии эволюции ($t_ф < t < t_м$), под которой мы понимаем период, когда по динамике эти модели близки к модели Фридмана с критической плотностью. Позднее в ходе расширения ($t > t_м$) сильная анизотропия кривизны трехмерного пространства этих моделей приводит к сильной анизотропии деформации, и такие модели противоречат наблюдениям. Что касается модели типа VII, то она может оказаться совместимой с наблюдениями и на поздней стадии расширения, когда гравитационным влиянием вещества можно уже пренебречь и расширение определяется кривизной трехмерного пространства модели ($t > t_м$; милновская стадия).

В последующих двух параграфах анализируется вопрос, как исследования реликтового излучения могут помочь выяснить, действительно ли ранние стадии расширения Вселенной могли быть анизотропными.

§ 8. Анизотропия реликтового излучения в моделях типа I Бианки с критической плотностью вещества

В этом параграфе вопрос об анизотропии реликтового излучения рассматривается для простейшей модели с плоским сопутствующим трехмерным пространством (типа I Бианки). Это позволит выделить ряд важных особенностей проблемы [Дорошкевич, Зельдович, Новиков (1967 г)]. В следующем параграфе будут рассмотрены более сложные модели.

Наблюдения показывают, что крупномасштабная анизотропия реликтового излучения меньше, чем $\frac{\Delta T}{T} \leqslant 3 \cdot 10^{-3}$. Таким образом, Вселенная стала прозрачной для реликтового излучения на стадии, когда анизотропия расширения была уже мала.

Следовательно, для сравнения теории с наблюдениями необходимо вывести формулы для расширения модели, когда она уже мало отличается от фридмановской.

Мы напишем формулы для процесса изотропизации модели, учитывающие как возможное наличие упорядоченного магнитного поля (см. § 3 гл. 19), так и направленные потоки релятивистских частиц (см. § 1 гл. 20). Следует особенно подчеркнуть, что если наличие магнитного поля в анизотропной модели не обязательно (наличие его зависит от начальных условий), то, как показано в § 1 гл. 20, анизотропные потоки слабо взаимодействующих частиц неизбежно возникают в результате процессов на ранней стадии анизотропного расширения, и их учет совершенно необходим.

Пусть магнитное поле направлено по оси z (индекс 3); P_1, P_2, P_3 — давление свободных частиц соответственно по осям x, y и z; ε и P — плотность энергии и давление обычной материи; W — плотность энергии магнитного поля; $\varepsilon \gg W, P_1, P_2, P_3$; $\frac{\dot a}{a} \approx \frac{\dot b}{b} \approx \frac{\dot c}{c}$, т. е. расширение в первом приближении происходит изотропно.

Напомним некоторые выводы § 3 гл. 19 и § 1 гл. 20. Из (18.3.2) — (18.3.5) следует:

$$\frac{1}{abc}\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{\dot a}{a}-\frac{\dot b}{b}\right)abc\right]=\frac{8\pi G}{c^2}(P_1-P_2), \tag{21.8.1}$$

$$\frac{1}{abc}\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{\dot a}{a}-\frac{\dot c}{c}\right)abc\right]=\frac{8\pi G}{c^2}[(P_1-P_3)+2W]. \tag{21.8.2}$$

Положим $P=\varepsilon/3$, тогда $a \approx b \approx c \sim t^{1/2}$ и (t_1 — параметр)

$$\frac{\frac{\dot a}{a}-\frac{\dot b}{b}}{\frac{\dot a}{a}}=3\frac{P_1-P_2}{\varepsilon}+2\left(\frac{t_1}{t}\right)^{1/2}, \quad \frac{\frac{\dot a}{a}-\frac{\dot c}{c}}{\frac{\dot a}{a}}=3\frac{P_1-P_3}{\varepsilon}+6\frac{W}{\varepsilon}+2\left(\frac{t_1}{t}\right)^{1/2}. \tag{21.8.3}$$

Из этих формул следует, что в отсутствие магнитного поля и потоков релятивистских частиц анизотропия деформации затухает, как $t^{-1/2}$. В общем случае главными в анизотропии деформации являются члены, связанные с магнитным полем и анизотропным потоком. Отношения $\frac{P_1-P_2}{\varepsilon}$ или $\frac{W}{\varepsilon}$ на стадии почти изотропного расширения остаются постоянными (при $P=\varepsilon/3$). Поэтому важный вывод заключается в том, что при наличии магнитного поля или потока релятивистских частиц анизотропия деформации на стадии $P=\varepsilon/3$ «консервируется», не уменьшается *), в то время как без анизотропии T_α^β анизотропия деформации падала $\sim t^{-1/2}$.

*) Решение (21.8.3) дано с точностью до логарифмических множителей (см. § 3 гл. 19). При учете этих множителей анизотропия падает логарифмически.

Для случая $P=0$, $a\approx b\approx c\sim t^{2/3}$ имеем

$$\left.\begin{aligned} \frac{\frac{\dot{a}}{a}-\frac{\dot{b}}{b}}{\frac{\dot{a}}{a}} &= 6\frac{P_1-P_2}{\varepsilon}+\frac{3}{2}\frac{t_1}{t}, \\ \frac{\frac{\dot{a}}{a}-\frac{\dot{c}}{c}}{\frac{\dot{a}}{a}} &= 6\frac{P_1-P_3}{\varepsilon}+12\frac{W}{\varepsilon}+\frac{3}{2}\frac{t_1}{t}; \end{aligned}\right\} \tag{21.8.4}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{a-b}{a} &= -6\frac{P_1-P_2}{\varepsilon}-\frac{t_1}{t}, \\ \frac{a-c}{a} &= -6\frac{P_1-P_3}{\varepsilon}-12\frac{W}{\varepsilon}-\frac{t_1}{\varepsilon}. \end{aligned}\right\} \tag{21.8.5}$$

Из этих уравнений видно, что анизотропия деформации, связанная с анизотропией T_α^β, изменяется $\sim t^{-1/3}$, т. е. медленнее, чем в случае изотропного T_α^β.

Итак, во всех случаях анизотропия T_α^β замедляет изотропизацию решения.

Обратимся теперь к формулам для определения анизотропии температуры реликтового излучения, связанной с анизотропией расширения. Найдем красное смещение для луча света, распространяющегося вдоль i-й оси. Пусть масштабный фактор вдоль этой оси есть $a(t)$ и уравнение для света

$$dt=a(t)\,dx^i. \tag{21.8.6}$$

Пусть источник и наблюдатель покоятся в системе отсчета и разность их координат есть Δx^i. Луч покидает источник в момент t и воспринимается наблюдателем в момент t_0. Тогда из (21.8.6) находим

$$\int\limits_t^{t_0}\frac{dt}{a(t)}=\Delta x^i. \tag{21.8.7}$$

Для определения красного смещения надо найти с помощью (21.8.7) отношение разности времен δt_0 получения двух близких по времени сигналов к разности времен δt их выхода из источников. Из (21.8.7) находим при $\Delta x^i\equiv\mathrm{const}$

$$\frac{\delta t}{a(t)}=\frac{\delta t_0}{a(t_0)},\quad \frac{\delta t_0}{\delta t}=\frac{a(t_0)}{a(t)}. \tag{21.8.8}$$

Итак, красное смещение определяется отношением масштабных факторов в данном направлении в момент выхода и приема сигнала.

Так как изменение температуры пропорционально красному смещению, то для температуры в момент выхода и приема сигнала

$$\frac{T}{T_0}=\frac{a(t_0)}{a(t)}. \tag{21.8.9}$$

Формулы для анизотропии температуры реликтового излучения получаются следующим образом. Пусть до некоторого момента, соответствующего $z=z_1$, Вселенная непрозрачна для излучения и поле излучения изотропно, несмотря на анизотропию деформации. После момента z_1 излучение распространяется свободно, без рассеяния. Тогда для наблюдателя, принимающего излучение много времени спустя в направлении двух осей (скажем a и b), разность температур в этих направлениях есть

$$\left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{t\to\infty}=\left.\frac{a-b}{a}\right|_{z_1}. \tag{21.8.10}$$

Здесь положено $a=b=c$ при $t\to\infty$ (или $t=t_0$ сегодня).

Полученные формулы приводят нас к следующим выводам. Если резко анизотропная стадия заканчивается до момента, когда плотность энергии излучения совпадает с ρc^2 обычной материи, $\rho_{\text{изл}}=$ $=\rho_{\text{вещ}}$, то независимо от конкретного значения этого момента анизотропия деформации будет все время, грубо говоря, порядка единицы, вплоть до момента, когда $\rho_{\text{изл}}\approx\rho_{\text{вещ}}$. Действительно, из формул (21.8.3) следует, что на этой стадии (когда $P=\varepsilon/3$) малая анизотропия деформации «консервируется». Более точная оценка амплитуды анизотропии деформации требует учета логарифмических множителей, и, как можно показать, анизотропия скоростей деформации падает по логарифмическому закону, как об этом говорилось в § 3 гл. 19 и § 7 гл. 21. Далее после момента $\rho_{\text{изл}}\approx\rho_{\text{вещ}}$ на стадии, когда $P=0$, анизотропия падает по закону [см. (21.8.5)]

$$\frac{a-b}{a}=6\frac{\rho_{\text{аниз}}}{\rho_{\text{вещ}}}\sim t^{-2/3}. \tag{21.8.11}$$

Из приведенных формул следует оценка для $\frac{\Delta T}{T}$. Если считать, что межгалактический газ непрозрачен для излучения вплоть до момента, соответствующего $z_1=8$, то получим

$$\left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{t\to\infty}=\left.\frac{a-b}{a}\right|_{z_1=8}=\left.6\frac{\rho_{\text{аниз}}}{\rho_{\text{вещ}}}\right|_{z_1=8}\approx 50\left[\frac{\rho_{\text{аниз}}}{\rho_{\text{изл}}}\frac{\rho_{\text{изл}}}{\rho_{\text{вещ}}}\right]_{t=t_0}, \tag{21.8.12}$$

где t_0 — сегодняшний момент, $\rho_{\text{аниз}}$ — плотность анизотропного потока частиц, $\rho_{\text{изл}}$ — плотность γ-квантов с $T\approx3$ °К и $\rho_{\text{вещ}}$ — плотность барионов, $\rho_{\text{вещ}}(t_0)=10^{-29}$ *г/см*^{3} (напомним, что расчет ведется для модели типа I и $\rho=\rho_c$).

Из рассмотрения процессов со свободными частицами и нейтрино в гл. 20 следует, что плотность анизотропного потока нейтрино должна составлять сегодня $\frac{\rho_{\text{аниз}}}{\rho_{\text{изл}}} \approx 0,1-1$. Для второго отношения в квадратных скобках (21.8.12) имеем $\frac{\rho_{\text{изл}}}{\rho_{\text{вещ}}} \approx 3 \cdot 10^{-5}$; отсюда следует:

$$\frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-4}-10^{-3}\,{}^{*}). \tag{21.8.13}$$

Итак, если анизотропия расширения была велика на стадии, когда нейтрино перестают взаимодействовать с другими частицами, то независимо от конкретного значения момента изотропизации модели **) выражение (21.8.13) дает оценку ожидаемой анизотропии реликтового излучения. Подчеркнем, что для оценки (21.8.13) существенно наличие ионизованного межгалактического газа, становящегося прозрачным при $z=8$. Можно получить несколько более точную формулу для $\frac{\Delta T}{T}$, чем (21.8.12), если учесть логарифмическое затухание $\frac{\Delta H_i}{H}$ на РД-стадии (см. предыдущий параграф). Эта более точная формула будет приведена в следующем параграфе.

В анизотропных однородных моделях с евклидовым сопутствующим пространством, в рамках которых получена формула (21.8.13), анизотропия излучения должна носить квадрупольный характер. В направлении наибольшей скорости расширения наблюдается минимум T, в направлении наименьшей скорости расширения (ортогонально первому направлению) — максимум T. При измерении отношения $\frac{\Delta T}{T}$ неподвижной относительно Земли антенной оно должно иметь 12-часовой период.

Обзор результатов измерений крупномасштабной анизотропии реликтового излучения дан Партриджем (1973) (см. табл. XVII). Верхний предел возможной анизотропии, как уже сказано в начале параграфа,

$$\frac{\Delta T}{T} \leqslant 3 \cdot 10^{-3},$$

и он ненамного превосходит теоретические оценки, приведенные выше. Напомним еще раз, что эти предсказания относятся только к модели с $\rho_{\text{вещ}}=\rho_c$. Относительно анизотропных моделей с искривленным пространством оценки будут даны в следующем параграфе.

---

*) Формула (21.8.13) не учитывает логарифмические множители. Учет их приводит к формуле, аналогичной (21.9.6).

**) Есл момент изотропизации наступает позже момента $\rho_{\text{вещ}}=\rho_{\text{изл}}$, то (21.8.13) дает нижнюю границу $\frac{\Delta T}{T}$.

ТАБЛИЦА XVII

Измерения анизотропии реликтового излучения по данным обзора Партриджа (1973)

Место проведения эксперимента и дата	Наблюдатели	Склонение круга скаир.	λ, *см*	Амплитуда, 10^{-3} °K	Прямое восхождение максимума
		Дипольная составляющая			
Принстон (1967)	Партридж, Вилкинсон	—8°	3,2	2,2±1,8	17^h
Юма (1968)	Дисмукис, Вилкинсон, Партридж	0° 42°	3,2 3,2	2,2±2,1 1,5±2,7	2^h(?) 8^h(?)
Белые горы (1972)	Конклин	32°	3,8	2,3±0,9	11^h
Принстон (1971)	Боун, Фрэм, Партридж	0°	0,86	7,5±11,6	6^h(?)
Техас (на баллонах) (1971)	Генри	—	2,9	3,2±0,8	$10—11^h$, $\delta=-30°$
Лос-Аламос (1968)	Бири, Вилкинсон, Партридж	0°	3,2	0,7±1,2	16^h(?)
		Квадрупольная составляющая			
Принстон (1967)	Партридж, Вилкинсон	—8°	3,2	2,7±1,9	7^h, 19^h
Юма (1968)	Дисмукис, Вилкинсон, Партридж	0° 42°	3,2 3,2	2,1±2,0 4,0±2,4	5^h, 17^h 8^h, 20^h
Белые горы (1972)	Конклин	32°	3,8	1,35±0,8	6^h, 18^h
Принстон (1971)	Боун, Фрэм, Партридж	0°	0,86	5,5±6,6	0^h, 12^h(?)
Лос-Аламос (1968)	Бири, Вилкинсон, Партридж	0°	3,2	1,9±1,2	9^h, 21^h

§ 9. Ожидаемая анизотропия космологического радиоизлучения в однородных анизотропных моделях с искривленным трехмерным пространством

Обратимся теперь к вопросу об анизотропии микроволнового космологического излучения на поздних стадиях расширения в моделях с искривленным сопутствующим пространством. Прежде всего отметим следующий важнейший факт. Как нами было показано в § 7 этой главы, в моделях с искривленным анизотропным пространством на стадиях, близких к фридмановской, анизотропия дефор-