В космологии, однако, нет условий для осуществления термодинамического равновесия флуктуаций на ранней стадии.

Более естественная постановка вопроса заключается в задании начального возмущения метрики. Напомним, что, согласно решению Лифшица (см. § 3 гл. 11), вблизи сингулярности возмущение метрики остается постоянным, не обращается ни в нуль, ни в бесконечность. Этот период длится до тех пор, пока $bt<\lambda$ и $\frac{\delta\rho}{\rho}<1$. Так как $b<c$ во всяком случае возмущение метрики постоянно, пока между соседними участками (например, максимумом и минимумом плотности) нет обмена информацией. Этот результат мы формулировали ранее так, что в этом периоде отдельные участки возмущенного фридмановского решения развиваются независимо, сохраняя свою метрику. Крайняя оценка $\lambda>ct$ (со скоростью света вместо скорости звука) справедлива при любом уравнении состояния.

Найдем характерную длину волны в момент, когда уравнение состояния Хагедорна сливается с обычным, $P=\varepsilon/3$. В этот момент $T\approx10^{12}$ °К, $t=10^{-4}$ *сек*, $n_в=10^{24}$ *см*$^{-3}$, число частиц в объеме $N=n(ct)^3=3\cdot10^{33}$, масса возмущенной области $M=10^{-23}$ $M_\odot$, т. е. масса возмущенной области ничтожна! Но для всякой большей массы данное возмущение метрики доживет, не изменяясь, до того периода, когда все резонансы аннигилируют и распадутся, т. е. до того, как исчезают эффекты, характерные для теории Хагедорна. Вопросы образования галактик и флуктуаций реликтовой температуры суть те вопросы, в которых теория возмущений связана с наблюдениями. В этой области можно быть уверенным, что теория Хагедорна не изменяет выводов, сделанных ранее.

§ 3. Космологические выводы из теории Омнеса

Теория Омнеса (см. § 3 гл. 6) с самого начала возникла как космологическая теория. Автор поставил задачу объяснить структуру Вселенной (ее деление на галактики, скопления галактик) неустойчивостью горячей адронной плазмы, без каких-либо произвольных предположений о начальных возмущениях метрики плотности или барионного заряда! Предполагается зарядово-симметричная Вселенная, структура которой на современном этапе соответствует разбиению на области, содержащие вещество, и области, содержащие антивещество.

В настоящее время отнюдь не доказано само существование неустойчивости симметричной ($B=\bar{B}$) горячей плазмы, лежащее в основе теории Омнеса *). Но и при наличии неустойчивости последовательное рассмотрение следующих стадий приводит, по-видимому, к выводам, не согласующимся с наблюдениями: масса отдельных

*) Напоминаем критическую работу Богдановой и Шапиро (1974).

обособляющихся объектов (галактик) слишком мала ($<10^9\ M_\odot$), плотность их слишком велика ($>10^{-20}$ *г/см*^{3}), велика аннигиляция и выделение энергии в плазме, что не согласуется с планковским спектром реликтового излучения.

Однако для того, чтобы обосновать эти пессимистические выводы, необходимо более подробно рассмотреть теорию процессов, возникающих в случае неустойчивости плазмы.

В данном параграфе мы не будем подвергать сомнению саму неустойчивость при температуре выше $\sim 0{,}3Mc^2$, т. е. 10^{12}—$3\cdot 10^{12}$ °K. (Об этом см. § 3 гл. 6.) Рассмотрим макроскопическую сторону дела — размер возникающих неоднородностей барионного заряда, амплитуду плотности B и $\bar{\text{B}}$, кинетику разделения и аннигиляции в последующем периоде.

При этом совершенно необходимо пользоваться спектральной теорией, т. е. рассматривать фурье-амплитуды флуктуаций (превышение числа барионов над антибарионами) b_k и соответствующие величины

$$b(M)=\sqrt{\int\limits_{k=k_0/\sqrt{e}}^{k=k_0\sqrt{e}} b_k^2 k^2 dk}, \tag{23.3.1}$$

характеризующие амплитуду флуктуации в данном масштабе k_0. Будем и впредь (как это мы делали в III разделе книги) характеризовать масштаб той массой, которая содержалась бы в шаре радиусом $1/k_0$ при средней плотности вещества (и антивещества, если прав Омнес) во Вселенной в настоящее время. В момент возникновения барионной неустойчивости при $kT\sim 0{,}3\ M_p c^2$ (или выше) уравнения диффузии барионов и антибарионов приводят к неустойчивости зарядово-симметричного состояния. Омнес рассматривает взаимодействие барионов и антибарионов между собой. Естественно, что коэффициент диффузии становится функцией концентраций.

Итак, уравнения для концентрации барионов B и антибарионов $\bar{B}$ имеют вид

$$\frac{\partial B}{\partial t}=-\operatorname{div} Q+\Phi,\quad \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}=-\operatorname{div}\bar{Q}+\Phi. \tag{23.3.2}$$

Здесь Q есть диффузионный поток барионов, $\bar{Q}$ — антибарионов, Φ — разность числа рождающихся пар и числа аннигилирующих пар. Очевидно, в обоих уравнениях Φ одно и то же. Поток Q, как обычно, зависит от градиента B, но вследствие взаимодействия *) зависит и от градиента $\bar{B}$:

$$Q=-\alpha(B,\ \bar{B})\operatorname{grad} B-\beta(B,\ \bar{B})\operatorname{grad}\bar{B}. \tag{23.3.3}$$

*) Без взаимодействия было бы в нижеследующем уравнении $\beta=0$, $\alpha=D=\mathrm{const}$.

Соответственно

$$Q = -\beta(B,\ \bar{B})\,\mathrm{grad}\,B - \alpha(B,\ \bar{B})\,\mathrm{grad}\,\bar{B}. \qquad (23.3.4)$$

Здесь α и β — коэффициенты переноса, которые в силу зарядовой симметрии зависят от B и $\bar{B}$. Вычитая одно уравнение из другого и обозначая $b=B-\bar{B}$, получим

$$\frac{\partial b}{\partial t} = [\alpha(B\bar{B})-\beta(\bar{B}B)]\,\mathrm{grad}\,B - [\alpha(\bar{B}B)-\beta(\bar{B}B)]\,\mathrm{grad}\,\bar{B}. \qquad (23.3.5)$$

В это уравнение Φ прямо не входит. Однако благодаря явлению аннигиляции и рождения пар, происходящему весьма быстро, мы уверены, что при каждой данной температуре и данном значении b мгновенно устанавливается локальное термодинамическое равновесие, при котором $\Phi \cong 0$. Таким образом, косвенно мы используем Φ для того, чтобы утверждать, что всегда с хорошей точностью интересующие нас функции зависят от следующих переменных:

$$\left.\begin{aligned} &B=B(b,\ T),\quad \bar{B}=\bar{B}(b,\ T),\\ &\alpha=\alpha(B,\ \bar{B},\ T)=\alpha(b,\ T),\\ &\beta=\beta(B,\ \bar{B},\ T)=\beta(b,\ T),\\ &\alpha-\beta=D(b,\ T). \end{aligned}\right\} \qquad (23.3.6)$$

Последнее соотношение определяет коэффициент диффузии D. При низкой температуре $B=b$, $\bar{B}=0$ при $b>0$; $B=0$, $\bar{B}=-b$ при $b<0$. При малом $b \ll \gamma$ очевидно $D=D(T)$, т. е. не зависит от b.

Однако при высокой температуре (независимо от того, находимся ли мы в устойчивой или неустойчивой области) статистическая физика дает (см. § 5 гл. 6; функция $f(T)$ — степенная функция T)

$$B\bar{B} = f(T)\,e^{-\frac{2Mc^2}{kT}} \equiv q^2(T), \qquad (23.3.7)$$

$$B=\frac{b}{2}+\sqrt{4q^2+b^2},\quad \bar{B}=-\frac{b}{2}+\sqrt{4q^2+b^2}. \qquad (23.3.8)$$

Функция $q^2(T)$ сильно зависит от T; взаимодействие барионов, точнее, та его часть, которая имеет противоположный знак для B и $\bar{B}$, не влияет на величину произведения $B\bar{B}=q^2$.

Главное изменение в области неустойчивости, типичное для теории Омнеса, заключается в том, что зависимость $D(b,\ T)$ имеет необычный вид (D_0 и b_0 — постоянные):

$$D=-D_0\left(1-\frac{b^2}{b_0^2}\right). \qquad (23.3.9)$$

Отрицательный знак $D=-D_0$ при $b=0$ как раз соответствует неустойчивости зарядово-симметричного состояния. Те два значения $b=\pm b_0$, при которых $D=0$, соответствуют равновесным составам барионных и антибарионных капель после разделения.

В результате в период неустойчивости ($T>350$ *Мэв* по оценке Омнеса) все пространство разделится на две равные по объему области — одна, заполненная веществом, точнее, горячей плазмой с избытком барионов ($b=+b_0$), другая — антивеществом ($b=-b_0$). Говорить о «каплях» антивещества, вкрапленных в вещество, было бы неточно: при равных объемах столь же часто встречаются изолированные области («капли») вещества, со всех сторон окруженные антивеществом.

Нужно решить два вопроса: 1) каков характерный размер r областей, занятых веществом и антивеществом? и 2) каков средний избыток вещества или антивещества в больших областях (размера $R\gg r$), содержащих много капель? На первый вопрос легко дать правдоподобный ответ: $r\sim\sqrt{D_0 t}$. В адронной стадии коэффициент диффузии определяется столкновениями сильновзаимодействующих частиц; сечение не меньше, чем 10^{-26} *см*^{2}, скорость частиц мало отличается от скорости света. Температуре 350 *Мэв* соответствует время $t=10^{-5}$ *сек*, плотность $5\cdot 10^{15}$ *г/см*^{3}, при средней энергии частиц 10^3 *Мэв*$=10^{-3}$ *эрг* плотность частиц равна $3\cdot 10^{39}$ *см*$^{-3}$. Полагая, что адроны составляют одну треть, получим длину пробега 10^{-13} *см* и окончательно характерный размер

$$r\approx\sqrt{\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 10^{10}\cdot 10^{-13}\cdot 10^{-5}}=10^{-4}\ \textit{см}.$$

Капля такого размера содержит избыток барионов порядка $b_0 r^3=$ $=3\cdot 10^{38}\cdot 10^{-12}=3\cdot 10^{26}$ штук, что соответствует 500 граммам.

При высокой температуре имеет место термодинамическое равновесие как внутри областей с избытком B и $\bar{\text{B}}$, так и на границе этих областей. Везде аннигиляция компенсирована рождением пар.

В ходе дальнейшего расширения происходит охлаждение. Теплопроводность осуществляется фотонами, пробег которых больше пробега адронов; температуру можно считать постоянной. В каждой из областей аннигиляция заканчивается истреблением тех частиц, которые в данной области находятся в меньшинстве. Необратимо распадаются и тяжелые сильновзаимодействующие мезоны. Остаются области, содержащие только B (но не $\bar{\text{B}}$) наряду с лептонами и фотонами, и области, содержащие только $\bar{\text{B}}$ (но не B). На границе областей происходит необратимая аннигиляция B и $\bar{\text{B}}$, перетекающих из глубины соответствующих областей. При температуре выше 3 *Мэв* протоны превращаются в нейтроны, позже остаются только протоны (а в $\bar{\text{B}}$-областях — антипротоны), диффундирующие медленнее, чем нейтроны. Одно из следствий гипотезы Омнеса, отмеченное им же, заключается в том, что нейтроны аннигилируют, а потому не образуется He^4. Без аннигиляции на границе сохранялась бы масса (≈ 500 *г*) характерных областей, а размеры росли бы в соответствии с расширением. Аннигиляция приводит к тому, что к моменту t_1 усредняется состав по большим областям $R\sim\sqrt{D_1t_1}$ или $\sqrt{\int^{t_1} D\,dt}$ $(R\gg r)$. Но в большой области средний барионный заряд меньше! Здесь-то и возникает вторая задача — об амплитуде длинноволновых возмущений. Было бы неправильно считать, что малые области распределены совершенно случайно и отклонения от среднего $|\Delta n|=\sqrt{n}$, где $n=\frac{R^3}{r^3}$ — число малых областей в одной большой области. Мы уже отмечали в главе 12, что нельзя подсчитывать флуктуации, рассматривая резкую границу шара, так как поверхность шара R^2, число малых объемов, пересекаемых поверхностью, $n_S=\frac{R^2}{r^2}$ и $|\Delta n_S|=\sqrt{n_S}$. Правильный подход заключается в том, чтобы найти амплитуду длинных волн [малые k в фурье-представлении e^{ikx} или $\cos(kx+\varphi)$]. Из нелинейного уравнения диффузии с $D=D_0\left(1-\frac{b^2}{b_0^2}\right)$ видно, что длинные волны могут возникнуть из коротких. Для этого нужно, чтобы векторная сумма $\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}_2+\boldsymbol{k}_3=\boldsymbol{k}$. Так как уравнение для изменения b со временем имеет вид

$$\frac{\partial b}{\partial t}=\operatorname{div}\boldsymbol{D}\operatorname{grad}b, \tag{23.3.10}$$

то получим

$$\frac{db_{\boldsymbol{k}}}{dt}=\boldsymbol{k}\frac{D_0}{b_0^2}\iiint b_{\boldsymbol{k}_1}b_{\boldsymbol{k}_2}b_{\boldsymbol{k}_3}\delta(\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}_2+\boldsymbol{k}_3-\boldsymbol{k})\boldsymbol{k}_3\,d^3\boldsymbol{k}_1\,d^3\boldsymbol{k}_2\,d^3\boldsymbol{k}_3. \tag{23.3.11}$$

Важно то, что амплитуда b_k содержит множитель $\boldsymbol{k}$, так что $\overline{|b_k^2|}\sim k^2$. Интеграл оценим, учитывая, что на размерах r достигнуто насыщение диффузии, концентрация равна b_0, что означает $b_k^2\,k_r^3=b_0^2$ для $kr=1$. По порядку величины получим отсюда ($V=R^3$, $v=r^3$)

$$b_R=\sqrt{b_k^2k_R^3}=\sqrt{b_0^2\frac{k_R^5}{k_r^5}}=b_0\left(\frac{r}{R}\right)^{5/2}=b_0\left(\frac{V}{v}\right)^{-5/6}. \tag{23.3.12}$$

Закон убывания флуктуаций с увеличением объема оказался значительно более резким, чем для независимых случайных объемов $\left(\frac{V}{v}\right)^{-1/2}$, но ненамного сильнее, чем для поверхностных флуктуаций.

В результате локальной аннигиляции концентрации B и $\bar{\text{B}}$, равные b_0, составляют долю порядка 0,1 концентрации фотонов. В настоящее время $b/\gamma\sim 10^{-8}$ или 10^{-9}. Из формулы (23.3.12) следует, что такая концентрация получится после усреднения по объемам, которые в $10^{9\cdot\frac{6}{5}} \approx 10^{11}$ раз больше первоначальных. При этом каждый характерный объем содержит массу барионов или антибарионов всего в 500 *г*$\cdot 10^{9\cdot 0,2} \approx 5\cdot 10^4$ *г*.

Неумолимый вывод заключается в том, что диффузионные процессы совершенно недостаточны для того, чтобы создать разделение вещества и антивещества в макроскопических размерах. Омнес дает для конца стадии диффузионной аннигиляции $b/\gamma \approx 10^{-8}$ при температуре 30 *кэв*, размер $R \approx 3\cdot 10^3$ *см*, что соответствует массе барионов $M \approx 30\cdot 10^6$ *г*. Эти оценки мало отличаются от приведенной выше оценки по соотношению между b/γ и M. Однако представляется возможным, что при $T=3$ *кэв* процесс диффузионной аннигиляции должен зайти дальше: коэффициент диффузии (рассчитанный по взаимодействию электронов и позитронов с излучением) порядка 10^8 *см²/сек*, космологическое время $t \sim 3000$ *сек*, что дает $R \sim \sqrt{Dt} \sim 5\cdot 10^5$ *см*.

Начальный радиус $r=10^{-4}$ *см* увеличивается за счет расширения в отношении обратных температур: $r'=10^{-4}$ (350*Мэв*/30 *кэв*)$=$ $=1$ *см*. Получим $\frac{b}{\gamma}=0,1\left(\frac{r'}{R}\right)^{5/2} \approx 10^{-15}$. Такая оценка уже необратимо расходится с реальной Вселенной.

Омнес (1971а—в) полагает, что после достижения $b/\gamma=10^{-8}$ вступает в действие новый, гидродинамический механизм разделения — коалесценция, слияние областей вещества между собой и, соответственно, слияние областей антивещества. Предполагаемый механизм связан с выделением энергии при аннигиляции на поверхности раздела. При рассмотрении принято вспоминать поведение капель воды на раскаленной плите, их движение под влиянием испарения — феномен Лейденфроста (1745—1794). Плоская поверхность раздела при этом по симметрии не сдвигается. Однако если поверхность искривлена, то возникнет повышение давления, более сильное с той стороны, которая охвачена поверхностью, поверхность раздела будет перемещаться так, что радиус кривизны ее уменьшится. Таким образом, выделение энергии аннигиляции феноменологически действует наподобие поверхностного натяжения, вызывая движение, уменьшающее поверхность раздела вещества и антивещества.

Омнес полагает, что за счет этих механизмов к моменту рекомбинации размеры областей увеличиваются (с учетом также и общего расширения) до 10^{22} *см* при малом изменении b/γ. Это соответствует обособлению масс около 10^{11} $M_\odot$ — порядка масс больших галактик.

Надежный расчет коалесценции весьма труден. Можно опасаться резкого преувеличения эффекта в расчетах Омнеса; к тому же аннигиляция на предыдущем этапе, до начала движения, по-видимому, проходит глубже, чем предполагает Омнес.

Однако еще важнее трудности, с которыми встречается теория симметричной Вселенной при сопоставлении с наблюдениями.

По формулам Омнеса коалесценция сопровождается выделением энергии аннигиляции, в 20 раз превышающей плотность лучистой энергии в планковском спектре к данному моменту. Рассматривая теорию плазмы, мы показали, что уже выделение $0{,}1-0{,}05\varepsilon_\gamma$ должно приводить к заметным искажениям спектра реликтового излучения в хорошо исследованной длинноволновой части спектра (см. § 2 гл. 15).

Таким образом, необходимое для теории Омнеса выделение энергии в сотни раз больше верхнего предела, совместимого с наблюдениями.

В ряде работ Стейгмана (1971, 1973) последовательно показано, что и наблюдения гамма-лучей говорят против зарядово-симметричных моделей Вселенной. Важный момент, относящийся к симметричным теориям, отметил Бардин [цитируем по Филду (1973а)]: в таких теориях в момент рекомбинации вещество и антивещество разделены, в промежутке — около границ — плотности гораздо меньше средних, так что возмущения плотности порядка $\frac{\delta\rho}{\rho}\sim 1$. Но в таком случае образование гравитационно связанных объектов происходит быстро, и теория приводит к большим их плотностям ($\sim 10^{-21}$ *г/см*^{3}), что больше средней плотности галактик, не говоря уже о средней плотности скоплений.

В целом, при всей красоте замысла, теория Омнеса встречается с такими трудностями, которые заставляют отказаться от предлагаемой им картины эволюции Вселенной.

§ 4. Квантовые явления в сингулярных состояниях метрики и гравитационного поля

Выше неоднократно отмечалось, что в экстремальных условиях вблизи сингулярности необходимо учитывать одновременно и ОТО и квантовые эффекты. Учет квантовых эффектов может внести принципиальные изменения в выводы классической ОТО.

В какой области можно ожидать существенных эффектов? ОТО не вносит в теорию новых физических констант, кроме уже известных *): скорости света c и ньютоновской постоянной тяготения G. Планк ввел свою знаменитую постоянную h в теорию излучения в 1899 г. (сейчас принято пользоваться величиной $\hbar=\frac{h}{2\pi}=1{,}05\times\times 10^{-27}$ *г·см*^{2}·*сек*$^{-1}$). Он отчетливо понимал значение идеи квантования для всей физики, всего естествознания.

*) Космологическая постоянная Λ, если она отлична от нуля, существенна лишь в очень больших масштабах, где нет квантовых явлений.