

Однако еще важнее трудности, с которыми встречается теория симметричной Вселенной при сопоставлении с наблюдениями.

По формулам Омнеса коалесценция сопровождается выделением энергии аннигиляции, в 20 раз превышающей плотность лучистой энергии в планковском спектре к данному моменту. Рассматривая теорию плазмы, мы показали, что уже выделение  $0,1-0,05\epsilon_\gamma$  должно приводить к заметным искажениям спектра реликтового излучения в хорошо исследованной длинноволновой части спектра (см. § 2 гл. 15).

Таким образом, необходимое для теории Омнеса выделение энергии в сотни раз больше верхнего предела, совместимого с наблюдениями.

В ряде работ Стейгмана (1971, 1973) последовательно показано, что и наблюдения гамма-лучей говорят против зарядово-симметричных моделей Вселенной. Важный момент, относящийся к симметричным теориям, отметил Бардин [цитируем по Филду (1973а)]: в таких теориях в момент рекомбинации вещество и антивещество разделены, в промежутке — около границ — плотности гораздо меньше средних, так что возмущения плотности порядка  $\frac{\delta\rho}{\rho} \sim 1$ .

Но в таком случае образование гравитационно связанных объектов происходит быстро, и теория приводит к большим их плотностям ( $\sim 10^{-21} \text{ г/см}^3$ ), что больше средней плотности галактик, не говоря уже о средней плотности скоплений.

В целом, при всей красоте замысла, теория Омнеса встречается с такими трудностями, которые заставляют отказаться от предлагаемой им картины эволюции Вселенной.

#### § 4. Квантовые явления в сингулярных состояниях метрики и гравитационного поля

Выше неоднократно отмечалось, что в экстремальных условиях вблизи сингулярности необходимо учитывать одновременно и ОТО и квантовые эффекты. Учет квантовых эффектов может внести принципиальные изменения в выводы классической ОТО.

В какой области можно ожидать существенных эффектов? ОТО не вносит в теорию новых физических констант, кроме уже известных \*): скорости света  $c$  и ньютоновской постоянной тяготения  $G$ . Планк ввел свою знаменитую постоянную  $h$  в теорию излучения в 1899 г. (сейчас принято пользоваться величиной  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \times 10^{-27} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$ ). Он отчетливо понимал значение идеи квантования для всей физики, всего естествознания.

\*) Космологическая постоянная  $\Lambda$ , если она отлична от нуля, существенна лишь в очень больших масштабах, где нет квантовых явлений.

Рассматривая  $c$ ,  $G$ ,  $\hbar$  как три равноправные фундаментальные величины, Планк показал, что через них могут быть выражены величины любой размерности. В частности, через  $c$ ,  $G$  и  $\hbar$  можно выразить единицы длины  $l_g$ , времени  $t_g$ , массы  $m_g$ , плотности  $\rho_g$ :

$$\left. \begin{aligned} l_g &= \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} = 1,6 \cdot 10^{-33} \text{ см}, \\ t_g &= \frac{l_g}{c} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} = 5,3 \cdot 10^{-44} \text{ сек}, \\ m_g &= \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ г}, \\ \rho_g &= \frac{m_g}{l_g^3} = \frac{c^5}{G^2 \hbar} = 5 \cdot 10^{93} \text{ г/см}^3. \end{aligned} \right\} \quad (23.4.1)$$

Легко заметить сходство закона Кулона  $U = \frac{e^2}{r}$  и ньютоновского  $U = \frac{Gm^2}{r}$ ; так как  $e^2$  и  $Gm^2$  одной размерности, то, очевидно,  $\frac{Gm^2}{\hbar c}$  есть безразмерная величина, подобно знаменитой  $\frac{e^2}{\hbar c} = \alpha = \frac{1}{137}$ . Для элементарных частиц  $Gm_e^2/\hbar c = 2 \cdot 10^{-45}$ ,  $Gm_p^2/\hbar c = 6 \cdot 10^{-39}$ . Условие  $Gm^2/\hbar c = 1$  дает характерную массу  $m_g$ , приведенную выше. Длина  $l_g$  есть «комптоновская длина волны» массы  $m_g$ , а именно  $l_g = \hbar/m_g c$ . Наконец, в теории элементарных частиц применяется еще один способ выражения. Примем  $\hbar=c=1$ . В такой системе единиц длина и время имеют одинаковую размерность, обратную размерности массы,  $l=t=m^{-1}$ . Произведение  $Gm^2$  безразмерно, следовательно, размерность  $G$  есть  $m^{-2}=l^2$ . Соответствующие  $G$  «площадь», «сечение» равны  $2,5 \cdot 10^{-66} \text{ см}^2$ .

Эти величины характеризуют область, в которой принципиальную роль играют квантовые эффекты в гравитации: нужно, чтобы кривизна пространства-времени была порядка  $R_{\alpha\beta}^{\gamma\delta} \sim l_g^{-2} \sim 10^{66} \text{ см}^{-2}$ . Такая ситуация может возникнуть в вакууме, но в вакууме она «не обязательна». С другой стороны, если плотность вещества достигает порядка  $\rho_g$ , то соответствующая кривизна (порядка  $l_g^{-2}$ ) следует из уравнений ОТО и в этом смысле «обязательна».

Насколько просто найти область, где важны квантовые явления, настолько же трудно выяснить, что именно происходит в этой области [С. Де Витт, Уилер (1968), Гинзбург, Киржниц, Любушин (1971)]. Здесь становится трудно даже сформулировать проблему. Вся обычная (в том числе и квантовая) физика рассматривается

в рамках заданного пространственно-временного многообразия. В квантовой физике классические траектории и поля заменяются понятием волновых функций, с помощью которых можно высказывать вероятностные предсказания о результатах опытов. Однако координаты и время рассматриваются как обыкновенные детерминированные величины ( $S$ -числа).

Искривление пространства-времени, зависящее от усредненных величин, не меняет принципиальной стороны дела, если это искривление меньше  $l_g^2$ . Между тем в квантово-гравитационной области сами пространство и время, возможно, приобретают вероятностные, недетерминированные свойства.

В космологии выход состоит в том, чтобы задавать вопросы (и вычислять величины), относящиеся к тому периоду, когда мир уже вышел из сингулярного состояния, когда нигде нет ни грандиозной кризисы, ни огромной плотности материи.

Такой подход был похож на теорию  $S$ -матрицы. Как известно, Гейзенберг предложил рассматривать лишь состояния до и после столкновения элементарных частиц, отказываясь от детального описания самого акта столкновения. Ценность такого подхода заключается в том, что доказывается принципиальное существование ответа, однако для получения конкретного ответа этого недостаточно \*)! Квантово-гравитационная теория необходима именно в космологии, поскольку имеется уверенность, что Вселенная (повидимому, можно даже усилить: *вся Вселенная, все вещество Вселенной!*) прошла через состояние, анализ которого требует этой теории. Такое рассмотрение тем более необходимо, что выше мы видели, как велико разнообразие классических (не квантовых) космологических решений. Может быть, квантово-гравитационная теория сингулярного состояния укажет условия выбора из этого множества.

Законченной квантово-гравитационной космологической теории в настоящее время не существует, есть лишь отдельные результаты, излагаемые ниже. Однако и в таком несовершенном виде можно усмотреть указания на то, что, может быть, окажутся запрещенными анизотропные сингулярные метрики, останется разрешенным только квазиизотропное решение [см. Зельдович (1970в, 1973а), Лукаш, Старобинский (1974)]. Намечается подход к объяснению энтропии Вселенной (§ 9 этой главы). Следовательно, несомненно огромное значение рассматриваемой проблемы для космологии (опосредствованно, через длинную цепочку выводов — и для наблюдательной космологии). Общий характер данной книги заключается в том, что излагаются (наряду с твердо установленными фактами) также гипотезы и вопросы, подлежащие исследованию.

\*) В теории  $S$ -матрицы получено много важных конкретных результатов, но и в области элементарных частиц этой теории недостаточно!

Поэтому мы, не колеблясь, посвящаем следующие параграфы квантово-гравитационной теории.

Примером для такой теории служит квантовая электродинамика, где удалось получить замечательное согласие с опытом специфических эффектов, предсказанных теорией в конце 40-х годов. Мы имеем в виду прежде всего лэмбовский сдвиг уровней водородного атома и аномальный магнитный момент электрона. Успех достигнут путем последовательного применения квантовой теории с преодолением трудностей (что потребовало введения новых понятий: перенормировки массы, перенормировки заряда, поляризации вакуума). Однако не потребовалось вводить элементарную длину, не потребовалось отказываться от общих принципов квантовой механики. Квантовая электродинамика является вдохновляющим примером для будущей квантово-гравитационной теории.

В ряде работ развивается логическая схема такой теории и вычисляются квантово-гравитационные поправки к величинам, наблюдаемым в лабораторных опытах. Первый шаг был сделан в 30-х годах; была проквантована линейная теория гравитационных волн. При этом гравитационные волны рассматривались как малые возмущения геометрии плоского пространства или как постороннее (не геометрическое) тензорное поле, вложенное в плоское пространство. С сегодняшней точки зрения результаты тривиальны: энергия гравитонов равна  $\hbar\omega$ , они являются бозонами со спином 2 и нулевой массой покоя и т. п. В следующем порядке оказывается существенной нелинейность исходной классической теории (ОТО): гравитоны сами обладают массой и импульсом (хотя масса покоя их и равна нулю) и являются, следовательно, источником гравитационного поля. Последовательный учет этого факта начат Фейнманом (1963) и доведен до ясности в последнее время Фаддеевым и Поповым (1967) и Де Виттом (1967 а, б).

Специфические квантово-гравитационные эффекты в лабораторной физике (да и в астрофизике, за вычетом теории сингулярностей) малы. Деятельность Фейнмана и ряда других авторов вдохновлялась скорее эстетическими целями, что Фейнман и не скрывает.

В космологии ситуация существенно иная: при  $t \sim t_g$  квантово-гравитационные эффекты порядка единицы, и представляет интерес даже грубое представление о характере этих эффектов. Как будет показано ниже, наиболее важным эффектом, вероятно, является рождение частиц или пар частиц в сильных гравитационных полях.

Влияние гравитационного поля на движение частиц и распространение волн полностью описывается заданием метрики пространства-времени. Постоянная  $G$  не входит в уравнения движения частиц и распространения волн в заданном пространстве-времени \*).

\*) Величина  $G$  появляется лишь в обратной задаче влияния вещества на метрику.

Самое общее представление о процессе рождения частиц можно получить, начиная с рассмотрения классической (не квантовой) линейной волны. В плоском пространстве-времени волна распространяется так, что сохраняются ее энергия и частота в отдельности. В искривленной и нестационарной метрике существует важный предельный случай геометрической оптики, если длина волны и период малы по сравнению с размером области, в которой происходит заметное отклонение от евклидовой геометрии, и по сравнению со временем, за которое метрика изменяется. Геометрическая оптика содержит два понятия:

1) понятие о лучах, являющееся для волнового пакета аналогом понятия траектории для частицы;

2) понятие адиабатического инварианта, относящееся к амплитуде и интенсивности волнового поля. Энергия волнового поля изменяется пропорционально его частоте.

Следовательно, отношение энергии к частоте является инвариантом, остается постоянным в геометрической оптике.

Но это отношение как раз пропорционально числу квантов поля:  $E = n\hbar\omega$ ,  $\frac{E}{\omega} = nh$ . Классическая геометрическая оптика включает в себя сохранение числа квантов, хотя в этой теории и не рассматривались никакие квантовые эффекты \*). Но при быстром изменении метрики адиабатическая инвариантность нарушается, а значит, меняется число квантов, они рождаются или уничтожаются. Важно, что изменение числа квантов происходит без каких-либо внешних источников поля (движущихся зарядов и т. п.), только за счет взаимодействия с геометрией пространства-времени.

В квантовой теории обозначим волновую функцию низшего состояния (вакуума) через  $\Psi_0$ , а состояние с частицей — через  $\Psi_1$ . При рассмотрении переменной метрики и рождения частицы возникает суперпозиция:

$$\Psi_0(t = -\infty) \rightarrow \Psi(t) = C_0(t)\Psi_0 + C_1(t)\Psi_1. \quad (23.4.2)$$

По правилам квантовой теории вероятность найти частицу равна  $|C_1|^2$ , соответственно и энергия поля  $T_{00} \sim |C_1|^2$ . Но в выражениях тензора натяжений есть и недиагональные члены; например,

$$T_{xx} = A(C_0C_1^* + C_0^*C_1) + B|C_1|^2. \quad (23.4.3)$$

В начале процесса при малых  $|C_1|$ , нарушается обычное условие энергодоминантности (см. стр. 614), возможно  $|T_{xx}| > |T_{00}|$ . Рождение частиц и коэффициенты типа  $C_1$  зависят от соотношения между частотой волны  $\omega_1$  (соответствующей разности энергий состояний

\*) Этот аспект связи между классической и квантовой теориями рассмотрен в статье Парадоксова (1966) «Как квантовая механика помогает понять классическую». Общее выражение числа фотонов в произвольном электромагнитном поле см. Зельдович (1965а).

$\Psi_1$  и  $\Psi_0$ ) и скоростью изменения метрики  $r$ :

$$\omega = (E_1 - E_0)/\hbar, \quad C_1 = C_1(\omega/r). \quad (23.4.4.)$$

Для типичной для космологии степенной зависимости метрики от времени характерное время изменения метрики равно времени  $t$ , прошедшему с момента сингулярности. Следовательно, неадиабатичны волны с  $\omega < \frac{1}{t}$ ,  $k < \frac{1}{ct}$ . Считая, что в этой области рождается в среднем по одному кванту на моду, получим порядок, величины плотности энергии рожденных квантов  $\epsilon = \hbar\omega k^3 = \frac{\hbar}{c^3 t^4}$ .

Заметим, что, хотя речь идет о рождении частиц в гравитационном поле, величина  $G$  не вошла в ответ!

Отметим, далее, сильную зависимость  $\epsilon$  от  $t$ . Строго говоря, мы нашли (по порядку величины) плотность энергии частиц, родившихся за время между  $t$  и  $2t$  (или  $\frac{t}{\sqrt{e}}$  и  $t\sqrt{e}$ ). Здесь возникает огромное различие между задачей о коллапсе (сингулярность в будущем) и космологической задачей (сингулярность в прошлом).

В задаче коллапса рассматривается период, когда  $t < 0$ , время отрицательно (положено, что сингулярность отвечает  $t = 0$ ). В данный момент  $t_0$  частицы, родившиеся давно (например, в период раньше  $2t_0$  или  $5t_0$ ), дают малый вклад в  $\epsilon$ . Скорость рождения частиц быстро возрастает; в каждый данный момент главную роль играют частицы, родившиеся в самое последнее время, например в интервале  $2t_0 < t < t_0$  (напоминаем,  $t < 0$ ,  $t_0 < 0$ ). Формула  $\epsilon = \frac{\hbar}{c^3 t^4}$  имеет место хотя бы как порядковая оценка. Рассматривая дальше задачу о коллапсе, можно спросить: когда родившиеся частицы сами существенно повлияют на метрику? До сих пор мы рассматривали распространение «пробных» волн (ср. «пробные» частицы) в заданной метрике.

В уравнениях ОТО степенные решения соответствуют тому, что компоненты тензора кривизны порядка  $(ct)^{-2}$ . В правой части уравнений ОТО находится  $\frac{G\epsilon}{c^4}$ . Подставляя выражение  $\epsilon$  и приравнявая правую и левую части, получим характерное время, которое выражается через  $G$ ,  $\hbar$ ,  $c$ , а следовательно, не может отличаться от  $t_g$ .

Итак, в задаче о коллапсе уже проясняется то новое, что должна принести квантово-гравитационная теория.

При приближении к сингулярности в силу нарушения адиабатичности рождаются новые частицы — фотоны, электрон-позитронные пары, пары  $\nu\bar{\nu}$ , гравитоны. Их плотность энергии при  $t \rightarrow 0$  растет быстрее, чем плотность энергии «вещества», заполнявшего пространство вдали от сингулярности и сжатого по адиабатическому

закону. При приближении \*) к  $t_g$  влияние новорожденных частиц становится преобладающим и действует на дальнейшее изменение метрики даже в том случае, если до  $t_g$  «вещество» не влияло на метрику, происходил вакуумный подход к сингулярности (см. § 3 гл. 18).

В принципе мы можем продвинуться дальше, в интервал  $t_g < t < 0$ , решая совместно уравнения изменения метрики и рождения частиц.

Совершенно иная ситуация возникает при попытке применить теорию рождения частиц к космологии. Начнем рассмотрение в момент  $t_1$ . Примем, что в этот момент задана метрика; например, в пространственно-однородной задаче заданы значения кривизны и скоростей расширения (по разным направлениям) и структурные константы, характеризующие тип пространства. Пренебрежем плотностью энергии и импульса вещества в момент  $t_1$  в соответствии с «вакуумным» характером решения. За время с  $t_1$  до  $2t_1$  в вакууме возникнут частицы с плотностью энергии, по порядку величины

$$\epsilon \sim \frac{\hbar}{c^3 t_1^4}.$$

Подчеркнем, что в космологической задаче эта формула действует очень недолго: в более поздний момент  $t_2$ ,  $t_2 > t_1$ , плотность энергии недавно рожденных частиц  $\epsilon' = \frac{\hbar}{c^3 t_2^4}$ , но рожденные ранее (при  $t \sim t_1$ ) частицы не исчезают — они расширяются и дадут  $\epsilon'' = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^{4/3} \frac{\hbar}{c^3 t_1^4} = \hbar c^{-3} t_2^{-4/3} t_1^{-1/3}$ .

Оказывается, что  $\epsilon'' > \epsilon'$ . Плотность энергии в данный момент  $t$  (в отличие от задачи коллапса) радикально зависит от момента включения рождения частиц, от того, в каком смысле и как происходило включение.

Итак, в задаче о коллапсе, по крайней мере до поры до времени (до  $t_g$ , а может быть, и дальше), возможен анализ явления безотносительно к границам существующей квантово-гравитационной теории. В космологии Вселенная в каждый момент «помнит» начальные условия.

Наряду с этими общими соображениями можно отметить важный конкретный факт. В теории распространения волн — а следовательно, и в теории рождения частиц — существует весьма важный принцип конформной инвариантности. Подробно этот принцип разбирается в § 19 этой главы. Этот принцип позволяет пойти дальше соображений размерности и выявить качественное различие между

\*) Здесь подразумевается  $t_g = -\sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}}$ ,  $t_g < 0$ .

сингулярностями фридмановского и анизотропного (казнеровского) типа \*).

Конформным называется изменение метрики, заключающееся в изменении масштаба всех длин и времен, причем это изменение масштаба может быть различным в разных мировых точках, но обязано быть одинаковым в данной точке для всех пространственных направлений и времен. Так, например, плоский мир Минковского можно преобразовать в «конформно-плоский» мир:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \rightarrow ds^2 = a^2(x, y, z, t) (dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2).$$

Подчеркнем, что при таком преобразовании существенно меняется геометрия, — речь идет не о преобразовании координат, а об установлении соответствия между различными четырехмериями. Конформно-плоский мир имеет отличный от нуля тензор кривизны  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ , выражающийся через производные функции  $a(x, y, z, t)$ . В конформно-плоском мире особенно просто рассматривается распространение волн со скоростью света: луч, подчиняющийся условию  $ds=0$ , соответствует решению  $e^{ikx - i\omega t}$  в мире Минковского. Такое же решение имеет место и в конформно-плоском мире: если  $ds=0$ , то и  $a(x, y, z, t)ds=0$ . Распространение волн в плоском мире Минковского не сопровождается рождением частиц. Следовательно, рождение безмассовых частиц нет и в конформно-плоском мире.

Начальная стадия фридмановской модели описывается метрикой

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (23.4.5)$$

Такая метрика является конформно-плоской; введем

$$\eta = \int \frac{dt}{a(t)}, \quad d\eta = \frac{dt}{a} \quad (23.4.6)$$

и, выразив  $a(t)$  в функции  $\eta$ ,  $a(t) = b(\eta)$ , окончательно получим

$$ds^2 = b^2(\eta) (d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2), \quad (23.4.7)$$

что и требовалось. Напротив, казнеровское решение

$$ds^2 = dt^2 - t^{2p_1} dx^2 - t^{2p_2} dy^2 - t^{2p_3} dz^2 \quad (23.4.8)$$

нельзя привести к такому виду, его метрика не является конформно-плоской.

Во фридмановском решении частицы с нулевой массой покоя не рождаются совсем, а частицы с ненулевой массой покоя не рож-

\*) Напомним, что, задавшись вопросом о характере общего решения уравнений ОТО, Лифшиц, Халатников и их сотрудники пришли к выводу об анизотропном типе особенности. В коллапсе должно осуществляться общее решение, в космологии может осуществляться тот или иной частный тип решения вблизи сингулярности (см. гл. 22).



даются практически\*). Сделанные выше размерные оценки рождения частиц в действительности относятся только к анизотропной сингулярности.

Это результат можно наглядно истолковать в терминах гидродинамики. Рождение частиц можно назвать проявлением вязкости вакуума: при деформации вакуума выделяется тепло, растет энтропия. В гидродинамике известны два типа вязкости: первая, связанная со сдвиговой деформацией элемента объема жидкости, и вторая, связанная с изменением плотности, т. е. со всесторонним расширением или сжатием. Известно, что ультрарелятивистский газ не имеет второй вязкости.

Этот результат можно перенести и на «вакуум ультрарелятивистских частиц», т. е. на проблему рождения. В решении Казнера происходит деформация сдвига и имеет место рождение частиц. В решении Фридмана расширение изотропно, могла бы работать только вторая вязкость, но она отсутствует, а потому и не происходит рождения частиц. Рождение частиц в изотропных моделях рассматривали Л. Паркер (1968, 1969, 1971—1973), Гриб, Мамаев (1969, 1971), Черников, Шавахина (1973), в анизотропных моделях — Зельдович (1970в), Зельдович, Старобинский (1971), Ху, Фуллинг, Л. Паркер (1973), Ху (1974), Бергер (1974).

Подчеркивая различие рождения частиц в анизотропной и в изотропной сингулярности, мы основываемся на малости безразмерной величины  $\frac{Gm^2}{\hbar c}$  для всех известных частиц. В этой связи следует отметить, что ряд авторов высказывали гипотезу о существовании сверхтяжелых частиц с массой  $M$  как раз такой, что  $\frac{GM^2}{\hbar c} \approx 1$ .

Это значит, что  $M$  равно «планковской» единице массы  $10^{-5}$  г. Отсюда название гипотетических частиц «планкеоны» — Станюкович (1965, 1966б); Марков (1966) называет эти частицы «максимоны». По нашему мнению, теория не дает указаний на существование таких элементарных частиц. Стремясь к ортодоксальности и к минимуму гипотез, ниже мы не рассматриваем возможное влияние таких частиц на физические процессы.

Выше отмечались трудности решения космологической задачи с учетом рождения частиц.

Можно выдвинуть гипотезу, согласно которой в природе осуществляется изотропный выход из сингулярности — именно потому, что в противном случае рождение частиц привело бы к внутренним противоречиям теории. Такая гипотеза была высказана Зельдовичем (1970в) и подробно проанализирована Лукашом и Старобинским (1974).

\*) Нас интересуют столь высокие частоты  $\omega \sim t^{-1} \sim t_g^{-1}$ , по сравнению с которыми  $mc^2/\hbar$  частиц пренебрежимо мало.

Рассмотрим начальный этап космологической задачи — выход из сингулярности.

В этом случае неизвестно решение, начинающееся с  $t=0$  и учитывающее квантовые эффекты. Как мы уже отмечали, уравнение для «вязкой» (зависящей от рождения частиц) плотности энергии имеет в казнеровской метрике следующий вид:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\hbar}{c^3 t^5} - \frac{4}{3} \frac{\varepsilon}{t}. \quad (23.4.9)$$

Такое уравнение не имеет решения, удовлетворяющего  $t=0$ ,  $\varepsilon=0$ . Включим процесс в какой-то выбранный момент:  $t=t_1$ ,  $\varepsilon=0$ . Решение имеет вид

$$\varepsilon = \frac{(t-t_1)\hbar}{c^3 t_1^5}, \quad \left(1 + \frac{1}{5}\right)t_1 > t > t_1, \quad (23.4.10)$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar}{c^3 t_1^2 / s t^{4/s}}, \quad t > \left(1 + \frac{1}{5}\right)t_1. \quad (23.4.11)$$

Частицы, родившиеся вблизи  $t_1$ , не исчезают! С течением времени эти частицы становятся главными, определяющими динамику расширения, — когда  $\varepsilon \approx 1/Gt^2$  (см. § 1 гл. 19). Из этого условия получаем, что решение становится изотропным в момент

$$t_2 = t_1^4 t_{пл}^{-3}. \quad (23.4.12)$$

Казнеровское решение становится изотропным за счет квантового рождения частиц. Чем меньше  $t_1$ , тем меньше  $t_2$ ; при  $t_1 = t_{пл}$   $t_2 = t_{пл}$ . При  $t_1 \rightarrow t_{пл}$  исчезает область существования казнеровского решения. Такой результат, вероятно, означает, что квантовые эффекты запрещают анизотропные сингулярные решения (те самые решения, которые отвечают наиболее общей восьмифункционной асимптотике) для космологической задачи.

Решения, которые при этом «выживают», включают в себя фридмановское решение, но не ограничиваются этим наиболее узким классом. Точнее, следует предположить, что истинное решение будет локально изотропным. Для Вселенной в целом такое рассуждение приводит к квазиизотропному решению, свойства которого описаны выше.

Там же отмечено, что эти свойства хорошо согласуются с тем, что известно о современной Вселенной. Остаются неизвестными масштаб и амплитуда отклонений метрики от однородной, однако есть и определенные нетривиальные результаты, например отсутствие вихря скорости\*). Таким образом, глубокие теоретические сооб-

\*) Уточним: в квазиизотропном решении вблизи сингулярности вихрь оказывается равным нулю всегда ( $t > 0$ ) и везде, если вещество, заполняющее мир, является идеальной жидкостью с определенным паскалевым давлением  $P=f(\rho)$  без вязкости и с постоянной энтропией. В этой связи интересна гипотеза Чибисова (1975) о нулевых вихрях.

ражения, в принципе, могут (подчеркнем, что в настоящее время мы находимся на уровне гипотез) привести к следствиям, существенным для поздних стадий.

В такой концепции остается, однако, без объяснения величина энтропии. Другой подход к этой проблеме описан в § 9 этой главы.

В теории хотелось бы иметь объяснение всех важнейших свойств Вселенной. Однако, в частности, без объяснения остается спектр возмущений, приводящих к образованию галактик. Конформная инвариантность строго доказана для уравнений Дирака (для нейтрино, а также — в пределе больших импульсов,  $p \gg mc$ , — и для других частиц со спином  $1/2$ ) и для электромагнитных уравнений Максвелла. Ситуация сложнее для гравитационных волн (см. § 18 этой главы).

Вопросы, затронутые здесь в общих чертах, качественно, ниже рассматриваются количественно, с формулами\*).

Авторы не обольщаются: математическое изложение гипотез не делает их в действительности надежными и доказанными, поскольку некоторые самые глубокие вопросы остаются без ответа.

## § 5. Рождение заряженных частиц в электродинамике

Рождение частиц в гравитационных полях является чрезвычайно экзотическим процессом с точки зрения лабораторной физики; нет надежды на экспериментальное изучение процесса в ближайшем будущем. Между тем рождение частиц в электромагнитных полях наблюдается экспериментально. Теоретические предсказания современной квантовой электродинамики проверены и подтверждены на опыте. Поэтому квантовую электродинамику можно считать «старшим братом», хорошим примером для теории квантово-гравитационных явлений. Напомним вкратце, какие идеи и результаты известны в электродинамике; значительная часть их имеет свои аналоги в теории гравитации.

Ни читатель, ни авторы не должны иметь и не имеют иллюзий — нижеследующее не научит вычислять эффекты, не заменит учебники, такие, например, как учебники Ахиезера и Берестецкого (1969), Берестецкого, Лифшица, Питаевского (1968). Экспериментально хорошо изучена аннигиляция  $e^+ + e^- = 2\gamma$ . По общим принципам квантовой теории отсюда следует также возможность обратного процесса  $2\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ . Если кинетические энергии  $e^+$ ,  $e^-$  в системе ц. и. порядка  $mc^2$  ( $e^+$  и  $e^-$  релятивистские, но не ультрарелятивистские), то сечения прямого и обратного процессов одного порядка, а именно порядка  $\frac{e^4}{m^2c^4} = r_0^2$ , где  $r_0$  — так называемый «классический радиус» электрона ( $e^2/r_0 = mc^2$ ). На языке диаграмм рождение пар описывается рис. 62.

\*) О применении гамильтонова формализма см. Райан (1972).