уничтожим нулевую энергию; аналогично устраняем и другие расходимости. В конечных результатах полагаем $n\to\infty$. Достоинство метода заключается в том, что на всех этапах рассматриваются решения полевых уравнений (и для $\boldsymbol{k}$-волны и для $n\boldsymbol{k}$-волны). Это обеспечивает конформную инвариантность и выполнение законов сохранения.

С другой стороны, $\boldsymbol{k}$-волна подвергается нетривиальному воздействию гравитационного поля, тогда как $n\boldsymbol{k}$-волна при $n\to\infty$ ведет себя строго адиабатично. Поэтому энергия новых волн, рожденных гравитационным полем ($|\beta|^2, |\alpha|^2-|\alpha_{-\infty}|^2$), остается нетронутой, не подвергается вычитанию при такой процедуре ренормализации. Этот метод подобен методу Паули — Вилларса, с той разницей, что не вводятся большие массы, а значит, сохраняется конформная инвариантность теории. Паркер, Фуллинг (1974), Фуллинг, Паркер (1974) нашли другое обоснование предлагаемого способа перенормировки.

§ 7. Сверхпространство и минисверхпространство

Квантование эволюции Вселенной как целого — такова конечная цель теории сверхпространства, развиваемой, начиная с 1960 г., Уилером [обзор см. Мизнер, Торн, Уилер (1973)] и его последователями.

Для решения этой задачи Уилер использует формулировку квантовой теории, предложенную Фейнманом в 1948 г.,— формулировку, в которой связь с классической теорией проявляется наиболее ярко.

Классическую теорию (механику, электродинамику и даже общую теорию относительности) можно формулировать в виде «принципа наименьшего действия».

При заданных начальном и конечном состояниях рассматриваемой системы осуществляется то движение, для которого интеграл $\int \mathscr{L}\, dt$ экстремален. Квантовая теория является вероятностной. В ней осуществляются и такие процессы (например, прохождение под барьером), которые невозможны в классической теории.

Фейнман предлагает рассматривать абсолютно все траектории, ведущие из начального состояния в конечное. В понятие «все» попадают, например, в задаче о свободной частице, на которую не действуют никакие силы, движения по зигзагу, с переменной скоростью и т. д. Для каждой траектории вычисляется интеграл $\int \mathscr{L}\, dt$. Вероятность попадания из данного начального состояния в данное конечное дается квадратом величины $|G(x_1, x_2)|$, а сама G есть сумма

$$G(x_1, x_2) = \sum \exp\left(\frac{i}{\hbar}\int\limits_{x_1}^{x_2} \mathscr{L}\, dt\right), \qquad (23.7.1)$$

взятая по всем траекториям. Фейнман показывает, что такая формулировка эквивалентна традиционной шредингеровской или гейзенберговской квантовой механике. Ясно, что наибольший вклад в сумму дают те траектории, для которых фазовый множитель $\frac{1}{\hbar}\int \mathscr{L}\,dt$ почти одинаков, отличается меньше чем на π. В этом случае экспоненты просто складываются. Если в совокупности траекторий $\frac{1}{\hbar}\int \mathscr{L}\,dt$ меняется сильно, соответствующие экспоненты в сумме уничтожают друг друга. Очевидно, что близкие значения $\int \mathscr{L}\,dt$ дают именно те траектории, которые близки к экстремальной, т. е. к классической. Принцип Фейнмана можно применить и к сложной системе. Полная характеристика сложной системы требует задания большого числа параметров. Следовательно, надо рассматривать «траекторию» в пространстве большого числа измерений.

Уилер смело обобщает эту идею на Вселенную как целое — 4-мерное многообразие, вместе с веществом, содержащимся в этом многообразии. Пространство, точками которого являются все возможные состояния Вселенной, названо сверхпространством. Линия — траектория в этом пространстве — представляет собой один вариант эволюции Вселенной, вообще говоря, не удовлетворяющей уравнениям ОТО. Однако вычисление интеграла действия и отбор групп траекторий, дающих главный вклад в $G(x_1, x_2)$, приводят (благодаря правильному выбору L) к траекториям, соответствующим ОТО. Одновременно можно, в принципе, определить и степень квантовых отклонений от классической траектории.

Практическое проведение такой программы в общем случае связано с гигантскими трудностями, не преодоленными в настоящее время. Например, одна и та же картина эволюции в общем случае может быть по-разному параметризована, можно по-разному выбирать последовательность трехмерных сечений; не ясно, как в общем случае уберечься от описания одного и того же явления разными траекториями в сверхпространстве; не ясно, как быть с открытым, бесконечным миром.

Мизнер поставил задачу ограниченную, но реальную: он рассматривает эволюцию замкнутого однородного мира, типа IX Бианки. Предполагается, что мир все время остается однородным и тип его не меняется. Мгновенное состояние описывается теперь тремя параметрами a, b, c. Следовательно, в этом приближении бесконечномерное сверхпространство свелось к пространству трех измерений — «минисверхпространству» Мизнера.

Квантовую теорию в этом случае можно формулировать с помощью фейнмановских траекторий в минисверхпространстве, но можно также писать уравнение Шредингера для волновой функции $\Psi(a, b, c, t)$.

Квадрат модуля Ψ дает вероятность того, что мир в данный момент t имеет определенные значения a, b, c. В уравнении Шредингера (или в функции Лагранжа) фигурирует кинетическая энергия, зависящая от импульсов p_a, p_b, p_c или соответствующих скоростей $\dot{a}$, $\dot{b}$, $\dot{c}$. Роль потенциальной энергии играет вклад пространственной кривизны, т. е. величины типа $\frac{a^2}{b^2c^2}$ и т. д. Вблизи нулей a, b, c, т. е. вблизи сингулярности, потенциальная энергия бесконечна. Особенность квантовой задачи состоит в том, что в принципе возможен переход от коллапса к космологическому расширению подобно тому, как заряженная частица может быть рассеяна на кулоновском центре. Впрочем, аналогия здесь не точна, ведь рассеяние частиц возможно и в классической теории, частица может пролетать «сбоку» от кулоновского центра. Между тем в задаче ОТО коллапс однородного мира неизбежно приводит к бесконечной плотности, объем мира V, пропорциональный abc, обращается в нуль.

Как помогает в данном случае квантовая теория минисверхпространства? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно прежде всего выяснить, насколько «квантовым» является мир. Общеизвестно, что основное квантовое состояние (нижнее, номер один) любой системы не похоже на классическое. Напротив, высоковозбужденные квантовые состояния с большими квантовыми числами (и их суперпозиции) описывают классическое движение. Дадим оценку номера того квантового состояния, которое соответствует усредненному движению мира в настоящее время.

Грубая оценка дает кинетическую энергию *) ($a\approx b\approx c$)

$$\mathscr{E}=\frac{C^2V}{G}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2=\frac{C^2\dot{a}^2a}{G}. \qquad (23.7.2)$$

Импульс p_a, соответствующий координате a, $p_a=\frac{\partial\mathscr{E}}{\partial\dot{a}}=\frac{C^2\dot{a}a}{G}$. По порядку величины

$$ap_a=n\hbar, \qquad n=\frac{C^2\dot{a}a^2}{G\hbar}=\left(\frac{T}{t_{\text{пл}}}\right)^2=10^{120}, \qquad (23.7.3)$$

где T — возраст Вселенной, $T\sim10^{17}$ *сек*, $t_{\text{пл}}=\sqrt{\frac{G\hbar}{C^5}}=10^{-43}$ *сек* (для оценки принимаем $\dot{a}=aT^{-1}$, $a=cT$). Квантовые поправки к движению мира как целого в настоящее время порядка $n^{-1}=10^{-120}$ и невообразимо малы. Число n — номер уровня — является адиабатическим инвариантом. Действительно, в казнеровском решении и в решении Лифшица, Халатникова, Белинского $V\sim a^3\sim t$, $a^2\dot{a}=$ $=\text{const}$ (в самом грубом приближении, полагая $a\approx b\approx c$).

---

*) Здесь C — скорость света, в отличие от c — одного из параметров задачи.

Характерные параметры наибольшего сжатия в такой теории определить гораздо труднее. Простейшая оценка состоит в том, чтобы положить $a \sim b \sim c \sim l_{пл} \sim \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \sim 10^{-33}$ *см*, что даст t_1 — время остановки:

$$\frac{t_1}{T} = \left(\frac{l_{пл}}{cT}\right)^3 = \left(\frac{t_{пл}}{T}\right)^3; \quad t_1 = t_{пл}\left(\frac{t_{пл}}{T}\right)^2 = 10^{-163} \text{ сек.} \tag{23.7.4}$$

Возможно, что параметры зависят именно от анизотропии сжатия, т. е. от того, что a, b, c различны, тогда как выше мы приближенно, усредняя по циклам и эрам решения Лифшица, Халатникова, Белинского, считали $a \sim b \sim c$.

Но и в этом случае получится $t_1 \ll t_{пл}$.

Такой результат не удивителен, так как Вселенная представляет собой огромный — самый большой — объект. Но тогда естественно, что для Вселенной в целом квантовые эффекты возникают позже (ближе к сингулярности), чем для ее частей. Поэтому вряд ли верна буквально теория минисверхпространства Мизнера, основанная на классических уравнениях ОТО. Вероятно это направление возродится позже, когда будут достаточно исследованы локально-квантовые эффекты.

§ 8. Гипотеза несохранения барионов и зарядовая несимметрия элементарных частиц

Радикальным решением вопроса о зарядовой симметрии Вселенной является отказ от сохранения барионного заряда. Одновременно отпал бы и важнейший мотив — непрерывность барионных мировых линий — для поисков теории перехода через сингулярность.

Рассмотрим вкратце некоторые работы, в которых делается попытка развить гипотезу несохранения барионного заряда.

В первой работе — Сахарова (1967а) предполагается, что возможен процесс $p \leftrightarrows 2\mu^+ + \mu^-$. Во второй работе — Кузьмина (1970) вводится процесс $\varkappa^0 \to N$ (или $\bar{N}$) $+ l + \bar{l}$, где $\varkappa^0$ — истинно нейтральный фермион, N ($\bar{N}$) — барион (антибарион), l ($\bar{l}$) — лептон (антилептон). Наконец, в недавних работах Пати, Салама (1973) возможность несохранения барионного заряда связывается с гипотезой, согласно которой барионы состоят из кварков с целыми электрическими зарядами.

Конечной целью упомянутых работ является получение современного зарядово-несимметричного состояния в предположении начального симметричного состояния горячей плазмы. Нужно подчеркнуть, что для получения этого результата необходимо, но недостаточно ввести несохранение барионов.

В самом деле, в теории элементарных частиц можно переносить частицу с правой стороны на левую сторону, превращая ее в анти-