

физических законов от законов в системе преимущественной. Но этого нет — законы физики инвариантны относительно преобразований Лоренца, т. е. относительно перехода к движущейся системе. Таким образом, принцип Маха (если бы он оказался верным) должен был бы вернуть нас не только к Ньютону, но и, вероятно, к Аристотелю — во Вселенной можно было бы определить абсолютный покой. Если опыт показывает лоренц-инвариантность законов природы (а это так!), то он прямо указывает на независимость законов от влияния далеких тел. Тем самым подрывается привлекательность объяснения частной группы явлений влиянием далеких тел.

Резюмируя, мы не считаем вероятным радикальный пересмотр ОТО в направлении идей Маха. Проблему больших чисел мы считаем реальной лишь в формулировке, связывающей локальные свойства и не требующей переменности физических величин (констант). Теория Бранса — Дикке, в которой вводится специальное скалярное поле, осуществляющее воздействие далекого вещества, будет рассмотрена в § 15 этой главы.

## § 12. ОТО и структура (топология) мира как целого

Вопрос о структуре мира как целого является одной из важнейших проблем, лежащих на грани между естественными науками и философией. Этот вопрос получил новый смысл, новое содержание в начале века в связи с созданием теории относительности.

До этого считалось самоочевидным, что пространство является евклидовым трехмерным, а время является независимой переменной. Специальная теория относительности изменила это наивное (с сегодняшней точки зрения) убеждение, пространство и время оказались объединенными в единое 4-мерное многообразие. Конкретным выражением этого объединения явилось установление закона преобразования координат и времени при переходе к движущейся системе координат. Эти преобразования были найдены Пуанкаре из условия инвариантности уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Принято говорить о преобразованиях Лоренца, учитывая заслуги Лоренца в развитии теории электронов и электромагнетизма. Бессмертный вклад Эйнштейна, в силу которого именно он по справедливости является творцом теории относительности, заключается в осознании универсальности связи пространства и времени. Эйнштейн понял, что речь идет не о свойствах одного частного поля (электромагнитного), а об общих свойствах всей природы, всех частиц и полей. Не случайно, что только Эйнштейн, исходя из законов ОТО, высказал идею эквивалентности массы и энергии ( $E = mc^2$ ) и без колебаний применил это соотношение к атомным ядрам, несмотря на отсутствие конкретной теории ядерных сил.

Вернемся к вопросу о структуре мира. В этом частном вопросе создание специальной теории относительности дало удивительно мало! Возникло представление о 4-мерном псевдоевклидовом многообразии (пространство Минковского), в котором можно по-разному выбирать ось времени  $t$  и соответствующее ортогональное трехмерное многообразие — «пространство». Однако в этой картине по-прежнему не возникает сомнения в том, что время и каждая из трех пространственных декартовых координат в жесткой инерциальной системе отсчета могут изменяться от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Специфические свойства пространства Минковского (преобразований Лоренца) приводят к тому, что сохраняется понятие абсолютного прошлого и абсолютного будущего. Не возникает специально вопрос о топологии пространства-времени\*). До создания общей теории относительности проблема структуры Вселенной понималась как пространственное распределение и эволюция вещества и полей, наполняющих Вселенную. Структура самого пространства (и времени) казалась самоочевидной.

В схематическом изложении выше в этом параграфе мы не упоминали о высказываниях Лобачевского, Больяи, Римана, о неопубликованных идеях Гаусса; глубокие идеи творцов неевклидовой геометрии предвосхищали в этом вопросе ОТО, эти идеи будут обсуждаться ниже в рамках ОТО. Итак, именно ОТО поставила вопрос о структуре самого пространства и времени. Локально вопрос формулируется как вопрос о метрике и геометрии 4-мерного пространства-времени. Как обобщающий вывод из опыта принимается трехмерность пространства, псевдоевклидовость четырехмерия и его непрерывность (и дифференцируемость). Отсюда уже с логической неизбежностью вытекает специальная теория относительности для малых масштабов.

История науки показывает, что всякий переход к новой области исследования приводит к формулировке новых законов и, главное, новых понятий. Хрестоматийные примеры — большие скорости и СТО, малые (атомные) масштабы и квантовая механика. Переход к изучению больших масштабов привел как раз к созданию ОТО.

Здесь не место останавливаться на своеобразной промежуточной области — теории тяготения в узком смысле. При плотности вещества, реально существующей в природе, благодаря высокой чувствительности опыта гравитационные эффекты удается наблюдать и в малых пространственных масштабах: так, например, в опытах Кавендиша в масштабах лаборатории наблюдаются эффекты взаимодействия, энергия которого составляет долю порядка  $10^{-25}$  от энергии покоя ( $mc^2$ ). В этой промежуточной области можно поль-

---

\*) Формально вопрос о топологии пространства можно поставить и в ньютоновской физике. Речь идет о специальных побудительных причинах постановки такого вопроса.

зоваться линеаризованной теорией тяготения, ОТО в полном объеме не необходима.

Средняя плотность вещества во Вселенной на 30 порядков меньше плотности свинцовых шаров, с которыми экспериментировал Кавендиш.

Однако обратимся к масштабу, в котором сейчас ведутся астрономические исследования. В этом масштабе (порядка  $10^{28}$  см) энергия гравитационного взаимодействия порядка энергии покоя. Соответственно порядка единицы искривление пространства-времени, предсказываемое ОТО.

Именно возможность большого искривления пространства-времени, т. е. существенного отклонения его глобальных свойств от евклидовых, естественно и неизбежно приводит к вопросу о топологии пространства-времени.

В частном случае однородной и изотропной модели мы уже столкнулись с этим вопросом: при плотности больше критической ( $\Omega > 1$ ) метрика имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) [dr^2 + \sin^2 r (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)]. \quad (23.12.1)$$

Безразмерной инвариантной мерой искривления является произведение кривизны  $a^{-2}$  (размерность  $см^{-2}$ ) и квадрата масштаба ( $см^2$ ). Ситуацию можно сформулировать так: локальные исследования обнаруживают ту систему отсчета, в которой наблюдатель покоится относительно окружающего его вещества и излучения \*). Эти же наблюдения показывают однородность Вселенной (независимость свойств от относительно сдвигов в трехмерном пространстве) и изотропию ее (независимость свойств от поворотов в этом пространстве). Таким образом, «сопутствующее» пространство, в котором имеют место однородность и изотропия, определено реальными измерениями. Далее, измерения средней плотности вещества, гравитационных эффектов и, в принципе, также метрики в близкой к нам окрестности дают кривизну избранного трехмерия. Предположим здесь, что измерения дадут с определенностью  $\Omega > 1$ , хотя сегодня точность измерений недостаточна и  $\Omega < 1$  кажется даже более вероятным.

Вывод о том, что мир является замкнутым, получается при этом благодаря экстраполяции: свойства метрики в нашей окрестности нужно экстраполировать на далекие области, пользуясь локально установленной однородностью мира.

Локальные наблюдения плюс наблюдениями же установленная однородность привели к выводу, что в метрике, выписанной выше, коэффициент при угловой части ( $d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$ ) равен  $a^2(t) \sin^2 r$ . Но функция  $\sin r$  обращается в нуль при  $r = \pi$ , метрика непродолжи-

\*) Переход к движущейся системе (лоренц-преобразование) нарушил бы однородность и изотропию распределения вещества и потоков излучения.

ма при  $r > \pi$ . Соответственно следует, что полный объем  $V = 2\pi^2 a^3$ , а также вытекают все другие следствия, характерные для замкнутого мира (см. гл. 2).

Такова логическая цепочка, которая с необходимостью приводит к выводу о замкнутости мира при  $\Omega > 1$ .

Итак, есть случай, когда топология, отличная от евклидовой, необходима. Далее следует естественное обобщение: можно искать *возможные* топологические неевклидовы модели и в том случае, когда необходимыми они не являются.

Приведем простейший пример: пусть локальные исследования дают  $\Omega = 1$  и, соответственно, плоскую метрику трехмерия:

$$\begin{aligned} ds^2 &= dt^2 - b^2(t) [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)] \equiv \\ &\equiv dt^2 - b^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2). \end{aligned} \quad (23.12.2)$$

Эта метрика, очевидно, совместима с евклидовой топологией, в которой  $-\infty < x < \infty$ ,  $-\infty < y < \infty$ ,  $-\infty < z < \infty$ .

Однако возможна (хотя и не необходима) топология замкнутого трехмерия. Для этого делают отождествление:

$$\left. \begin{aligned} x+k, y, z &\equiv x, y, z, \\ x, y+p, z &\equiv x, y, z, \\ x, y, z+n &\equiv x, y, z. \end{aligned} \right\} \quad (23.12.3)$$

В сопутствующем трехмерии выделяется параллелепипед периодичности с координатным объемом  $kpn$  (или  $b^3(t)kpn$  в физическом пространстве в данный момент  $t$ ). Этот случай называется «трехмерный тор».

Таким образом, можно предположить, что существует плоское замкнутое трехмерное пространство. Следует подчеркнуть, что при выполнении условий (23.12.3) мы имеем дело именно с замкнутым плоским пространством, а не с периодически повторяющейся структурой в неограниченном плоском пространстве. Это значит, что при выполнении (23.12.3) в мире существует ограниченное количество галактик, а не повторяющийся до бесконечности набор одинаковых совокупностей галактик. Мир (23.12.3) не имеет границ и разрывов. В этом случае наблюдения дают много изображений, «духов», соответствующих каждому объекту данного типа, который одновременно виден с разных сторон и в разные моменты времени за счет свойств распространения лучей (см. об этом ниже). В принципе ситуация не отличается от предсказаний теории сферического замкнутого мира — модели Леметра с космологической постоянной (см. гл. 4). Напомним, что специальные поиски совпадающих объектов в противоположных участках неба, предпринятые в связи с этой моделью, не привели к положительному результату.

Итак, выше необходимость рассмотрения топологии пространства-времени Вселенной обоснована с общих позиций истории и философии науки и проиллюстрирована простыми примерами. Количество различных топологических вариантов 4-мерного пространства-времени необычайно велико, и на первый взгляд в космологии открывается огромное количество возможностей. Мы отсылаем за подробностями к книгам Пенроуза (1968), Хоукинга, Эллис (1973). В действительности уже минимальная информация о фактических свойствах Вселенной сильно ограничивает безбрежный простор топологических структур. Но, что особенно важно, теория эволюции Вселенной оказывается почти не зависящей от топологии. Именно этим и объясняется сравнительно малое число работ по данному вопросу. Здесь отметим работы Шюегеша (1966), Паала (1971), Зельдовича и Новикова (1967б, в), Соколова и Шварцмана (1974), Соколова (1970), Соколова и Старобинского (1975).

Будем рассматривать пространственно-однородный мир, а затем слабозамушенный пространственно-однородный мир.

Отметим прежде всего, что условие пространственной однородности выделяет параллельные трехмерные многообразия (пространства в разные моменты времени), на которых осуществляется однородность, и ортогональную к ним одну определенную ось времени (см. выше). По оси времени «отождествления» (такие, как описаны выше), вероятно, запрещены законами физики и исключаются. Этот запрет обосновывают обычно принципом причинности. Действительно, пусть на оси времени  $t_2 > t_1$ . После отождествления  $t_2 = t_1$  оказывается, что будущее и прошлое выделены только локально, а в целом, глобально, они перепутаны. Вмешательство в физические явления в момент  $t_2$  в точке  $x$  вызывает изменения в момент  $t_1$  в той же точке  $x$ , т. е. в прошлом.

На самом деле замкнутость линий времени может носить гораздо более «хитрый» характер, чем в рассмотренном простейшем примере. Могут, например, замыкаться не все линии времени, а только некоторые (при отсутствии однородности). Подробности см. в упомянутых выше книгах Пенроуза и Хоукинга и Эллис. Здесь же мы отметим, что соотношения между замкнутостью линий времени и принципом причинности отнюдь не столь тривиальны. По-видимому, из замкнутости линий времени вовсе не однозначно следует нарушение принципа причинности, ибо события на замкнутой линии времени уже «самосогласованы». Они все влияют друг на друга по замкнутому циклу, но это еще, по-видимому, не означает нарушения законов природы. Во всяком случае вопрос требует более тщательного изучения.

Однако при учете однородности по пространству и необратимости эволюции можно, вероятно, запретить любое отождествление по времени. С течением времени монотонно растет удельная энтропия (на один барион или на единицу сопутствующего пространства).

Моноotonно убывает в результате ядерных реакций доля протонов в среднем составе Вселенной. Уже по этим причинам ситуация в более поздний момент  $t_2$  не тождественна ситуации в момент  $t_1$ .

Став на эту точку зрения, мы должны заключить, что применительно к оси времени остается лишь вопрос о том, простирается ли шкала: 1) от  $-\infty$  до  $+\infty$ , или 2) от  $t_1$  до  $+\infty$ , или 3) от  $-\infty$  до  $t_1$ , или 4) от  $t_1$  до  $t_2$ . Для однородных моделей ответ на этот вопрос получается путем интегрирования уравнений эволюции. В принципе здесь нет произвола. Хотя в настоящее время наблюдательные данные и отвергают варианты 1) и 3), но не позволяют выбрать между вариантами 2) и 4). Здесь под «началом» и «концом» шкалы времени подразумеваются сингулярные состояния \*). Итак, вопрос о топологии мира сузился до топологии трехмерного пространства.

При этом все еще остается значительное число разных топологических вариантов: существуют [Ефимов (1961), Волф (1967), Шювегеш (1966)] 18 топологических вариантов плоского трехмерия и бесконечное число (!) вариантов гиперболического изотропного трехмерия постоянной отрицательной кривизны.

Анизотропия мира — при сохранении однородности — дополнительно ограничивает число возможных топологических вариантов. Этот вывод наглядно очевиден: при всяком отождествлении двух поверхностей или (что практически то же самое) при обходе по каждому циклу, характеризующему топологический вариант, в изотропной модели достаточно тождества скалярных величин, а это тождество обеспечивается условием однородности\*\*). В анизотропном мире после обхода нужно вернуться в исходную точку с теми же значениями векторных и тензорных величин, с теми же направлениями скорости вещества, главных осей деформации и главных осей тензора кривизны пространства.

Количество остающихся топологических вариантов при этом зависит от типа трехмерия поверхности (в смысле классификации Бианки). В плоском случае всегда остается в силе возможность перехода к топологии цилиндра или тора, что соответствует периодическому условию отождествления. Решения Фридмана допускают максимальное количество топологических вариантов.

\*) Еще раз напомним (см. введение к книге): вопрос о том, что было «до» сингулярности в начале расширения или что будет «после» сингулярности, следующей за сжатием [вариант 4)], не может пока быть решен в рамках существующих физических теорий. В сингулярности возникают квантовые эффекты тяготения, вероятно, перестают быть применимыми понятия непрерывного метрического пространства-времени, возможно, лишаются смысла или изменяются понятия «до» и «после» и т. д. Исследование всего этого — дело будущего.

\*\*) Как известно, законы физики не инвариантны относительно зеркального отражения трехмерного пространства. Поэтому нужно различать скаляры и псевдоскаляры. Обход по циклу не должен превращать правую систему в левую. Это условие устраняет часть топологических вариантов [см. Шювегеш (1966), Зельдович, Новиков (1967б, в), Соколов (1970)].

Обратимся к задаче об эволюции. Важнейшие факты заключаются в том, что в однородной космологии: 1) топология не меняется в ходе эволюции; 2) уравнения эволюции для локальных величин не зависят от топологического варианта. Напомним, что все локальные свойства в такой космологии можно выразить через значения физических величин (тензора плотности энергии-импульса вещества, полей) и геометрических величин (структурных констант в случае анизотропной космологии и параметров, характеризующих абсолютное значение искривления пространства).

Следовательно, анализ протекания ядерных реакций и многих аналогичных процессов в однородной Вселенной — или, точнее, во всех топологических вариантах модели однородной Вселенной — оказывается строго независимым от топологических свойств модели. Топология модели существенно влияет, однако, на решение более общей неоднородной задачи.

Это влияние можно описывать по-разному, на разных языках. Вспомним, что в теории «перемешанного» мира ставилась задача о возможности обмена информацией между различными частями Вселенной (§§ 4, 5 гл. 21). Очевидно, что отождествления типа  $x \equiv x + k$  в плоском мире приводят (при достаточно малом  $k$ ) к возможности полного обмена информацией. Топологический вариант с отождествлением уменьшает размер Вселенной, «перемешивание» становится возможным в локально-фридмановском мире. Здесь становится существенным абсолютное значение длины отождествления и конкретный характер тех неоднородностей, которые предстоит сгладить. Подробное обсуждение сейчас преждевременно. Топология существенно влияет на глобальное распространение сигналов, на глобальные свойства нулевых геодезических (лучей света) или пучков частиц. Появление «духов» — многократных изображений данного объекта — является примером влияния топологии на распространение света.

Возможен другой подход к влиянию топологии на эволюцию неоднородной Вселенной. Рассмотрим теорию малых возмущений. Малые возмущения могут быть разложены по собственным функциям. Набор собственных функций, их спектр, радикально зависит от топологии пространства.

Обратимся снова к элементарному примеру плоского пространства. В евклидовой топологии спектр непрерывен, собственные функции суть  $e^{ikx}$ , допустимы любое значение волнового вектора  $k$ , любая длина волны  $\lambda$ , вплоть до  $\lambda \rightarrow \infty$ ,  $|k| \rightarrow 0$ .

Однако в пространстве с отождествлением типа тора возмущение также подчиняется условию отождествления. Это значит, что волновой вектор должен иметь компоненты, кратные обратным длинам отождествления. Возмущения разлагаются в ряд Фурье с дискретным спектром вместо интеграла Фурье и сплошного спектра в случае бесконечного евклидова пространства.

В случаях пространств с отличной от нуля кривизной и более сложной топологией качественно результат тот же — структура спектра зависит от топологии, — но вид собственных функций сложнее, чем в простейших случаях. В качестве примера вспомним классическую работу Лифшица (1946), при рассмотрении возмущений в закрытой модели был получен дискретный спектр и найдена система собственных функций (см. § 7 гл. 11).

Рассмотрим теперь вместо сферической модели Вселенной так называемую эллиптическую модель. Эта модель получается, если в трехмерной сфере (в пространстве сферической модели) отождествить диаметрально противоположные точки. В этом случае «выживает» только половина собственных функций замкнутого мира сферической модели.

Известно, что амплитуда возмущения большой длины волны мала. Этот факт установлен наблюдателями на основании малости флуктуаций реликтового излучения. Почему длинноволновые возмущения малы? Убедительного ответа пока нет. Нельзя ли малость этих возмущений поставить в связь с топологией, с тем, что в моделях с близкими отождествлениями в принципе нет длинных волн? Эта возможность заслуживает анализа. Но мы думаем, что такой вывод был бы неправилен, он не проходит количественно.

Наблюдаются неоднородности — скопления масштабом не более 40 *Mpc* (по сегодняшнему масштабу), в большем масштабе уже весьма заметен спад амплитуды неоднородностей. Для указанной выше возможности объяснения этого спада топологическими свойствами мира пришлось бы брать масштаб отождествления того же порядка. Но считать, что Вселенная имеет масштаб всего в сотню *Mpc*, казалось невозможно.

Однако в недавней работе Соколова и Шварцмана (1974) утверждается, что наблюдательные данные не исключают топологической структуры такого типа, что элементарная повторяющаяся ячейка имеет линейный размер (в настоящее время) порядка 400 *Mpc* для шкалы расстояний, соответствующей  $H=75$  км/сек·*Mpc*. Указанный размер соответствует красному смещению  $z=0,1$ . Если всерьез признать такое сокращение размеров Вселенной, то крупномасштабная изотропия реликтового излучения получит новое, неожиданное объяснение.

Впрочем, утверждения Соколова и Шварцмана скорее нужно рассматривать как призыв к проведению наблюдений, специально ориентированных на доказательство того, что Вселенная не мала. Формально это не доказано в настоящее время, но может быть доказано, если привлечь данные по радиоисточникам, которые, по оценке, видны вплоть до  $z \approx 3-4$ . Время активной жизни радиоисточников может быть невелико; это затрудняет обработку наблюдений, уменьшает число объектов, которые можно одновременно зарегистрировать с помощью лучей, проходящих по разным путям.

Может быть, более надежны будут данные по далеким скоплениям галактик. Подробнее о предлагаемых наблюдениях см. работы Соколова и Шварцмана (1974), Соколова и Старобинского (1975).

Невозможно и ненаучно определять «вероятность» того, что мир топологически сложен. Организация тщательных наблюдений для выяснения вопроса весьма желательна: строгое экспериментальное установление нетривиальности топологической структуры Вселенной имело бы огромное значение.

### § 13. Локальная топология, «белые дыры» и космология

Возможность необычных топологических структур в ОТО использовалась рядом авторов для объяснения астрономических явлений. Еще в 1928 г. Джинс писал в связи с вопросом о спиральных ветвях галактик: «Настойчиво заявляет о себе предположение, что центры туманностей имеют природу точек сингулярности, в которых в нашу Вселенную вливается вещество из каких-то других, совершенно неизвестных нам пространственных измерений и которые проявляют себя в нашей Вселенной как точки, где происходит непрерывное образование вещества».

Еще большее искушение — использовать втеkanie материи и энергии из «других измерений» для объяснения активности ядер галактик и квазаров. Нельзя ли это втеkanie использовать в теории стационарной Вселенной? Выясним, какие ограничения накладывает ОТО.

Окружим трехмерную область, в которой находится локальная сингулярность, далекой двумерной замкнутой поверхностью \*), лежащей в области, где гравитационное поле уже слабо. Изучая метрику пространства вне этой поверхности, можно определить общую массу, находящуюся внутри (а также вращательный момент), а измеряя электрическое поле, — полный заряд.

Уравнения ОТО, написанные для наружной, не сингулярной области, приводят к законам сохранения: масса, находящаяся внутри области, меняется лишь тогда, когда через поверхность втекает или вытекает вещество или энергия, в том числе и энергия гравитационных волн. Значит, независимо от самых фантастических предположений о сингулярности внутри поверхности, можно заранее сказать, сколько массы и энергии можно получить из внутренней области \*\*).

Таким образом, наглядная картина Джинса — отверстие в «другой мир», откуда в любом количестве может поступать энергия, — оказывается несовместимой с ОТО. Тем самым отпадает возможность

\*) Например, это может быть сферическая поверхность  $r = \text{const}$ .

\*\*) Необходимы две оговорки: 1) мы считаем справедливой ОТО; 2) не существуют отрицательные массы, области с отрицательной плотностью энергии.