(при хаотическом распределении и медленном движении стенок). Существенно меняется общий закон расширения Вселенной, оказывается, что в этом случае $a \sim t^2$.

Разбиение пространства на мозаику (+)-, (—)-областей должно вызвать заметную неоднородность плотности и всех других величин даже в том случае, если начальное высокотемпературное состояние было строго однородным. Большая плотность стенок (порядка 10^{26} *эрг/см*$^2 = 10^5$ *г/см*^{2} по грубой оценке) приводит к выводу, что стенки, уцелевшие к настоящему времени, вызвали бы недопустимое искажение изотропии реликтового излучения. Реликтовое излучение еще раз играет роль «большой дубины», ограничивающей полет фантазии.

Означает ли это, что необходимо нацело отказаться от теорий с нарушенной симметрией? Оказывается, что это не так, можно указать варианты, в которых противоречие устранено.

1. В варианте комплексного φ при высокой температуре $|\bar{\varphi}|=0$, при низкой температуре $|\bar{\varphi}|=\text{const}=\varphi_0$, различные области пространства отличаются фазой φ, но не величиной: $\varphi=\varphi_0 e^{i\alpha(x)}$.

Такая теория не объясняет нарушения CP-инвариантности, но годится для объяснения масс мюона и электрона. В этом случае фаза $\alpha(x)$ может меняться плавно и вместо стенок появляются вихревые нити.

2. В варианте с вещественным $\varphi = \pm\varphi_0$ и резкой границей возможно, что зарядовая асимметрия вещества (избыток барионов) вызывает асимметрию (+)- и (—)-областей, например, преимущественно образуются (+)-области, и к настоящему времени все пространство представляет собой одну (+)-область, тяжелых стенок нигде нет.

Изложенная выше гипотеза (так же как и только что указанные варианты) еще очень далека от экспериментального подтверждения методами физики элементарных частиц, ускорителей и т. п. Приводя ее здесь, мы хотим показать, насколько еще неопределенны наши представления о физике процессов вблизи сингулярности, какие большие неожиданности возможны в этой области.

§ 17. Осциллирующая Вселенная?

Представление о статической, неизменной Вселенной, несомненно, не согласуется с действительностью и оставлено. Не соответствует действительности и стационарная Вселенная (см. § 10), в которой хаббловское расширение компенсируется рождением вещества.

Однако поражает длительное существование и популярность этих теорий! Напомним, что Эйнштейн сознательно видоизменял ОТО так, чтобы уравнения оказались совместными со статическим космологическим решением (см. гл. 4).

Мы уже отмечали (§ 12 гл. 3), что идея стационарности, очевидно, имеет определенную внутреннюю привлекательность. В XIX веке эта привлекательность могла быть связана с видимой статичностью астрономических систем. В XX веке законы сохранения зарядов — электрического, лептонного и, главное, барионного (все эти законы являются абсолютными во всех известных процессах) — являются веским аргументом в пользу вечного существования Вселенной, обладающей отличным от нуля барионным зарядом. Нельзя ли вечное существование Вселенной сделать стационарным в среднем, предположив, что эволюция является осциллирующей: за сингулярностью следует расширение, которое плавно замедляется и сменяется сжатием, сжатие протекает, убыстряясь, и заканчивается коллапсом?

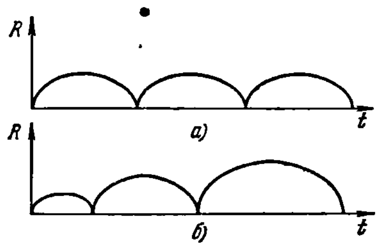

Рис. 67. Осциллирующая модель при $\rho > \rho_c$: *а*) осцилляции без увеличения энтропии; *б*) осцилляции с увеличивающейся энтропией.

Предполагается, что коллапс Вселенной как целого может в сингулярном состоянии изменить знак, превратиться в антиколлапс, т. е. смениться расширением из сингулярного состояния, стать началом следующего цикла, повторяющего предыдущий.

Для того чтобы расширение (переживаемое нами в настоящее время) сменилось сжатием, необходимо, чтобы во Вселенной плотность была больше критической. Предполагаемое изменение радиуса Вселенной со временем показано на рис. 67, *а*.

Вопрос о возможности перехода коллапс — антиколлапс в сингулярности (с учетом квантовых явлений и пр.) в настоящее время остается открытым. Будем считать, что возможен такой переход — точка возврата, в которой кривая рис. 67, *а* подходит к оси абсцисс и отражается от оси.

Каковы следствия такой теории? В горячей модели Вселенной есть одна особенность, благоприятная для осциллирующей модели. Каким бы ни был химический состав вещества, подвергающегося коллапсу, после прохождения через «огненную печь» сингулярности вещество возвращается к первоначальному составу — к пресловутым 70% H, 30% He^4 для изотропного расширения (см. § 5 гл. 7).

Казалось бы, возможно повторение циклов. Однако второе начало термодинамики запрещает осциллирующую модель. В самом деле, энтропия Вселенной только растет. Энтропия растет и в ходе расширения и в ходе сжатия. При коллапсе можно ожидать особенно сильного возрастания энтропии. На последних этапах сжатия должно осуществляться наиболее общее «8-функционное» решение с анизотропным сжатием (см. § 3 гл. 22). В этих условиях вязкость, ускорение нейтрино, спонтанное рождение частиц особенно сильны.

Для дальнейших выводов центральную роль играет предположение, что энтропия не уменьшается при прохождении через сингулярность. Это предположение мы принимаем, даже не имея последовательной квантовой теории сингулярного состояния.

Основанием для такой экстраполяции является один из важнейших принципов современной теоретической физики — принцип соответствия. Будущая квантово-гравитационная теория включит в себя и ОТО, и ньютоновскую теорию тяготения. В ОТО и в ньютоновской теории энтропия только растет; сингулярное состояние, вероятно, не должно нарушать этот общий закон, так же как и закон сохранения барионов. Но если от одного цикла к другому энтропия возрастает, то каждый следующий цикл отличается от предыдущего.

Как показал еще Толмен (1934), расчет приводит к циклам, удлиняющимся по времени и с растущей амплитудой, с увеличивающимся максимальным радиусом Вселенной (см. рис. 67, *б*).

Относительно нашей Вселенной еще точно не известно, является ли она открытой или замкнутой, т. е. больше или меньше ρ, чем ρ_c. Доводы в пользу открытой Вселенной несколько более убедительны, но считать вариант $\rho>\rho_c$ исключенным нельзя. С этой точки зрения осциллирующий вариант эволюции также не исключен.

Но удельная энтропия нашей Вселенной (на один барион) конечна. Отсюда следует, что Вселенная пережила в прошлом лишь конечное число циклов, имеет конечное время существования, ибо в каждом цикле энтропия возрастает на конечную величину и при бесконечном числе циклов удельная энтропия была бы бесконечна.

С учетом роста энтропии осциллирующая модель Вселенной не позволяет описать вечное существование Вселенной от $t=-\infty$. Теория осциллирующей Вселенной не достигает цели, стоящей перед этой теорией,— дать описание вечной Вселенной.

С точки зрения вечной Вселенной предпочтительной оказывается картина открытой Вселенной, однократно сжимающейся в прошлом $-\infty<t<0$, сменяющей сжатие на расширение в сингулярности $t=0$ и неограниченно расширяющейся на современном этапе $0<t<t_0$ и в будущем $t_0<t<+\infty$ (t_0 — сегодня). Но, конечно, пока мы ничего не можем сказать о том, была ли истинная эволюция Вселенной такой.

Вернемся к теории осциллирующей Вселенной. Проиллюстрируем простыми расчетами утверждения Толмена о влиянии роста энтропии на эволюцию циклов расширения — сжатия в случае замкнутой модели. Расчет будет проделан для однородной изотропной космологической модели (см. гл. 1).

Итак, метрика имеет вид

$$ds^2=c^2\,dt^2-a^2(t)\,[dr^2+\sin^2 r\,(\sin^2\theta\,d\varphi^2+d\theta^2)]. \quad (23.17.1)$$

Уравнение для радиуса:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{4\pi G}{3}\rho a^2 - \frac{c^2}{2}. \tag{23.17.2}$$

Однородная модель при этом замкнута и закон сохранения нуклонов формулируется элементарно: число N не меняется от одного цикла к другому. Относительно энтропии S было сделано предположение, что S не меняется в момент перескока от одного цикла к другому. Однако она возрастает в ходе каждого цикла. Возрастание энтропии особенно велико, если во время цикла образуются звезды и происходят ядерные реакции.

Будем рассматривать плотность энергии в сопутствующей системе координат. Для определенности в каждом цикле будем сравнивать моменты, когда радиус максимален (момент, когда расширение сменяется сжатием). Для этого момента из уравнения (23.17.2) при $\frac{da}{dt}=0$ найдем

$$\varepsilon = \rho c^2 = \frac{3c^4}{8\pi G a_{\max}^2}.$$

Плотность энергии зависит от плотности нуклонов и от удельной энтропии, приходящейся на один нуклон. Плотность нуклонов есть

$$n = \frac{N}{2\pi^2 a^3}, \qquad S = \frac{S_{\text{полн}}}{N};$$

здесь N — полное число нуклонов, $S_{\text{полн}}$ — полная энтропия, $2\pi^2 a^3$ — объем замкнутого мира. Зависимость

$$\varepsilon(n, S) \equiv \varepsilon\left(\frac{N}{2\pi^2 a^3}, \frac{S_{\text{полн}}}{N}\right)$$

дается уравнением состояния вещества. С определенностью можно сказать только, что $\frac{d\varepsilon}{dS} > 0$ и $\frac{\partial \varepsilon}{\partial n} \geqslant \frac{\varepsilon}{n}$.

Уравнение

$$\varepsilon\left(\frac{N}{2\pi^2 a_{\max}^3}, \frac{S_{\text{полн}}}{N}\right) = \frac{3c^4}{8\pi G a_{\max}^2}$$

служит для определения максимального радиуса в данном цикле по известной энтропии. Из свойств ε следует, что в каждом следующем цикле $a_{\max}$ больше, чем в предыдущем *). Больше также и энергия, приходящаяся на один нуклон в момент остановки $\left(\frac{da}{dt}=0\right)$:

$$E=\frac{\varepsilon}{n}=\text{const}\, a_{\max}\varepsilon=\text{const}\, a_{\max}.$$

Вследствие гравитационного взаимодействия увеличение энергии, приходящейся на один нуклон, не противоречит закону сохранения энергии. Полная энергия замкнутого мира всегда тождественно равна нулю.

Таким образом, в осциллирующей модели все время растет амплитуда колебаний. Расчет изменения амплитуды в каждом цикле зависит от изменения энтропии, т. е. от конкретных процессов. Итак, необратимый рост энтропии при учете гравитации и общей теории относительности приводит к картине, весьма непохожей на картину тепловой смерти (постоянная температура всюду и покой), как ее рисовали физики XIX века (см. об этом подробнее § 14 этой главы).

Будем продолжать решение в прошлое. Минимальная амплитуда цикла в прошлом определяется соотношением

$$a=\sqrt{\frac{3c^4}{8\pi G\varepsilon_{\text{барион}}}},$$

---

*) Дадим формальное доказательство. Введем энергию, приходящуюся на один барион и зависящую от n и S: $\varepsilon=nE(n, S)$, имеем $dE=-P\,dV=-P\,d\left(\frac{1}{n}\right)=Pn^{-2}\,dn$ при $S=\text{const}$. Отсюда, так как $P>0$, то и $\frac{dE}{dn}>0$, $\frac{\partial\varepsilon}{\partial n}=E+n\frac{\partial E}{\partial n}>E=\frac{\varepsilon}{n}$. Значит, $\frac{\partial\ln\varepsilon}{\partial\ln n}>1$. Запишем уравнение остановки в виде $a_{\max}^2\varepsilon(n_{\max}, S)=\frac{3c^4}{8\pi G}=\text{const}$ ($n_{\max}$ — плотность в максимуме расширения) и найдем логарифмическую производную левой части по $a_{\max}$ и S:

$$\frac{\partial\ln(a_{\max}^2\varepsilon)}{\partial\ln a_{\max}}\frac{da_{\max}}{a_{\max}}+\frac{\partial\ln(a_{\max}^2\varepsilon)}{\partial S}dS=0,$$

$$\left(2+\frac{\partial\ln\varepsilon}{\partial\ln n}\frac{d\ln n}{d\ln a_{\max}}\right)\frac{da_{\max}}{a_{\max}}+\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial S}dS=0.$$

Так как $n=\frac{N}{a^3}$, то $\frac{d\ln n}{d\ln a}=-3$, а так как $\frac{\partial\ln\varepsilon}{\partial\ln n}>1$, то $-3\frac{\partial\ln\varepsilon}{\partial\ln n}=-k<0$, откуда и следует

$$\frac{da_{\max}}{dS}=\frac{1}{k}\frac{1}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dS}>0.$$

С ростом энтропии растет радиус остановки: замкнутый мир расширяется при нагревании.

где

$$\varepsilon_{\text{барион}} = m_{\text{барион}} n c^2.$$

Иными словами, минимальная амплитуда определяется суммой масс барионов.

Амплитуда, таким образом, всегда конечна и в каждом цикле энтропия изменяется на конечную величину. Так как энтропия сейчас конечна, то в прошлом возможно только конечное число циклов. Предположение о возможности циклов, таким образом, только отодвигает трудность с начальным сингулярным состоянием, но не устраняет ее.

§ 18. Рождение гравитонов вблизи сингулярности

Гравитоны появляются в теории как неизбежное следствие ОТО (предсказывающей гравитационные волны) и квантовой механики (требующей квантования этих волн). Классическая теория — в данном случае ОТО — предсказывает, что скорость гравитационных волн равна скорости света, а следовательно, масса покоя гравитонов равна нулю.

В этом отношении гравитоны подобны фотонам (квантам электромагнитных волн) и нейтрино. Однако, как подчеркивает Грищук (1974), уравнения гравитационных волн не являются конформно-инвариантными (в отличие от уравнений Максвелла для фотонов) относительно преобразования той усредненной крупномасштабной метрики, на фоне которой рассматривается (как ее малое коротковолновое возмущение) гравитационная волна.

В этой связи надо подчеркнуть, что скорость волны, равная скорости света, и равенство нулю массы покоя частиц — это условия необходимые, но недостаточные для конформной инвариантности соответствующего поля.

На примере скалярного поля Пенроуз (1964) и Тагиров и Черников (1968) показали, что, обобщая уравнения, написанные в плоском пространстве Минковского, на кривое пространство, можно по произволу получить конформно-инвариантное или неинвариантное уравнение. Но в уравнениях гравитационных волн нет произвола, когда заданы уравнения ОТО, прямым следствием которых они являются.

Оказывается, что уравнения гравитационных волн не конформно-инвариантны. Для того чтобы убедиться в этом, рассмотрим плоскую гравитационную волну на фоне расширяющейся Вселенной (см. § 5 гл. 11).

Метрика

$$ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - \delta_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta) + h_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta \qquad (23.18.1)$$

при условиях

$$h_\alpha^\beta = \gamma_\alpha^\beta e^{inr} \nu(r), \qquad \gamma_\alpha^\beta n_\beta = 0, \qquad n = \text{const} \qquad (23.18.2)$$