

выключается, плотность их падает, как a^{-4} , тогда как плотность обычного вещества при жестком уравнении состояния падает как a^{-6} . Получился бы мир с недопустимым (по данным сегодняшних наблюдений) преобладанием гравитонов.

Подводя итог, можно констатировать, что рождение гравитонов происходит в изотропной космологической модели при $P \neq \epsilon/3$ и является аргументом против жесткого уравнения состояния вблизи сингулярности (см. § 9 этой главы).

§ 19. Сингулярность и конформная инвариантность

В настоящее время для исследования сингулярностей часто используют конформное преобразование [см., например, Пенроуз (1968)]. Пусть с помощью конформного преобразования удастся сопоставить данному сингулярному четырехмерию, данному миру (прототипу), другой несингулярный мир (эталон). Распространение волн в эталонном мире может быть рассмотрено без принципиальных трудностей. После этого распространение волн в прототипе находим по законам конформного преобразования. Особенно прост тот случай, когда эталоном является плоский мир с метрикой Минковского. Для этого нужно, чтобы прототип был конформно-плоским (равен нулю тензор кривизны Вейля, но не равен нулю тензор кривизны Римана R_{iklm}).

Подразумевается, что волны, распространение которых рассматривается, подчиняются конформно-инвариантным волновым уравнениям; этим свойством обладают, в частности, электромагнитные волны (но не гравитационные волны, см. предыдущий параграф).

Примером конформно-плоского мира является фридмановская Вселенная; вблизи сингулярности для всех физических процессов пространственная кривизна ее несущественна*), поэтому записываем метрику в следующем виде:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2) = a^2(\eta) (d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2). \quad (23.19.1)$$

Последнее равенство демонстрирует, что эталоном модели Фридмана является мир Минковского. При $z < 3 \cdot 10^8$ мир заполнен в основном фотонами и нейтрино, т. е. частицами с массой покоя, равной нулю, которые описываются конформно-инвариантными уравнениями. При больших z появляются сперва позитронно-электронные пары, а затем адроны (в том числе барионы и антибарионы), с отличной от нуля массой покоя m_0 . Однако при приближении к сингулярности ($z \rightarrow \infty$, $t \rightarrow 0$) отношение массы покоя m_0 к средней энергии частиц становится все меньше. Для частиц (полей) с $m_0 \neq 0$ конформной

*) Конформно-плоское представление для открытого мира см. Фок (1961).

инвариантности нет, но вблизи сингулярности можно говорить о приближенной, асимптотической (при $t \rightarrow 0$) конформной инвариантности.

В этом приближении Хойл и Нарликар (1963) рассматривают в качестве прототипа Вселенную вблизи сингулярности, заполненную всеми видами частиц (фотонами, нейтрино, адронами). При $t \rightarrow 0$ эти частицы в совокупности представляют собой ультрарелятивистскую плазму с температурой, стремящейся к бесконечности при приближении к сингулярности. Эталон получается конформным преобразованием. Он представляет собой пространство Минковского, заполненное релятивистской плазмой, состоящей из безмассовых частиц — фотонов, нейтрино, но также и безмассовых электронов и позитронов, безмассовых протонов и т. п.

Речь идет о выдуманных, несуществующих частицах, все свойства которых — заряд, спин, закон взаимодействия — совпадают со свойствами истинного электрона или протона, за исключением того, что у каждой выдуманной частицы $m_0 = 0$. Температура этой плазмы может быть выбрана любой: ведь у нас нет величины $m_0 c^2$, с которой можно было бы сравнивать kT .

Взаимодействие частиц — электромагнитное, сильное и слабое — не нарушает конформной инвариантности плазмы в целом. Ее уравнение состояния $P = \epsilon/3$ как в эталоне, так и в прототипе (в последнем — вблизи сингулярности).

В неизменном мире Минковского стационарная плазма с постоянной температурой проходит через поверхность $\eta = 0$ (от $\eta < 0$ к $\eta > 0$) без какой-либо особенности.

Хойл и Нарликар полагают, что, возвращаясь от эталона к прототипу, можно получить, таким образом, описание перехода от сжатия к расширению, от $t < 0$ к $t > 0$, в космологической модели Фридмана. Рассматривая такую возможность, заметим прежде всего следующее. Выпишем уравнение, связывающее t и η в прототипе. В мире, заполненном релятивистской плазмой, выполняются следующие соотношения: $a \sim \sqrt{t}$, $d\eta = \frac{dt}{a(t)}$, $\eta \sim \sqrt{t}$, $t = \text{const} \cdot \eta^2$. Но отсюда следует, что обе части эталона, $\eta < 0$ и $\eta > 0$, соответствуют одинаковому знаку истинного мирового времени t .

Поставленная задача описания прохождения через сингулярность не решается в данном случае привлечением конформной инвариантности.

Другое замечание, касающееся гипотезы Хойла и Нарликара, заключается в том, что гравитационное взаимодействие даже для безмассовых частиц не является конформно-инвариантным, подобно тому как не конформно-инвариантны уравнения для гравитонов *).

*) Вероятно, этот факт связан с тем, что константа тяготения G имеет такую размерность, что из нее вместе с \hbar и c можно построить величины размерности массы и длины.

В трактовке гравитационного взаимодействия частиц есть тонкости. Коллективное взаимодействие частиц учтено законом эволюции $a \sim \sqrt{t}$. Таким образом, в уравнении состояния остается учесть так называемое обменное взаимодействие — поправку, связанную с тем, что между положениями одинаковых частиц есть корреляция, усредненный гравитационный потенциал и усредненная метрика не полностью описывают взаимодействие. По мнению Сахарова (1966), при этом возникает максимум температуры, резко меняется уравнение состояния. Эффекты становятся порядка единицы тогда, когда температура порядка «планковской», $kT_{\text{пл}} = m_{\text{пл}}c^2$, $T_{\text{пл}} = 10^{32} \text{ }^\circ\text{K}$, что, в свою очередь, происходит при $t \approx t_{\text{пл}} = 10^{-43} \text{ сек}$.

Итак, снова — хотя и по другой причине — характерное планковское время, отсчитанное от сингулярности, оказывается тем барьером, за который не удастся проникнуть без существенно новых идей. Идея конформной инвариантности, справедливая для всех полей при $t \rightarrow 0$, кроме гравитационного, позволяет продвинуться в исследовании интервала $10^{-16} \text{ сек} — 10^{-43} \text{ сек}$, но для преодоления барьера 10^{-43} сек эта идея недостаточна.

Рассмотрим в свете идей конформной инвариантности связь гравитации с другими полями. Основная идея теории тяготения Эйнштейна состоит в том, что пространство и время образуют четырехмерное искривленное многообразие (см. ТТ и ЭЗ, § 2 гл. 1). Свободные частицы движутся в этом многообразии по геодезическим линиям. Исходя из этого находятся траектории частиц в кривом пространстве-времени и воздействия кривизны пространства-времени на другие поля и частицы (электромагнитное поле, электрон-позитроны, нейтрино и т. д.). Это воздействие включает рождение частиц в пространстве, метрика которого зависит от времени, и поляризацию вакуума — появление отличной от нуля плотности энергии и импульса, зависящих от кривизны. Другая сторона теории тяготения состоит в том, что самому пространству-времени приписывается определенная «упругость». Качественная идея восходит к Клиффорду: если пространство, в принципе, может быть искривленным, то должен быть фактор — упругость, — благодаря которому фактически пространство с хорошей точностью остается плоским в масштабах Земли, Солнечной системы, Галактики. Идее упругости соответствует член $\text{const} \int R dV$ в лагранжиане, введенный Эйнштейном. Именно этот член при варьировании дает левую часть уравнений Эйнштейна, правая часть которых есть плотность энергии и импульса реального вещества.

В книге ТТ и ЭЗ была изложена идея Сахарова (1967 б), согласно которой упругость пространства зависит от поляризации вакуума. С этой точки зрения теория тяготения, в принципе, не может существовать без учета других полей (γ , e^\pm , ν , ...), хотя практически

суммарный вклад этих полей выражается в величине гравитационной постоянной G .

Выше вкратце изложена ситуация на 1971 г. [см. ТТ и ЭЗ, Мизнер, Торн, Уилер (1973)]. Новые моменты, радикально меняющие картину, появляются при учете конформной инвариантности полей, описывающих γ , e^\pm , ν , ... и, по-видимому, и адроны. Из конформной инвариантности следует, что вклад перечисленных полей и частиц в упругость вакуума пренебрежимо мал, порядка

$$\frac{Gm_0^2}{\hbar c} \quad \text{или} \quad \left(\frac{Gm_0^2}{\hbar c} \right) \ln \left(\frac{p_0}{cm_0} \right)^2$$

где p_0 — предельный импульс. Частицы с нулевой массой покоя и вовсе ничего не дают. Такой вывод следует сразу из того, что в конформно-плоском пространстве $ds^2 = a(x, y, z, t) (dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2)$ нет поляризации вакуума (при $m_0 = 0$), хотя $R_{iklm} = 0$. Однако из списка частиц надо изъять гравитоны (см. § 18 этой главы): уравнение, описывающее гравитационные волны (и их кванты — гравитоны), не конформно-инвариантно.

Таким образом, в принципе возможна (хотя и не построена в настоящее время) теория, где рассматривается одно только пространство-время и получаются содержательные результаты, описывающие гравитоны и искривленное их тяготением фоновое пространство-время, в котором они распространяются, т. е. получается замкнутая картина для гравитонов без привлечения других полей и частиц.

Исходным пунктом такой теории являются коммутационные соотношения для величин, описывающих метрику. При обычной нормировке гравитационных волн ($e \sim r^2$) эти соотношения имеют (символически) вид

$$[r_\alpha^\beta, \dot{r}_\delta^\gamma] = \left[\frac{1}{\sqrt{G}} h_\alpha^\beta(x), \frac{1}{\sqrt{G}} \dot{h}_\delta^\gamma(x') \right] = \delta_\alpha^\gamma \delta_\delta^\beta \delta(x - x') \hbar. \quad (23.19.2)$$

В результате учета этих коммутационных соотношений для коротковолновых возмущений метрики должен (во всяком случае может) получиться вклад в лагранжиан вида

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int R dV.$$

В квантовую теорию входит

$$\psi = e^{iS/\hbar},$$

т. е. входит величина (в экспоненте)

$$\frac{i}{16\pi G \hbar} \int R dV.$$

В коммутационные соотношения для метрики входит произведение

$G\hbar$ (но не G и \hbar в отдельности или в других степенях), и это же произведение *) вошло в выражение волновой функции всей системы. Тем самым подтверждается внутренняя логическая замкнутость рассматриваемого построения. При этом «замкнутость» теории не исключает, конечно, возможности рассмотрения в теории других частиц и полей (что потребует и новых констант). Утверждается лишь, что распространение гравитационных волн и вызываемое ими общее плавное искривление пространства могут быть полностью поняты и описаны, включая квантовые эффекты, в теории с двумя размерными величинами, $l_{\text{пл}}$ и c , и без привлечения других полей и частиц.

В настоящее время предпринимаются настойчивые попытки объединения теорий электромагнетизма и слабого взаимодействия, в близкой перспективе — их объединение с теорией адронов. Поэтому особенно важно выяснение принципиальных вопросов связи разных полей.

§ 20. Направление времени

Физик XVIII века без каких-либо обоснований принимал существование абсолютного пространства и независимого от него абсолютного времени с заданным направлением течения времени от прошлого к будущему. При этом, например, механическую задачу о движении он мог решать и для определения будущего (предсказание затмений) и для определения движения в прошлом, приводящего по законам механики к известному состоянию в данный момент (вычисление прошлых затмений). Специальная теория относительности, связавшая время и пространство преобразованиями Лоренца, ничего не изменила в вопросе о знаке времени: как известно, световые конусы ($r=ct$, $r=-ct$), ограничивающие «абсолютное будущее» и «абсолютное прошлое» по отношению к выбранному «событию» (четырёхмерной точке $r=0$, $t=0$), инвариантны относительно преобразований Лоренца. Машина времени Уэллса для путешествия в прошлое невозможна, как и во времена Ньютона.

Вопрос о направлении времени возник около 100 лет назад в связи с теоремами статистики и термодинамики о необратимом возрастании энтропии в замкнутой системе. Были предложения определить будущее как то направление времени, для которого происходит рост энтропии. Сравнительно недавно высказывалась Голдом (1962) идея о связи направления времени («стрелы времени») и нейтринно.

*) Оно равно, очевидно, $l_{\text{пл}}^2 = 10^{-66} \text{ см}^2$. Скорость света везде выше принята за единицу. Заметим, что при инвариантном способе выделения расходящихся интегралов в квантовой теории гравитации, который используют Т. Хуфт и Вельтман (1974), поправка вида $\frac{1}{G} \int R dV$ автоматически не возникает.