ЧАСТЬ I

# ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

ГЛАВА I

## КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

### § 1. Материальная точка. Системы отсчета

Отдел механики, изучающий движение материальных тел в пространстве и времени без рассмотрения вызывающих это движение взаимодействий, носит название кинематики.

Движущееся тело обладает определенными размерами — протяженностью в пространстве. Само движение также происходит в какой-то части пространства, размер которой мы назовем масштабом движения. Так, например, наша Земля представляет собой шар, диаметр которого $d \approx 13\,000$ км. Обращаясь вокруг Солнца, Земля движется по почти круговой орбите, диаметр которой (масштаб движения) $D \approx 300\,000\,000$ км. При таком огромном масштабе движения, когда $d \ll D$, протяженность самого земного шара и происходящие в нем процессы практически не сказываются на характере его движения по орбите, и Землю можно в этом движении рассматривать как материальную точку. Вообще, *материальной точкой мы будем называть тело, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с масштабами движения.*

Понятие материальной точки есть научная абстракция. Вводя это понятие, мы абстрагируемся (отвлекаемся) от всех несущественных для данного движения свойств тела, как, например, его размеров, строения, изменений внутреннего состояния, не говоря уже о менее существенных его характеристиках. Следует указать, что вообще, вводя абстрактные понятия, в науке отвлекаются от всех свойств тел, несущественных для рассматриваемого явления, упрощая, таким образом, задачу и концентрируя внимание на тех свойствах тел, которые предопределяют характер изучаемого явления.

Введенное понятие материальной точки оказывается полезным и при рассмотрении протяженных тел. Например, при суточном вращении Земли вокруг своей оси масштаб движения оказывается сравнимым с размером тела, и Землю в этом движении уже нельзя рассматривать как материальную точку. Однако в этом случае мы можем мысленно расчленить Землю на отдельные части, размеры которых малы по сравнению с масштабами их движения, т. е. на отдельные материальные точки. Зная движение всех этих материальных точек, мы тем самым будем знать и движение всей их совокупности, т. е. земного шара, рассматриваемого в качестве системы материальных точек.

Изучая более подробно внутренние свойства конкретных тел, мы можем прийти к понятию *твердого тела как системы жестко связанных между собой материальных точек; упругого тела как системы точек, способных к небольшим относительным смещениям; газа как системы несвязанных, свободно движущихся материальных точек.* Все эти понятия также являются приближениями к действительности, абстракциями. С помощью таких абстракций можно изучить, например, давление газа на стенки сосуда, в котором он заключен, но нельзя объяснить, почему раскаленный газ светится. Для ответа на последний вопрос придется отказаться от представления о том, что атом газа есть материальная точка, и выйти за пределы области явлений, изучаемых в механике.

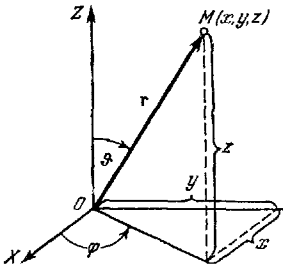

Рис. 1.1.

Таким образом, *движение в механике рассматривается как перемещение отдельных материальных точек или систем материальных точек в пространстве с течением времени.*

Нашей первой задачей является изучение кинематических характеристик движения одной материальной точки. Как можно количественно охарактеризовать положение точки в пространстве?

Определять положение точки «по отношению к пустому пространству» невозможно и *физически бессмысленно.* Можно определять положение любого тела, в том числе и материальной точки, лишь по отношению к другому, произвольно выбранному материальному телу, называемому телом отсчета. Выбранное таким образом тело условно считается неподвижным. Связывая с этим телом произвольную систему координат, мы получим систему отсчета положений материальной точки.

На рис. 1.1 изображена простейшая прямоугольная система координат $OXYZ$. Положение точки $M$ в этой системе характеризуется тремя координатами, которые обозначены через $x$ — абсцисса, $y$ — ордината и $z$ — аппликата точки $M(x, y, z)$. Эти три отрезка являются проекциями радиуса-вектора $\overline{OM} = \mathbf{r}$, проведенного из начала координат в точку $M(\mathbf{r})$. Вместо координат $x$, $y$, $z$ радиус-вектор $\mathbf{r}$ можно характеризовать в пространстве и иначе, например задавая его длину $r$ и два угла: $\vartheta$ между радиусом-вектором $\mathbf{r}$ и осью $OZ$ и $\varphi$ между проекцией $\mathbf{r}$ на плоскость $XY$ и осью $OX$, как это показано на чертеже. Во всех случаях при различном выборе систем отсчета радиус-вектор $\mathbf{r}$ и положение точки в пространстве характеризуются количественно тремя числами, которые могут меняться независимо друг от друга.

Это является математическим отражением того факта, что пространство трехмерно. Поскольку три величины, характеризующие положение точки в пространстве, взаимно независимы, говорят, что *материальная точка обладает тремя степенями свободы.*

Если материальная точка движется, то ее положение в пространстве с течением времени меняется, т. е. радиус-вектор $\mathbf{r}$, или, что то же, три величины $x$, $y$ и $z$, являются функциями времени:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t), \qquad (1.1)$$

либо

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t), \\ y &= y(t), \\ z &= z(t). \end{aligned}\right\} \qquad (1.2)$$

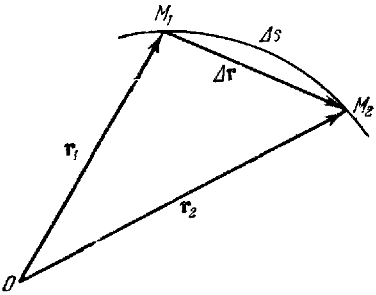

Рис. 1.2.

Совокупность последовательных положений, занимаемых точкой $M$ в процессе ее движения, образует в пространстве линию, называемую траекторией движущейся точки. На рис. 1.2 изображен отрезок траектории. В какой-то момент времени $t_1$ точка $M$ занимает на траектории положение $M_1$, характеризуемое радиусом-вектором $\overline{OM_1} = \mathbf{r}_1$. В следующий момент $t_2$, спустя промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, точка $M$ занимает на траектории новое положение, $M_2$, характеризуемое радиусом-вектором $\overline{OM_2} = \mathbf{r}_2$. Дуга $\overset{\frown}{M_1M_2} = \Delta s$ при этом представляет собой путь, пройденный точкой $M$ за время $\Delta t$.

Вектор $\overline{M_1M_2} = \Delta\mathbf{r}$, проведенный из начального положения $M_1$ в конечное положение $M_2$, называется вектором перемещения точки $M$ за время $\Delta t$. При прямолинейном движении абсолютная величина вектора перемещения $|\Delta\mathbf{r}|$ равна пути $\Delta s$. В общем случае, как это видно из рисунка, $|\Delta\mathbf{r}|$ и $\Delta s$ не совпадают, но различие между ними тем меньше, чем меньше $\Delta\mathbf{r}$. Очевидно, что при произвольном криволинейном движении равенство $|\Delta\mathbf{r}| = \Delta s$ соблюдается лишь в пределе для бесконечно малого промежутка времени, т. е. когда $\Delta\mathbf{r} \to 0$:

$$\lim_{\Delta\mathbf{r}\to 0} \frac{\Delta s}{|\Delta\mathbf{r}|} = 1. \qquad (1.3)$$

Из рис. 1.2 видно, что

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 + \Delta\mathbf{r},$$

или

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \tag{1.4}$$

т. е. вектор перемещения равен геометрической разности радиусов-векторов конечного и начального положения точки; этот вектор *представляет собой приращение радиуса-вектора* и характеризует изменение положения точки $M$ в пространстве за время $\Delta t$.

## § 2. Скорость и ускорение произвольно движущейся точки

Траектория и перемещение являются лишь чисто геометрическими характеристиками движения. Два различных движения, для которых одно и то же перемещение $\Delta\mathbf{r}$ совершилось за разные промежутки времени, геометрически одинаковы, но кинематически совершенно различны. Это различие характеризуется различной быстротой изменения положения точки, определяемой отношением

$$\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \mathbf{v}_{\text{ср}}. \tag{2.1}$$

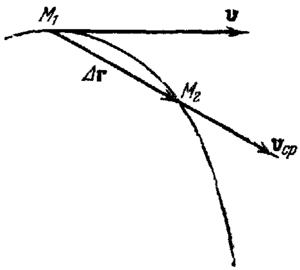

Рис. 1.3.

Вектор $\mathbf{v}_{\text{ср}}$ называется **средней скоростью** движения точки за время $\Delta t$. Его численное значение $|\mathbf{v}_{\text{ср}}| = \frac{|\Delta\mathbf{r}|}{\Delta t}$ есть скорость такого равномерного и прямолинейного движения, при котором точка $M$ перешла бы из положения $M_1$ в положение $M_2$ за тот же промежуток времени $\Delta t$, за который произошло ее истинное криволинейное движение по дуге $\overset{\frown}{M_1M_2}$ (рис. 1.3). Вектор $\mathbf{v}_{\text{ср}}$, как и вектор $\Delta\mathbf{r}$, направлен по секущей $M_1M_2$.

Переходя к пределу для бесконечно малого промежутка времени ($\Delta t \to 0$), мы получим вектор **истинной**, или **мгновенной скорости** в точке $M_1$:

$$\mathbf{v} = \lim_{M_2 \to M_1} \mathbf{v}_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \tag{2.2}$$

Поскольку секущая в пределе совпадает с касательной, то вектор скорости $\mathbf{v}$ направлен по касательной к траектории. Тогда согласно (1.3)

$$|\mathbf{v}| = v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta\mathbf{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}, \tag{2.3}$$