

как при выводе выражения (4.5), все промежуточные члены $\pm^{1/2} m v_i'$, получим окончательно:

$$A_{0,n} = \frac{m v_n^2}{2} - \frac{m v_0^2}{2} = K_n - K_0, \quad (5.13)$$

т. е. полная работа силы на некотором пути численно равна разности кинетических энергий материальной точки в конечном и начальном ее положениях. Очевидно, что единицы измерения кинетической энергии те же, что и единицы измерения работы (эрг, Дж, кгс·м), хотя это — различные физические величины.

Уравнение (5.13) показывает, что работа, совершенная внешними силами, действующими на тело (материальную точку), затрачивается на *приращение* его кинетической энергии. Если работа положительна $A_{0,n} > 0$, то приращение $K_n - K_0 > 0$, т. е. $K_n > K_0$, и кинетическая энергия тела возрастает. Если же работа отрицательна (действие сил направлено против движения тела и тормозит его), то приращение кинетической энергии отрицательно и кинетическая энергия убывает. Как видно из (5.10), кинетическая энергия материальной точки (тела) зависит только от ее массы m и величины скорости v . От положения материальной точки в пространстве кинетическая энергия не зависит.

§ 6. Потенциальная энергия. Закон сохранения и превращения энергии

В рассмотренном выше случае работа силы F , приложенной к материальной точке, затрачивалась на изменение кинетической энергии движущейся точки. Однако кроме кинетической энергии — энергии движения — существует еще один вид механической энергии, обусловленный взаимным расположением тел, действующих друг на друга. Эта энергия носит название *п о т е н ц и а л ь н о й э н е р г и и*.

Сила F , приложенная к материальной точке M , является всегда результатом воздействия на эту точку других окружающих ее тел. В зависимости от расположения точки M относительно воздействующих на нее тел эта сила может быть различна. В этом случае мы говорим о *п о л е с и л*, создаваемых данными телами. Так, например, сила земного притяжения, действующая на материальную точку с массой m , на разных расстояниях от земли различна и по величине и по направлению. Вокруг земного шара имеется поле сил тяготения, действующих на точку M . Аналогичный характер носит поле электрических сил при взаимодействии электрически заряженных тел.

Поместим материальную точку M в силовое поле и обозначим ее радиус-вектор через r . В данном положении на точку M будет действовать определенная сила F (рис. 1.17). Чтобы точка M не

начала двигаться и не приобрела кинетической энергии, уравновесим эту силу внешней по отношению к системе силой F' , равной ей по величине и обратной по направлению:

$$F' = -F. \quad (6.1)$$

Чтобы вся система, состоящая из точки M и воздействующих на нее тел (не показанных на рисунке), оставалась неизменной, ко всем остальным телам также нужно приложить соответствующие внешние силы, уравновешивающие их взаимодействия.

Предположим теперь, что сила F' не в точности уравновешивает силу F , но отличается от последней на бесконечно малую величину $\Delta F'$. Тогда точка M начнет бесконечно медленно двигаться в направлении $\Delta F'$ и за достаточно большой промежуток времени переместится на величину Δr . Скорость перемещения точки M будет при этом бесконечно мала и может практически считаться равной нулю. В соответствии с этим можно считать равной нулю и кинетическую энергию материальной точки.

В процессе перемещения материальной точки на Δr внешняя сила F' совершает работу

$$\Delta A' = F' \cdot \Delta r, \quad (6.2)$$

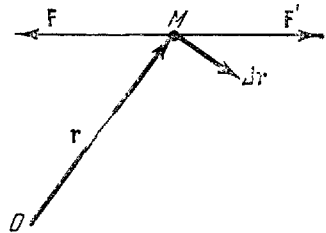


Рис. 1.17.

хотя материальная точка M не приобретет никакой кинетической энергии K . Очевидно, что в результате совершенной работы произошло увеличение какой-то другой формы энергии, зависящей от изменения положения точки M в силовом поле.

Этот новый вид энергии, определяющейся не скоростью точки, но ее положением в силовом поле, и есть потенциальная энергия.

Обозначим через ΔU изменение потенциальной энергии при перемещении точки в силовом поле на Δr . Изменение потенциальной энергии ΔU может быть определено по величине работы, произведенной внешними силами при перемещении на Δr :

$$\Delta U = \Delta A' = F' \cdot \Delta r. \quad (6.3)$$

Поскольку $F' = -F$, то

$$\Delta A' = F' \cdot \Delta r = -F \cdot \Delta r = -\Delta A, \quad (6.4)$$

где ΔA есть работа, совершаемая внутренними силами системы на том же перемещении Δr . Используя соотношение (6.4), мы можем для определения изменения потенциальной энергии ΔU , не прибегая к внешней силе, написать непосредственно, что

$$\Delta A = -\Delta U. \quad (6.5)$$

Таким образом, работа, совершаемая силами F , действующими на материальную точку при ее перемещении, равна уменьшению ее потенциальной энергии, зависящей от расположения точки в силовом поле.

Равенство это следует понимать алгебраически. Если работа сил положительна ($\Delta A > 0$), то потенциальная энергия уменьшается ($\Delta U < 0$). Если же работа сил отрицательна ($\Delta A < 0$), то потенциальная энергия возрастает ($-\Delta U < 0$, т. е. $\Delta U > 0$).

Для вычисления работы $A_{I, II}$ при смещении точки на конечное расстояние от $r = r_I$ до $r = r_{II}$ вся ее траектория разбивается на отдельные бесконечно малые перемещения Δr_i , на каждом из которых силу F_i можно считать практически постоянной по величине и направлению. Складывая элементарные работы ΔA_i на каждом из таких участков, можно определить полную работу

$$A_{I, II} = \sum_I^{II} \Delta A_i = \sum_I^{II} F_i \Delta r_i.$$

Полное изменение потенциальной энергии

$$\sum_I^{II} \Delta U_i = U_{II} - U_I$$

будет равно разности потенциальных энергий в конечной (U_{II}) и начальной (U_I) точках траектории. Учитывая (6.5), мы получаем окончательно, что

$$U_{II} - U_I = -A_{I, II}. \quad (6.6)$$

Приведенный вывод равенства (6.6) нуждается в некоторых дополнениях и оговорках.

Во-первых, не для всяких сил взаимодействия можно определить потенциальную энергию. Из (6.6) следует, что потенциальная энергия в каждой точке имеет вполне определенное значение, лишь если работа $A_{I, II}$ будет одинаковой вдоль любой траектории, соединяющей начальную точку I с конечной точкой II. Если же величина работы $A_{I, II}$ зависит не только от положения начальной и конечной точек, а и от формы пути или скорости перехода, то величины U_I и U_{II} в (6.6) становятся неопределимыми, и такое поле не обладает определенной потенциальной энергией.

Как мы увидим ниже, поле тяжести и электростатические поля обладают потенциальной энергией. В противоположность этому при наличии сил трения или магнитных взаимодействий силы зависят не только от взаимного расположения, но и от скорости движения взаимодействующих тел, и такое поле не обладает определенными значениями потенциальной энергии.

Второе замечание связано с тем, что по третьему закону динамики (3.8) наряду с силой F , действующей на точку M , последняя

действует на окружающие тела с суммарной силой — F . Если оставить точку M неподвижной, а все взаимодействующие с ней тела переместить в противоположном направлении на величину $-\Delta r$, то будет совершена та же самая работа

$$(-F) \cdot (-\Delta r) = F \cdot \Delta r = \Delta A$$

и потенциальная энергия изменится на ту же самую величину

$$\Delta U = -\Delta A.$$

Таким образом, изменение потенциальной энергии ΔU зависит от относительного изменения взаимного расположения взаимодействующих тел. Следовательно, потенциальная энергия U относится не только к точке M , но и ко всей системе и представляет собой энергию взаимодействия тел. В частности, если мы рассматриваем потенциальную энергию камня, поднятого на некоторую высоту над земной поверхностью, то потенциальная энергия сил земного притяжения есть энергия взаимодействия камня и Земли. Связывая, как обычно, систему отсчета с Землей, мы будем предполагать Землю неподвижной и условно говорить о потенциальной энергии поднятого камня (по отношению к Земле).

Наконец, следует указать, что формула (6.6) не дает полного определения величины потенциальной энергии в каждой точке, а определяет лишь изменение потенциальной энергии при переходе из одной точки в другую.

Абсолютная же величина U остается зависящей от выбора начала отсчета потенциальной энергии, т. е. той точки, в которой потенциальная энергия условно полагается равной нулю. Обычно за начало отсчета выбирают такое положение, при котором взаимодействие практически отсутствует, например когда взаимодействующие тела бесконечно удалены друг от друга.

Если изменить начало отсчета, то значения потенциальной энергии во всех точках изменятся на одну и ту же постоянную величину C , т. е.

$$U = U(r) + C. \quad (6.7)$$

Разности же энергий $U_{11} - U_1$ при этом остаются неизменными, так как при вычитании произвольная постоянная C , входящая одинаково в U_{11} и в U_1 , сокращается.

При движении материальной точки с массой m в силовом поле будут изменяться и ее кинетическая, и ее потенциальная энергии. Как было найдено в предыдущем параграфе (см. (5.11)), для элементарного перемещения изменение кинетической энергии равно

$$\Delta \left(\frac{mv^2}{2} \right) = \Delta A. \quad (6.8)$$

Согласно формуле (6.5) изменение потенциальной энергии при том же перемещении равно

$$\Delta U = -\Delta A. \quad (6.9)$$

Складывая выражения (6.8) и (6.9), получим:

$$\Delta \left(\frac{mv^2}{2} \right) + \Delta U = \Delta \left(\frac{mv^2}{2} + U \right) = 0. \quad (6.10)$$

Но если приращение какой-либо величины равно нулю, то это значит, что сама величина является постоянной:

$$\frac{mv^2}{2} + U = E = \text{const}. \quad (6.11)$$

Величина E , равная сумме кинетической и потенциальной энергий, называется полной энергией материальной точки. Полученная формула (6.11) является математическим выражением закона сохранения энергии в механике.

При движении тела происходит непрерывное превращение кинетической его энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах, так что полная энергия тела остается неизменной. Следовательно, как указывает Энгельс, этот закон не есть просто закон количественного сохранения энергии, а закон сохранения и превращения энергии, выражающий и качественную сторону взаимного превращения различных форм движения друг в друга. Движение материи неуничтожимо, но формы этого движения многообразны и постоянно переходят друг в друга.

В дальнейших разделах физики мы познакомимся с другими формами движения — тепловой, электромагнитной, внутриядерной — и с характеризующими их формами энергии. Как показывает весь опыт науки, закон сохранения и превращения энергии является одним из основных законов природы.

Возвращаясь к механике, мы должны дать формулировку закона сохранения энергии для системы многих материальных точек:

Полная энергия изолированной системы материальных точек, равная сумме кинетических энергий точек и потенциальной энергии их взаимодействия, есть величина постоянная:

$$E = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} + \sum_{i, k} U_{i, k} = \text{const}. \quad (6.12)$$

Здесь m_i — масса i -й точки, v_i — ее скорость, $U_{i, k}$ — потенциальная энергия взаимодействия i -й и k -й точек.

Если в системе перемещается лишь одна из точек, то, поскольку изменение потенциальной энергии связано лишь с ее движением, эту потенциальную энергию приписывают ей и закон сохранения энергии имеет вид (6.11).