

Знак минус в формуле (27.7) указывает на то, что диффузионный поток направлен противоположно градиенту концентрации, т. е. в сторону *уменьшения* концентрации.

Коэффициент пропорциональности D носит название *коэффициента диффузии* и численно равен потоку молекул через единицу площади за единицу времени при градиенте концентрации, равном единице (точнее, при $\frac{\Delta n}{\Delta x} = -1$).

Закон диффузии (27.7) был установлен на опыте задолго до того, как он был выведен теоретически из молекулярно-кинетической теории. Поэтому главная ценность теоретического вывода заключается в выяснении механизма процесса диффузии и связи коэффициента диффузии с основными микроскопическими характеристиками.

При нормальных условиях длина свободного пробега $l \approx 10^{-7}$ м, а средние скорости $\bar{c} \approx 10^2 \div 10^3$ м/с. Отсюда, в соответствии с опытом, коэффициенты диффузии в газах при нормальных температуре и давлении оказываются равными $D \approx 10^{-5} \div 10^{-4}$ м²/с.

§ 28. Вязкость газа (внутреннее трение)

Пусть в покоящемся газе движется вверх (перпендикулярно к оси x) плоская пластина, обладающая некоторой скоростью v_0 (рис. 2.35). Будем считать, что v_0 много меньше средней скорости хаотического движения молекул:

$$v_0 \ll \bar{c}. \quad (28.1)$$

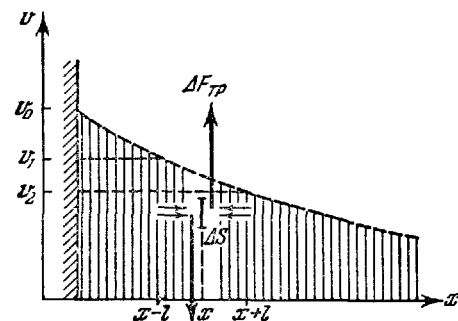


Рис. 2.35.

В своем движении пластина увлекает прилегающий к ней слой газа, который в свою очередь увлекает за собой следующий слой, и т. д. Таким образом, весь газ как бы делится на тончайшие слои, скользящие вверх тем медленнее, чем дальше они находятся от движущегося тела.

Очевидно, что если бы отсутствовало взаимодействие между слоями газа и между газом и пластиной, каждый слой мог бы двигаться с произвольной скоростью, независимо от других. В действительности же распределение скоростей $v(x)$ слоев газа в зависимости от их расстояния до пластины устанавливается в силу наличия вязкости, т. е. сил внутреннего трения в газе.

Вектор \mathbf{v} представляет собой скорость направленного движения всего слоя газа в целом. При этом каждая молекула газа в слое принимает участие в двух движениях — хаотическом (тепловом) и направленном (коллективном). Скорость теплового движения \mathbf{c} по абсолютной величине очень велика, так что

$$c \gg v. \quad (28.2)$$

Однако направление \mathbf{c} непрерывно и хаотически меняется так, что вектор скорости \mathbf{c} в среднем равен нулю:

$$\bar{\mathbf{c}} = 0, \quad (28.3)$$

т. е. совокупность непрерывно сталкивающихся молекул, участвующих только в тепловом движении, в среднем будет оставаться на месте. При наличии же дополнительного направленного движения вся совокупность молекул в целом будет дрейфовать с постоянной скоростью \mathbf{v} . Таким образом, *среднее* количество движения отдельной молекулы в данном слое

$$\overline{m\mathbf{v} + m\mathbf{c}} = m\mathbf{v} + 0 = m\mathbf{v}. \quad (28.4)$$

Вследствие того, что молекулы участвуют в тепловом движении, они будут быстро переходить из слоя в слой. При этом они будут переносить с собой добавочное количество движения, отвечающее скорости направленного движения \mathbf{v} того слоя, который они покидают. Это добавочное количество движения будет передаваться молекулам слоя, в который перешла рассматриваемая молекула. Перемешивание молекул разных слоев, происходящее в силу их хаотического движения, приводит к выравниванию скоростей переносного движения \mathbf{v} разных слоев, что и проявляется макроскопически как действие сил трения между слоями.

Для вывода количественных закономерностей этого процесса рассмотрим, как и в предыдущем параграфе, контрольную площадку ΔS , перпендикулярную к оси x и расположенную на произвольном расстоянии x от движущейся пластины (рис. 2.35). Через эту площадку за время Δt вправо и влево проходят потоки молекул

$$\Delta N_+ = \frac{1}{6} n\bar{c} \Delta S \Delta t \quad \text{и} \quad \Delta N_- = \frac{1}{6} n\bar{c} \Delta S \Delta t. \quad (28.5)$$

Поскольку давление и температура во всем газе одинаковы, то n и \bar{c} одинаковы по всему объему и $\Delta N_+ = \Delta N_-$. Однако, хотя число молекул, проходящих через площадку в обе стороны и *одинаково*, но они переносят разные количества движения. В результате этого переноса количества движения возникает сила трения между соседними слоями, величину которой можно подсчитать, пользуясь законом количества движения.

Каждая молекула, проходящая через площадку ΔS слева направо, переносит с собой в среднем количество движения mv_1 , где v_1 —

скорость направленного движения газа в плоскости $x - l$ на расстоянии длины свободного пробега от контрольной площадки. Таким образом, уменьшение количества движения слоя, ограниченного сирова площадкой ΔS , за время Δt будет равно

$$mv_1 \Delta N_+ = mv_1 \frac{1}{6} n \bar{c} \Delta S \Delta t.$$

С другой стороны, за то же время через площадку ΔS переносится в обратном направлении количество движения

$$mv_2 \Delta N_- = mv_2 \frac{1}{6} n \bar{c} \Delta S \Delta t,$$

где v_2 — скорость направленного движения газа в плоскости $x + l$, в которой последний раз перед прохождением через контрольную площадку молекулы сталкивались между собой и выравнивали свои средние скорости. Разность $mv_1 \Delta N_+ - mv_2 \Delta N_-$ представляет собой изменение количества движения слоя и должна быть равна импульсу силы трения $\Delta F_{\text{тр}}$, действующей в течение этого времени в направлении v , параллельном площадке ΔS , т. е.

$$\Delta F_{\text{тр}} \Delta t = \frac{1}{6} n \bar{c} m (v_1 - v_2) \Delta S \Delta t. \quad (28.6)$$

Разделив обе части равенства на $\Delta S \Delta t$, найдем выражение для силы трения, действующей на единицу площади границы соприкосновения соседних слоев:

$$f_{\text{тр}} = \frac{\Delta F_{\text{тр}}}{\Delta S} = -\frac{1}{3} n m \bar{c} l \frac{v_2 - v_1}{2l}. \quad (28.7)$$

Разность $v_2 - v_1$ представляет собой приращение скорости Δv на расстоянии $\Delta x = 2l$. Следовательно, отношение

$$\frac{v_2 - v_1}{2l} = \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

представляет собой **г р а д и е н т** **с к о р о с т и** **д в и ж е н и я** **г а з а**. Вводя далее обозначение

$$\frac{1}{3} l \bar{c} n m = \eta, \quad (28.8)$$

получим окончательное выражение для силы трения:

$$f_{\text{тр}} = -\eta \frac{\Delta v}{\Delta x}. \quad (28.9)$$

Сила внутреннего трения, возникающего при макроскопических движениях в газе, прямо пропорциональна градиенту скорости. Коэффициент пропорциональности η носит название коэффициента внутреннего трения, или просто вязкости газа. Вязкость (или динамическая вязкость)

η численно равна силе внутреннего трения, действующей на единицу площади границы раздела параллельно движущихся слоев газа, когда скорость их движения уменьшается на единицу при перемещении в направлении, перпендикулярном к границе, на единицу длины, т. е.

$$\eta = f_{\text{тр}} \quad \text{при} \quad \frac{\Delta v}{\Delta x} = -1.$$

Закон (28.9) был получен Ньютоном из анализа экспериментальных данных и явился основой при изучении движения вязкой жидкости и газа. Этим же законом определяется и сила трения, возникающая на границе между газом и движущимся в этом газе твердым телом.

Рассмотрим для примера равномерное движение маленького шарика радиуса r в газе. Обозначим скорость шарика относительно газа через v_0 . Распределение скоростей в соседних слоях газа, увлекаемых шариком, должно иметь вид, изображенный на рис. 2.36. В непосредственной близости к поверхности шара эта скорость v равна v_0 , а по мере удаления уменьшается и практически становится равной нулю на некотором расстоянии L от поверхности.

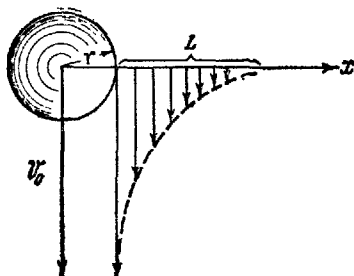


Рис. 2.36.

Очевидно, что чем больше радиус шара, тем бóльшая масса газа вовлекается им в движение, и L должно быть пропорционально r :

$$L = \alpha r. \quad (28.10)$$

Величина коэффициента пропорциональности в (28.10), вообще говоря, несколько различна для передней и задней частей движущегося тела, и под α мы будем понимать среднее значение этого коэффициента. Тогда среднее значение градиента скорости по поверхности шара равно

$$\overline{\frac{\Delta v}{\Delta x}} = \frac{v_0 - 0}{\alpha r} = \frac{v_0}{\alpha r}. \quad (28.11)$$

Поверхность шара $S = 4\pi r^2$, и полная сила трения, испытываемая движущимся шаром, равна

$$F_{\text{тр}} = f_{\text{тр}} S = -\eta \overline{\frac{\Delta v}{\Delta x}} S = -\eta \frac{v_0}{\alpha r} \cdot 4\pi r^2 = -\frac{4\pi}{\alpha} \eta r v_0. \quad (28.12)$$

Интегрирование уравнений движения вязкой жидкости (газа), проведенное Стоксом, дало для шара значение $\alpha = 2/3$. Следова-

тельно, сила сопротивления, испытываемая шаром, движущимся в вязком газе, прямо пропорциональна вязкости газа η , радиусу шара r и скорости его движения v_0 :

$$F_{\text{тр}} = -6\pi\eta r v_0. \quad (28.13)$$

Формула (28.13) носит название **з а к о н а С т о к с а**.

Для нешарообразных тел численное значение α не равно $2/3$, и зависит от формы движущегося тела, в качестве r для этих тел следует принять средний определяющий размер. Величина силы сопротивления движению таких тел в газе отличается от выведенной по закону Стокса лишь численным значением коэффициента пропорциональности.

Формула Стокса применима лишь в случае тел достаточно малых размеров и малых скоростей их движения. При больших скоростях вокруг движущихся тел возникают сложные вихревые движения газа, и сила сопротивления возрастает пропорционально квадрату скорости (v^2), а не первой ее степени, как это следует из формул (28.12) и (28.13).

По формуле Стокса можно, например, определить скорости оседания частиц тумана и дыма. Ею можно пользоваться и для решения обратной задачи — измеряя скорость падения шарика в жидкости, можно определить ее вязкость.

§ 29. Теплопроводность газа

Рассмотрим газ, заключенный между двумя параллельными стенками, имеющими различные температуры T_a и T_b . Проведем ось x перпендикулярно к стенкам (рис. 2.37). Температура промежуточных слоев газа $T(x)$ будет функцией координаты x .

При наличии градиента температур ($\frac{\Delta T}{\Delta x} \neq 0$) через газ в направлении

оси x будет идти поток тепла. Механизм переноса тепла состоит в следующем: молекулы в разных слоях газа обладают различной средней кинетической энергией, обусловленной различием температур слоев. В силу хаотичности своего движения молекулы будут непрерывно переходить из слоя в слой, перенося в новый

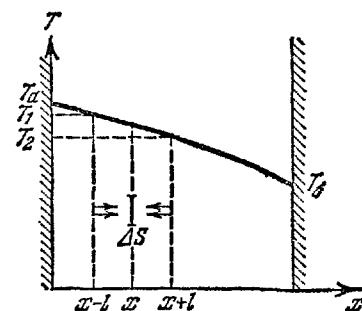


Рис. 2.37.

слой энергию, присущую покидаемому ими слою. Таким образом, движение молекул приводит к перемешиванию молекул, имеющих различные $\bar{\epsilon}$, т. е. с макроскопической точки зрения, к потоку тепла.