тельно, сила сопротивления, испытываемая шаром, движущимся в вязком газе, прямо пропорциональна вязкости газа η, радиусу шара r и скорости его движения v_0:

$$F_{\text{тр}} = -6\pi\eta r v_0. \tag{28.13}$$

Формула (28.13) носит название закона Стокса.

Для нешарообразных тел численное значение α не равно $^2/_3$ и зависит от формы движущегося тела, в качестве r для этих тел следует принять средний определяющий размер. Величина силы сопротивления движению таких тел в газе отличается от выведенной по закону Стокса лишь численным значением коэффициента пропорциональности.

Формула Стокса применима лишь в случае тел достаточно малых размеров и малых скоростей их движения. При больших скоростях вокруг движущихся тел возникают сложные вихревые движения газа, и сила сопротивления возрастает пропорционально квадрату скорости (v^2), а не первой ее степени, как это следует из формул (28.12) и (28.13).

По формуле Стокса можно, например, определить скорости оседания частиц тумана и дыма. Ею можно пользоваться и для решения обратной задачи — измеряя скорость падения шарика в жидкости, можно определить ее вязкость.

§ 29. Теплопроводность газа

Рассмотрим газ, заключенный между двумя параллельными стенками, имеющими различные температуры T_a и $T_б$. Проведем ось x перпендикулярно к стенкам (рис. 2.37). Температура промежуточных слоев газа $T(x)$ будет функцией координаты x.

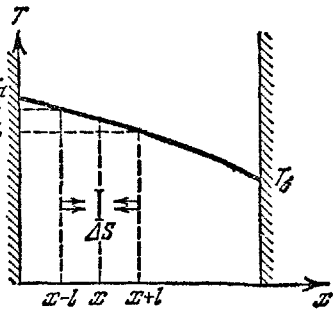

Рис. 2.37.

При наличии градиента температур $\left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \neq 0\right)$ через газ в направлении оси x будет идти поток тепла. Механизм переноса тепла состоит в следующем: молекулы в разных слоях газа обладают различной средней кинетической энергией, обусловленной различием температур слоев. В силу хаотичности своего движения молекулы будут непрерывно переходить из слоя в слой, перенося в новый слой энергию, присущую покидаемому ими слою. Таким образом, движение молекул приводит к перемешиванию молекул, имеющих различные $\bar{\varepsilon}$, т. е. с макроскопической точки зрения, к потоку тепла.

При подсчете потока тепла мы введем следующие упрощения:

1) будем считать, что молекулы в близких слоях газа, обладающие различными значениями средних энергий $\bar{\varepsilon}$, имеют, тем не менее, одинаковую среднюю скорость;

2) примем, что концентрация молекул n одинакова в соседних слоях газа, хотя при наличии разности температур и одинаковом давлении она должна, конечно, меняться от слоя к слою.

Эти приближения, частично компенсируя друг друга, весьма упростят вычисления, привнося при этом погрешность порядка 10%.

Рассмотрим, как и в предыдущих параграфах, контрольную площадку ΔS, перпендикулярную к оси x (рис. 2.37). За время Δt через эту площадку проходят слева направо $\Delta N_+ = \frac{1}{6}\bar{c}n\,\Delta S\,\Delta t$ молекул. Средняя энергия этих молекул $\bar{\varepsilon}_1$ соответствует значению ε в том месте, где они последний раз испытали столкновение, т. е. на расстоянии длины свободного пробега l от площадки ΔS. Обозначив значение температуры в плоскости $x - l$ через T_1 и ограничиваясь случаем одноатомного идеального газа, мы можем написать, что

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{3}{2}kT_1. \tag{29.1}$$

Число молекул, проходящих через площадку ΔS за время Δt справа налево, $\Delta N_- = \frac{1}{6}\bar{c}n\,\Delta S\,\Delta t$. Средняя энергия этих молекул

$$\bar{\varepsilon}_2 = \frac{3}{2}kT_2, \tag{29.2}$$

где T_2 — значение температуры в плоскости $x + l$.

Полный поток энергии ΔQ, проходящий через площадку в положительном направлении оси x, равен разности двух противоположных потоков $\Delta Q = \bar{\varepsilon}_1\,\Delta N_+ - \bar{\varepsilon}_2\,\Delta N_- = \frac{1}{6}n\bar{c}\,(T_1 - T_2)\,\frac{3}{2}k\,\Delta S\,\Delta t$, откуда

$$q = \frac{\Delta Q}{\Delta S\,\Delta t} = -\frac{1}{3}n\bar{c}l\,\frac{T_2 - T_1}{2l}\,\frac{3}{2}k. \tag{29.3}$$

Разность $T_2 - T_1$ представляет собой изменение температуры ΔT на расстоянии $\Delta x = 2l$. Следовательно, отношение

$$\frac{T_2 - T_1}{2l} = \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

есть не что иное, как **градиент температуры**.

Введя далее обозначение

$$\frac{1}{3}l\bar{c}\cdot\frac{3}{2}kn = \lambda, \tag{29.4}$$

мы получим окончательное выражение закона теплопроводности:

$$q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}. \tag{29.5}$$

Поток тепла, проходящий через единицу площади за единицу времени, прямо пропорционален градиенту температуры.

Коэффициент пропорциональности λ носит название коэффициента теплопроводности или, просто, теплопроводности газа. Теплопроводность газа численно равна количеству тепла, проходящему через единицу площади соприкасающихся слоев за единицу времени при градиенте температуры, равном единице. Знак минус указывает, что поток тепла направлен в сторону уменьшения температуры.

Средняя энергия всех n молекул, заключенных в единице объема, равна

$$E_v = n \cdot \frac{3}{2} kT. \tag{29.6}$$

Если нагреть газ на один градус так, чтобы число его молекул в единице объема оставалось постоянным, т. е. при неизменном объеме, то эта энергия увеличится до

$$E'_v = n \cdot \frac{3}{2} k (T + 1). \tag{29.6'}$$

Возрастание внутренней энергии при таком процессе

$$E'_v - E_v = n \cdot \frac{3}{2} k \tag{29.7}$$

представляет собой количество тепла, необходимое для нагревания единицы объема газа на один градус при постоянном объеме, т. е. теплоемкость этой единицы объема. Обозначим через $C_{уд}$ удельную теплоемкость газа, т. е. количество тепла, необходимое для нагревания единицы массы газа на один градус. Поскольку масса единицы объема газа равна его плотности ρ, то

$$E'_v - E_v = \rho C_{уд}. \tag{29.8}$$

Таким образом, теплоемкость единицы объема одноатомного идеального газа

$$\rho C_{уд} = \frac{3}{2} kn \tag{29.9}$$

и коэффициент теплопроводности этого газа

$$\lambda = \frac{1}{3} l \bar{c} \rho C_{уд}. \tag{29.10}$$

Как мы увидим ниже, в гл. VIII, в случае многоатомных газов выражения (29.1) для средней энергии одной молекулы, (29.6) для средней энергии единицы объема и (29.9) для теплоемкости этой единицы объема перестают быть справедливыми и должны быть заменены другими. Однако можно показать, что окончательная связь (29.10) между теплопроводностью и теплоемкостью газа остается справедливой и для многоатомных газов; это подтверждается и опытом.

В соответствии с (25.14) длина свободного пробега l обратно пропорциональна концентрации молекул n, а диаметры молекул для различных газов имеют близкий порядок $d = (2—3)\cdot 10^{-10}$ м. Поэтому теплопроводности различных газов примерно пропорциональны средним скоростям $\bar{c}$, т.е. обратно пропорциональны корням квадратным из их молекулярных весов, и наивысшая теплопроводность — у водорода.

§ 30. Коэффициенты переноса и их зависимость от давления

Сопоставим полученные в предыдущих параграфах выражения для законов:

диффузии

$$J = -D\frac{\Delta n}{\Delta x}, \tag{30.1}$$

внутреннего трения

$$f_{\text{тр}} = -\eta\frac{\Delta v}{\Delta x} \tag{30.2}$$

и теплопроводности

$$q = -\lambda\frac{\Delta T}{\Delta x}. \tag{30.3}$$

Все эти законы были установлены на опыте задолго до их обоснования и вывода из молекулярно-кинетической теории.

Последняя позволила установить, что внешнее сходство математических выражений этих законов обусловлено общностью лежащего в основе явлений диффузии, теплопроводности и внутреннего трения молекулярного механизма перемешивания молекул в процессе их хаотического движения и столкновений друг с другом.

Однако к концу XIX века, несмотря на блестящие успехи молекулярно-кинетической теории в объяснении целого ряда явлений, как уже указывалось, ей еще недоставало твердой опоры — прямых экспериментальных доказательств существования атомов и молекул. Это обстоятельство давало возможность идеалистической школе Маха и Оствальда оспаривать правомочность выводов молекулярно-кинетической теории. С точки зрения этой идеалистической школы сходство законов (30.1) — (30.3) вызвано не объективными причинами, а субъективными — удобством и математической простотой описания связи между нашими ощущениями.