

Следовательно, потенциальная энергия $E_{\text{пот}}$ меняется с частотой 2ω и в тех же пределах, что и $E_{\text{кин}}$, но со сдвигом фазы относительно $E_{\text{кин}}$ на π . График изменения $E_{\text{пот}}$ со временем приведен на том же рис. 4.8.

Найдем теперь полную энергию E материальной точки m , совершающей гармоническое колебательное движение с частотой ω и амплитудой A (напомним, что мы условились $E_{\text{пот}}$ также относить к точке m):

$$E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} [\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t] = \frac{m\omega^2 A^2}{2}, \quad (52.4)$$

так как по известному тригонометрическому соотношению сумма квадратов синуса и косинуса одного и того же угла всегда равна единице.

Таким образом, полная энергия гармонически колеблющейся точки есть величина постоянная и пропорциональная квадрату амплитуды колебаний A^2 (см. рис. 4.8). В процессе движения происходит непрерывный переход кинетической энергии в потенциальную и обратно, но сумма их остается при этом постоянной. Когда точка проходит через положение равновесия $x = 0$, потенциальная энергия обращается в нуль, а кинетическая максимальна и равна полной. Когда же колеблющаяся точка доходит до одного из своих крайних положений $x = \pm A$, то $v = 0$, кинетическая энергия обращается в нуль, а потенциальная максимальна и равна полной.

§ 53. Сложение гармонических колебаний

Пусть на материальную точку действует несколько различных упругих или квазиупругих сил. Каждая из этих сил заставляет точку совершать гармоническое колебательное движение. При одновременном воздействии этих сил точка будет одновременно участвовать во всех этих движениях. С такими примерами сложения гармонических колебаний мы встретимся ниже, в гл. XIV, при рассмотрении суперпозиции и интерференции волн.

Различные звуковые волны, одновременно воспринимаемые нашим ухом, заставляют барабанную перепонку принимать участие сразу в нескольких гармонических колебаниях. Электромагнитные волны, приходящие одновременно от ряда радиостанций, возбуждают в приемном контуре электрические колебания различных частот. Аналогичным образом складываются и различные синусоидальные переменные токи, подходящие по нескольким проводам к точке разветвления цепи, например при соединении потребителей трехфазного переменного тока на «звезду».

При сложении двух гармонических колебаний одного направления получается колебательное движение, вообще говоря, более сложное. Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Сложение колебаний с одинаковыми периодами. Пусть материальная точка одновременно участвует в двух гармонических колебаниях с одинаковым периодом T и угловой частотой $\omega = 2\pi/T$, но с различными начальными фазами и амплитудами:

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos \varphi_1 = A_1 \cos (\omega t + \varphi_{10}) \\ x_2 &= A_2 \cos \varphi_2 = A_2 \cos (\omega t + \varphi_{20}). \end{aligned} \right\} \quad (53.1)$$

Тогда результирующее смещение точки равно алгебраической сумме обоих смещений:

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos (\omega t + \varphi_{10}) + A_2 \cos (\omega t + \varphi_{20}). \quad (53.2)$$

Поскольку x_1 и x_2 , спустя промежуток времени T , возвращаются к своим первоначальным значениям, то их сумма x представляет собой периодическое колебательное движение с тем же самым периодом T . Для более точного анализа характера этого движения построим так называемую векторную диаграмму (рис. 4.9).

Отложим от центра O два вектора A_1 и A_2 соответственно под углами φ_1 и φ_2 к оси абсцисс. Проекции этих векторов на горизонтальную ось будут согласно (53.1) давать значения смещений x_1 и x_2 .

При вращении обоих векторов против часовой стрелки с угловой скоростью ω проекции x_1 и x_2 их концов на ось OX будут совершать гармонические колебания по закону (53.1). Заметим теперь, что в силу равенства угловых скоростей ω обоих векторов угол между ними $\psi = \varphi_2 - \varphi_1$ со временем меняться не будет:

$$\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t + \varphi_{20}) - (\omega t + \varphi_{10}) = \varphi_{20} - \varphi_{10} = \text{const.} \quad (53.3)$$

Построим на том же чертеже по правилу параллелограмма вектор A , являющийся геометрической суммой обоих векторов A_1 и A_2 . Как видно, проекция этого вектора x на горизонтальную ось равна алгебраической сумме проекций исходных векторов $x_1 + x_2 = x$. При вращении исходных векторов диагональ A , как и весь параллелограмм, будет вращаться с той же угловой скоростью ω . Следовательно, величина x , как проекция вектора A ,

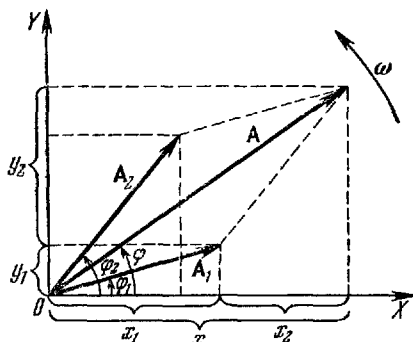


Рис. 4.9.

равномерно вращающегося с угловой скоростью ω , будет меняться со временем по закону

$$x = A \cos \varphi = A \cos (\omega t + \varphi_0), \quad (53.4)$$

т. е. будет представлять собой гармоническое колебание с тем же самым периодом $T = 2\pi/\omega$. Амплитуда A и начальная фаза φ_0 этого результирующего гармонического колебания находятся из простых тригонометрических соотношений

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{y_{10} + y_{20}}{x_{10} + x_{20}} = \frac{A_1 \sin \varphi_{10} + A_2 \sin \varphi_{20}}{A_1 \cos \varphi_{10} + A_2 \cos \varphi_{20}}, \quad (53.5)$$

а по теореме косинусов, учитывая также (53.3), имеем:

$$\begin{aligned} A^2 &= |\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2|^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1) = \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos (\varphi_{20} - \varphi_{10}). \end{aligned} \quad (53.6)$$

Итак, при сложении двух гармонических колебаний одинакового периода, направленных по одной и той же прямой, результирующее движение есть также гармоническое колебание с тем же периодом и с амплитудой A , лежащей в пределах

$$|A_2 - A_1| \leq A \leq A_2 + A_1. \quad (53.7)$$

Если фазы обоих колебаний одинаковы, $\varphi_2 = \varphi_1$, т. е. $\varphi_{20} = \varphi_{10}$, то амплитуды обоих колебаний просто складываются:

$$A = A_1 + A_2.$$

Если $\varphi_{20} - \varphi_{10} = \pi$, то говорят, что оба колебания находятся в противоположной фазе. При этом $\cos (\varphi_{20} - \varphi_{10}) = \cos \pi = -1$ и $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 = (A_2 - A_1)^2$, т. е. амплитуда результирующего колебания равна абсолютному значению разности амплитуд обоих исходных колебаний: $A = +\sqrt{(A_2 - A_1)^2} = |A_2 - A_1|$.

В частности, если складываются два колебания с одинаковыми амплитудами $A_1 = A_2$, но противоположными фазами, то $A = 0$, т. е. оба колебания взаимно уничтожаются.

Аналогично можно поступать при сложении многих колебаний одинаковой частоты (периода), но различных амплитуд и начальных фаз. Если

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos (\omega t + \varphi_{10}), \\ x_2 &= A_2 \cos (\omega t + \varphi_{20}), \\ &\dots \dots \dots \\ x_n &= A_n \cos (\omega t + \varphi_{n0}), \end{aligned}$$

то суммарное движение

$$x = x_1 + x_2 + \dots + x_n = A \cos (\omega t + \varphi_0)$$

можно легко получить графически, как это показано на рис. 4.10; для этого нужно лишь измерить величины амплитуды A и угла φ_0 . Этим способом сложения колебаний равной частоты широко пользуются в электротехнике.

Пример 2. Сложение колебаний с близкими периодами. Пусть точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях с близкими частотами вдоль одного направления. Для простоты мы рассмотрим случай равных нулю начальных фаз $\varphi_{10} = \varphi_{20} = 0$ и равных по величине амплитуд:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A \cos \varphi_1 = A \cos \omega_1 t \\ x_2 &= A \cos \varphi_2 = A \cos \omega_2 t, \end{aligned} \right\} (53.8)$$

где $\omega_1 - \omega_2 \ll \omega_1, \omega_2$. Тогда, пользуясь известными тригонометрическими тождествами, результирующее колебание можно привести к виду

$$\begin{aligned} x &= A \cos \omega_1 t + A \cos \omega_2 t = \\ &= 2A \cos \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \cos \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right). \end{aligned} (53.9)$$

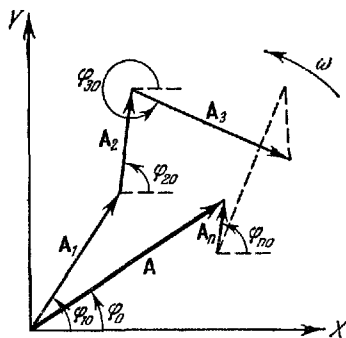
Рис. 4.10.

Получившееся выражение есть произведение двух колебаний. Второй

множитель, $\cos \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right)$, имеет частоту, среднюю для двух складываемых колебаний, т. е. близкую к их частотам. Первый же множитель, $\cos \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right)$, обладает (в силу условия близости ω_1 и ω_2) малой частотой, т. е. большим периодом. Это позволяет рассматривать результирующее движение (53.9) как почти гармоническое колебание со средней угловой частотой $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ и медленно меняющейся амплитудой

$$2A \cos \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right). (53.10)$$

Подобное колебание изображено на рис. 4.11. Пунктирные линии представляют график медленно меняющейся по уравнению (53.10) амплитуды. Сплошной линией на том же чертеже представлен график результирующего колебания (53.9). В те моменты времени, когда фазы обоих исходных колебаний φ_1 и φ_2 близки друг другу, колебания складываются и амплитуда результирующего колебания приближается к $2A$. Так как частоты исходных колебаний несколько отличаются друг от друга, то, спустя некоторый промежуток времени, близкий к $\pi / (\omega_1 - \omega_2)$, одно из колебаний отстанет от другого по фазе примерно на π , фазы этих колебаний станут почти противоположными и амплитуда результирующей



щего колебания уменьшится почти до нуля. Такое постепенное возрастание и убывание амплитуды результирующего колебания носит название б и е н и й.

Если периоды и частоты обоих исходных колебаний соизмеримы, т. е. можно найти два таких целых числа n_1 и n_2 , что

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (53.11)$$

то через промежуток времени

$$\tau = (n_1 - n_2) \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = (n_1 + n_2) \frac{2\pi}{\omega_1 + \omega_2} \quad (53.12)$$

аргументы обоих сомножителей в (53.9) изменятся на целое (хотя и различное) число раз 2π , их произведение примет то же значение,

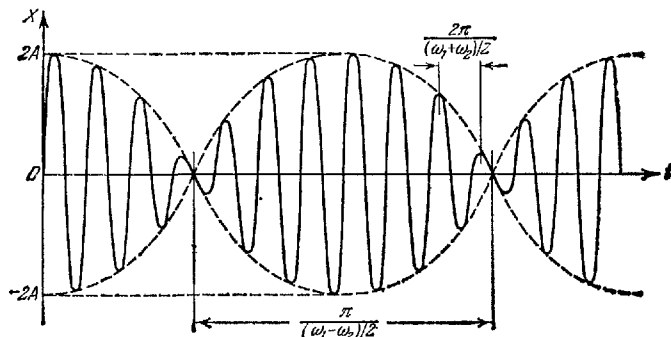


Рис. 4.11.

что и в начале этого промежутка. Величина τ тогда явится периодом результирующего колебания.

Если же частоты обоих колебаний несоизмеримы, то результирующее колебание будет н е п е р и о д и ч е с к и м.

Явлением биений пользуются настройщики музыкальных инструментов, которые судят по исчезновению биений о точном совпадении частоты струны и эталонного источника звука (например, камертона).

Сложение близких по частоте колебаний используется также в радиоприемниках, носящих название г е т е р о д и н о в. В ряде случаев производить усиление поступающих в приемник слабых сигналов высокой частоты неудобно. Это имеет место, например, в радиолокаторах, работающих на длине волны $\sim 0,1$ м (т. е. на частоте порядка $3 \cdot 10^9$ Гц). Обычные радиолампы на такой частоте работать не могут. Кроме того, и в обычных приемниках сигнал проходит несколько каскадов усиления, и настраивать каждый из них на принимаемую частоту очень неудобно. Чтобы устранить

эту трудность, в приемник вводят генератор высокой частоты (и малой мощности) — гетеродин, частота которого, при необходимости, может меняться. Принимаемые приемником колебания складываются с колебаниями гетеродина, частота которого подбирается так, чтобы в результате получились биения более низкой частоты. При изменении частоты входящих колебаний меняется и частота колебаний гетеродина так, чтобы частота биений оставалась одной и той же. В результате последующие каскады усиления работают на постоянной частоте, т. е. не требуют настройки. Таким образом, гетеродины позволяют принимать сигналы сверхвысокой частоты, на которые обычные радиолампы не рассчитаны, и чрезвычайно облегчают настройку радиоприемников обычного диапазона частот.

Пример 3. Сложение колебаний со сплошным спектром частот. В развитие предыдущего примера рассмотрим случай сложения очень большого числа колебаний с набором частот в некотором интервале $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ от $\omega = \omega_1$ до $\omega = \omega_2$. Для простоты будем считать начальные фазы всех этих колебаний равными нулю, а амплитуды одинаковыми и равными $A/\Delta\omega = a$ на единицу интервала частот. Иными словами, совокупность колебаний бесконечно близких частот от ω до $\omega + d\omega$ имеет суммарную амплитуду $a d\omega = \frac{A}{\Delta\omega} d\omega$. Сложение таких колебаний производится по правилам интегрального исчисления:

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{\omega_1}^{\omega_2} a d\omega \cos \omega t = \frac{a}{t} \{ \sin \omega_2 t - \sin \omega_1 t \} = \\ &= \frac{2a}{t} \sin \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right) \cos \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right) = B(t) \cos \omega_0 t. \end{aligned} \quad (53.13)$$

Этот результат, как и в предыдущем примере, можно трактовать как колебание со средней частотой $\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ и переменной во времени амплитудой

$$B(t) = A \frac{\sin \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right)}{\frac{\Delta\omega}{2} t}. \quad (53.14)$$

Характер изменения этой амплитуды $|B(t)|$ со временем показан на рис. 4.12, а пунктиром. Благодаря множителю t в знаменателе эта амплитуда убывает со временем и выражение (53.13) фактически описывает импульс, практически существующий лишь в интервале Δt между моментами, когда числитель выражения (53.14) обращается в нуль, т. е.

$$\frac{\Delta\omega}{2} t = \pi, \quad \text{или} \quad \Delta\nu \Delta t = 1, \quad (53.15)$$

если перейти от круговых частот ω к обычным $\nu = \omega/2\pi$.

На рис. 4.12, б изображен случай, когда набор частот узкий, $\Delta\nu \ll \nu_0$ и $\Delta t \gg 1/\nu_0 = T_0$. В этом случае мы имеем почти чистое гармоническое колебание

с периодом T_0 , но продолжающееся лишь ограниченное время Δt . Идеальное гармоническое колебание, продолжающееся сколь угодно длительно без изменения, т. е. с $\Delta t \rightarrow \infty$, соответствует бесконечно узкому набору частот $\Delta \nu \rightarrow 0$, т. е. одной определенной частоте ν_0 .

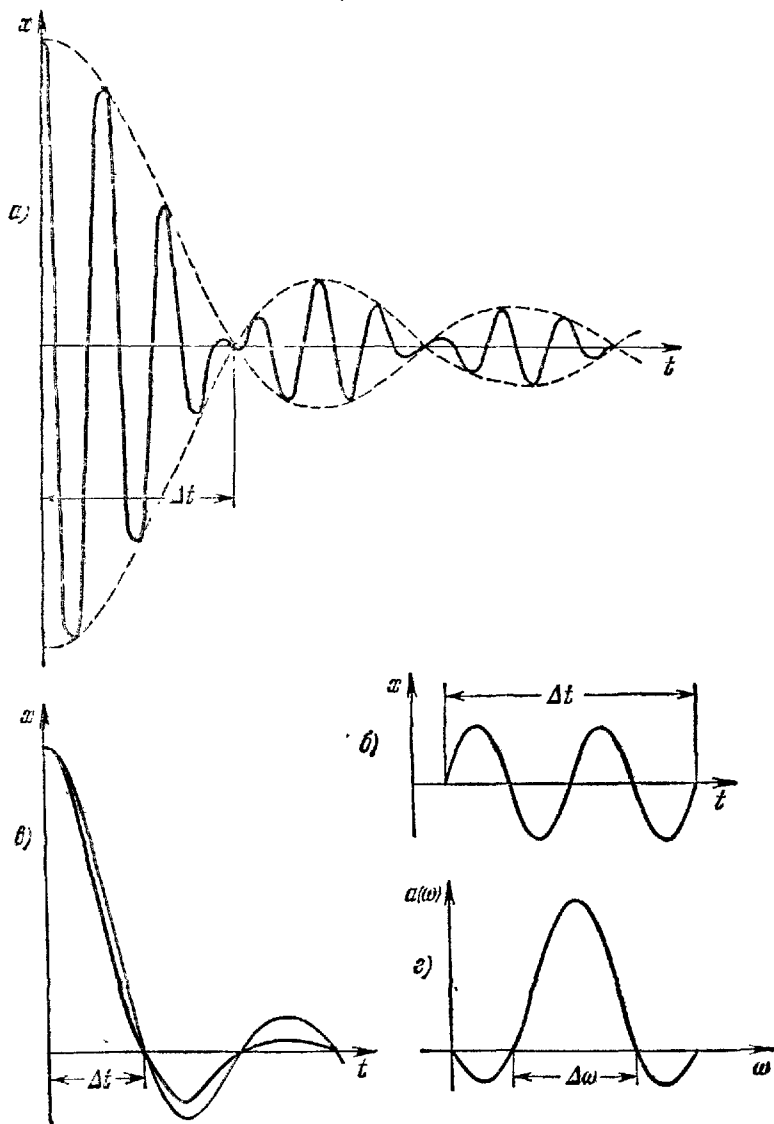


Рис. 4.12.

На рис. 4.12, в изображен противоположный случай очень широкого набора частот, $\Delta \nu \gg \nu_{\text{мид}}$. В этом случае внутри короткого интервала $\Delta t \ll T_0$ колеба-

ния складываются, а вне его практически уничтожают друг друга, и сумма таких гармонических колебаний дает одиночный всплеск $x(t)$ (жирная кривая). Тонкой линией показана функция $B(t)$.

Рассмотренный пример позволяет сделать два более общих и важных вывода. Во-первых, поскольку функция $\sin \omega t$ симметрична относительно обоих аргументов ω и t , то полученные в нашем примере соотношения между частотой и временем могут быть обращены. Так, на рис. 4.12, б изображено колебание, происходившее по закону синуса с определенным периодом $T_0 = 1/\nu_0 = 2\pi/\omega_0$, но в течение ограниченного промежутка времени Δt . Такое колебание нельзя считать чисто гармоническим, оно является наложением колебаний различных частот с амплитудой $a(\omega)$, зависящей от частоты по соотношению, аналогичному (53.14), с заменой t на ω , а $\Delta\omega$ на Δt . Вид этой функции $a(\omega)$ показан на рис. 4.12, г (отрицательные значения амплитуды соответствуют колебаниям с противоположной фазой). Основной набор частот $\Delta\omega$ около ω_0 удовлетворяет тому же «соотношению неопределенностей» (53.15), с которым нам придется встретиться в томе II в разделе о волновой механике частиц. Гармонические колебания, образующие спектр частот, изображенный на рис. 4.12, г, взаимно гасят друг друга вне интервала времени Δt , а внутри его имитируют гармоническое колебание определенной частоты ν_0 . Чем уже интервал времени Δt существования колебания данного типа, тем шире неопределенность в частотах $\Delta\nu$, образующих этот тип колебания. Когда же $\Delta t \rightarrow \infty$, то неопределенность в частоте исчезает ($\Delta\nu \rightarrow 0$) и мы имеем бесконечно долго существующее чисто гармоническое колебание с вполне определенной частотой ν_0 .

Второй вывод, который можно сделать, — это то, что колебательное движение с любым произвольным законом $|x(t)| < A$ может быть представлено как наложение гармонических колебаний всех возможных частот. В курсе высшей математики эта операция называется разложением произвольной функции в интеграл Фурье, и там же приводятся соотношения, позволяющие рассчитать амплитуды и фазы всех этих слагающих гармонических колебаний.

Пример 4. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний имеет место при наложении лучей поляризованного света и в ряде других случаев. С помощью электронного луча в электронно-лучевой трубке (осциллографе), совершающего колебания в горизонтальном и вертикальном направлениях, удается изучать весьма быстрые колебательные процессы.

Рассмотрим сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты:

$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos(\omega t + \varphi_{10}), \\ y &= B \cos(\omega t + \varphi_{20}). \end{aligned} \right\} \quad (53.16)$$

Чтобы получить уравнение траектории, нужно из (53.16) исключить время t . Мы сделаем это не в общем случае, но для нескольких наиболее простых значений начальных фаз.

а) Положим $\varphi_{20} = \varphi_{10}$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{y} &= \frac{A}{B}, \\ y &= \frac{B}{A} x. \end{aligned} \right\} \quad (53.17)$$

т. е.

Траектория представляет прямую линию — диагональ прямоугольника со сторонами $2A$ (по оси X) и $2B$ (по оси Y), показанную на рис. 4.13, а.

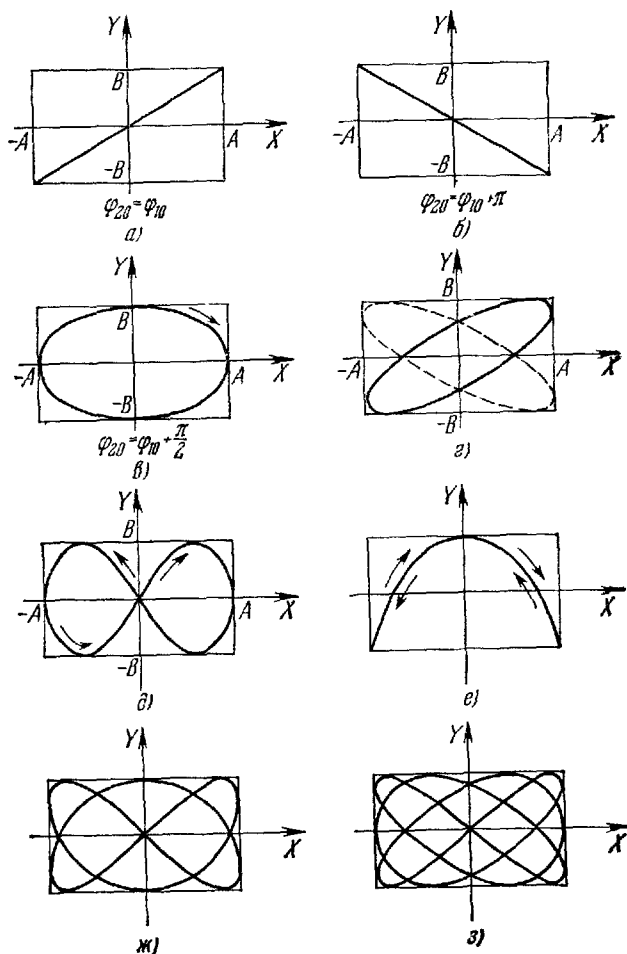


Рис. 4.13.

б) Пусть $\varphi_{20} = \varphi_{10} + \pi$. В этом случае косинусы будут отличаться знаком, и мы аналогично получим:

$$y = -\frac{B}{A}x, \quad (53.18)$$

т. е. траектория будет другой диагональю прямоугольника (рис. 4.13, б).

в) Пусть $\varphi_{20} = \varphi_{10} + \frac{\pi}{2}$. Траекторию легко найти следующим приемом:

$$\frac{x}{A} = \cos(\omega t + \varphi_{10}),$$

$$\frac{y}{B} = \cos\left[(\omega t + \varphi_{10}) + \frac{\pi}{2}\right] = \sin(\omega t + \varphi_{10}).$$

Возводя в квадрат и складывая почленно, получим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = \cos^2(\omega t + \varphi_{10}) + \sin^2(\omega t + \varphi_{10}),$$

или

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1. \quad (53.19)$$

Таким образом, траекторией будет эллипс, показанный на рис. 4.13, в. При $A = B = a$ траектория превращается в окружность радиуса a . За период этот эллипс будет обходиться точкой M в направлении, показанном стрелкой.

г) Легко показать, что при $\varphi_{20} = \varphi_{10} - \pi/2$ траектория останется той же, но изменится направление обхода.

В случае произвольных значений φ_{10} и φ_{20} , точнее, их разности, траектория будет также эллипсом (подобным одному из показанных на рис. 4.13, в), вписанным в тот же прямоугольник. Это следует из того, что x и y меняются всегда в пределах

$$-A \leq x \leq A, \quad -B \leq y \leq B.$$

Прямые рис. 4.13, а и б следует рассматривать как вырожденный эллипс.

Таким образом, в случае равных частот суммарное колебание происходит в общем случае по эллипсу. Амплитуды складываемых колебаний равны половинам сторон прямоугольника, в который вписан эллипс, а сдвиг фаз определяет вид эллипса и направление его обхода.

Более сложные кривые получаются при неравных частотах. При этом, если отношение частот (периодов) не является рациональным числом, то кривая будет незамкнутой (не повторяющейся) и с течением времени заполнит собой весь прямоугольник.

В случае рационального отношения частот будут иметь место различные кривые, вид которых зависит от отношения частот и

сдвига начальных фаз. На рис. 4.13, *д*, *е*, *ж*, *з* показаны следующие случаи:

$$д) \quad \left. \begin{aligned} x &= A \sin \omega t, \\ y &= B \sin 2\omega t; \end{aligned} \right\} \quad (53.20)$$

$$е) \quad \left. \begin{aligned} x &= A \sin \omega t, \\ y &= B \sin \left(2\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (53.21)$$

(движение происходит вперед и назад по той же траектории);

ж) одна из кривых при отношении частот 2 : 3;

з) одна из кривых при отношении частот 3 : 4.

Задавая, например, колебания электронного луча в электронно-лучевой трубке вдоль оси X с известной частотой и отклоняя его вдоль оси Y напряжением, частота которого неизвестна, можно с помощью получаемого изображения кривой (ϕ и γ у р ы Л и с - с а ж у) определить неизвестную частоту.

Рассмотренные выше примеры показывают, что различные сложные периодические движения могут быть представлены в виде суммы гармонических колебаний разных направлений, частот, амплитуд и начальных фаз.

Так, например, равномерное движение в плоскости X, Y по окружности радиуса a с угловой частотой ω может быть представлено в виде суммы двух гармонических колебаний по осям X и Y с одинаковыми амплитудами $A = B = a$ и частотами ω , сдвинутыми по фазе на $\pm\pi/2$. В зависимости от знака смещения фазы вращение будет происходить по или против часовой стрелки (рис. 4.13, *в* и *г*).

В дальнейшем мы используем тот факт, что в результате сложения двух вращательных движений можно получить гармоническое колебание. В качестве примера рассмотрим два вращательных движения по окружности радиуса a с частотой ω , происходящих в противоположных направлениях. Начальные фазы выберем так, чтобы фазы колебаний по оси X совпадали. Тогда вращательное движение, происходящее против часовой стрелки, описывается формулами

$$\left. \begin{aligned} x' &= a \cos \omega t, \\ y' &= a \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (53.22)$$

а по часовой стрелке —

$$\left. \begin{aligned} x'' &= a \cos \omega t, \\ y'' &= a \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (53.23)$$

Складывая эти движения, получаем:

$$\left. \begin{aligned} x &= x' + x'' = 2a \cos \omega t, \\ y &= y' + y'' = a \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + a \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (53.24)$$

На рис. 4.14 показаны положения точки, задаваемые для одного и того же момента времени налагающимися друг на друга вращательными движениями [рис. 4.14, *a* соответствует (53.22), а рис. 4.14, *b* — (53.23)]. Из чертежа видно, что смещения x' и x'' вдоль оси X складываются, в то время как смещения вдоль оси Y , будучи равными по величине, противоположны по направлению и в результате сложения взаимно погашаются. Таким образом, результирующее движение, показанное на рис. 4.14, *в*, происходит вдоль оси X , представляя собой, согласно (53.24), гармоническое колебание частоты ω и амплитуды $2a$.

Аналогично, подбирая начальные фазы вращательных движений, можно получить результирующее гармоническое колебание вдоль оси Y или вдоль прямой, составляющих любые углы с осью X .

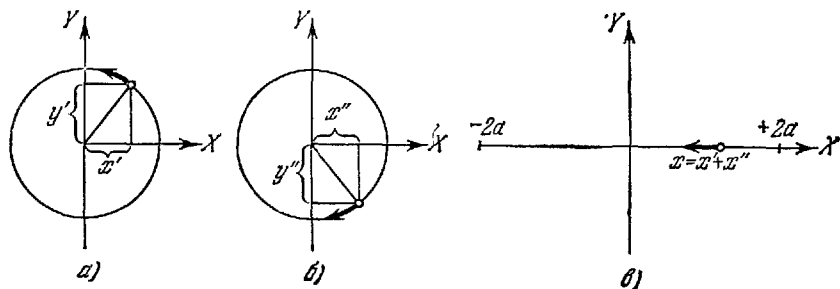


Рис. 4.14.

Можно также получить гармоническое колебательное движение вдоль любой прямой, складывая равномерное вращательное движение и одномерное колебательное движение. Так, например, при сложении вращательного движения, заданного формулами

$$\left. \begin{aligned} x' &= a \cos \omega t, \\ y' &= a \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (53.25)$$

и колебательного движения вдоль оси X по формуле

$$x'' = a \cos (\omega t + \pi), \quad (53.26)$$

получаем результирующее движение в виде гармонического колебания вдоль оси Y :

$$\left. \begin{aligned} x &= x' + x'' = a \cos \omega t + a \cos (\omega t + \pi) = 0, \\ y &= y' = a \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (53.27)$$

При сложении вращения (53.25) с колебанием вдоль оси Y

$$y'' = a \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (53.28)$$

получаем результирующее движение в виде гармонических колебаний вдоль оси X

$$\left. \begin{aligned} x &= x' + x'' = a \cos \omega t, \\ y &= y' + y'' = a \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) + a \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (53.29)$$

Рассмотренные примеры понадобятся нам при изучении оптики (том III).