ГЛАВА XIV

ВОЛНЫ

§ 55. Распространение колебаний. Уравнение луча

Колеблющееся материальное тело, помещенное в упругую среду, будет увлекать за собой и приводить в колебательное движение прилегающие к нему частицы среды. Последние в свою очередь будут воздействовать на соседние частицы и приводить их также в колебательное движение и т. д. При этом существенно, что увлекаемые частицы среды будут несколько отставать по фазе от ранее приходящих в движение частиц, так как передача колебаний от точки к точке всегда осуществляется с конечной скоростью, характерной для данной среды. Таким образом, колеблющееся материальное тело, помещенное в упругую среду, явится источником колебаний, распространяющихся от него в среде во все стороны. Этот процесс распространения колебаний в упругой среде называется волной.

Камень, брошенный в воду, вызывает распространение от места падения однократной непериодической поверхностной волны. Тело, гармонически колеблющееся на поверхности воды, вызывает распространяющиеся периодические поверхностные волны.

Волна, проходящая через данную точку среды, характеризуется определенным направлением распространения. Область пространства, внутри которой колеблются все частицы среды, называется волновым полем. Граница, отделяющая колеблющиеся частицы от частиц, еще не начавших колебаться, носит название фронта волны. *В однородной изотропной среде направление распространения перпендикулярно к фронту волны.*

Частица среды, до которой дошел фронт волны, приходит в колебательное движение, амплитуда, частота и направление которого в пространстве зависят от амплитуды, частоты и направления колебаний предшествующих частиц. Направление движения колеблющихся точек может не совпадать с направлением распространения волны. На рис. 4.19 изображена длинная проволочная спираль, витки которой упруго связаны друг с другом. Возбудим колебания крайнего витка в точке O. Волна начнет распространяться вдоль спирали по направлению OM. На рис. 4.19, *а* изображен случай, когда мы заставляем крайний виток колебаться в направлении, перпендикулярном к OM. В этом случае и для всех последующих витков направление колебаний будет перпендикулярным к направлению их распространения. Подобные волны называются поперечными. На рис. 4.19, *б* изображен иной случай, когда направление колебаний параллельно направлению распространения. Подобные волны называются продольными.

Поперечные волны следует еще характеризовать ориентацией в пространстве плоскости, проходящей через направление колебаний

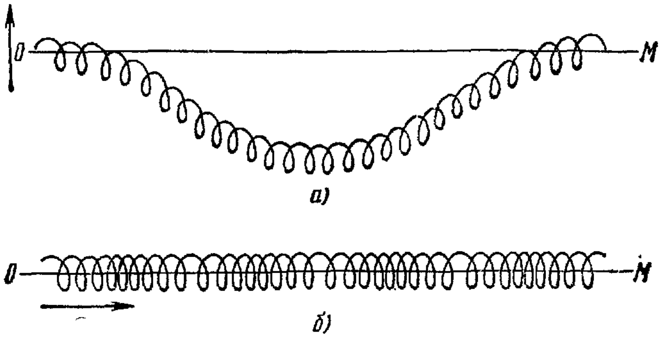

Рис. 4.19.

и направление распространения. Эта плоскость носит название плоскости колебаний или плоскости поляризации, а сама волна называется линейно поляризованной. В анизотропной среде эта ориентация может изменяться от точки к точке. В случае рис. 4.19, *а* плоскость поляризации совпадает с плоскостью чертежа.

Скорость движения каждой колеблющейся точки непрерывно меняется по величине и зависит, как мы установили выше [формула (50.7)], от амплитуды, частоты и фазы колебаний. В противоположность этому скорость перемещения фронта данной волны в однородной среде постоянна. Она зависит только от свойств среды и характера колебания. Для выяснения основных характеристик распространяющейся волны выведем уравнение, называемое уравнением луча. Рассмотрим простейший случай гармонического колебания, распространяющегося вдоль прямой — оси X (рис. 4.20). Обозначим смещение колеблющейся точки из положения равновесия через y. Для продольных волн смещение y параллельно X, а для поперечных — перпендикулярно к X.

Для наглядности будем считать, что на рис. 4.20 изображен случай поперечной волны, распространяющейся от точки O — начала координат, так что показанные смещения отвечают реальным отклонениям колеблющихся точек от оси X. Будем считать, что источник колебаний, помещенный в точке O, в момент времени $t = 0$ начал совершать гармоническое колебательное движение вдоль оси Y по закону

$$y_0(t) = A \sin 2\pi\nu t = A \sin \omega t. \tag{55.1}$$

Это колебание источника вызовет гармоническое колебательное движение упруго связанных с ним соседних точек с теми же амплитудой A и угловой частотой ω. Однако последующие точки начнут колебаться с некоторым запозданием, тем бóльшим, чем дальше они находятся от источника. Для точки M, находящейся на расстоянии x от источника, начало колебаний отстает от начала колебаний точки O на промежуток времени $\tau = x/v$, где v — скорость распространения волны в рассматриваемой упругой среде.

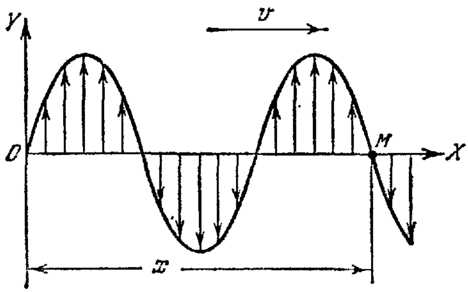

Рис. 4.20.

Таким образом, смещение точки M, которое мы обозначим y_M, в момент времени t будет равно смещению y_O точки O в момент времени t', равный

$$t' = t - \tau = t - \frac{x}{v}. \tag{55.2}$$

По амплитуде это смещение будет равно исходному в случае отсутствия затухания, что мы и будем предполагать (для простоты) в дальнейшем. Следовательно,

$$y_M(t) = y_O(t') = A \sin \omega t'. \tag{55.3}$$

Подставляя сюда значение t' из (55.2), находим, что отклонение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии x от источника волны, в момент времени t равно

$$y_M(t) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) = A \sin 2\pi\nu \left(t - \frac{x}{v}\right). \tag{55.4}$$

При движении волны справа налево знак скорости меняется:

$$y_M(t) = A \sin 2\pi\nu \left(t + \frac{x}{v}\right). \tag{55.4a}$$

Из (55.4) следует, что смещение y произвольной точки M в бегущей волне зависит от двух переменных: времени наблюдения t и расстояния до источника x. Если заменить в (55.4) угловую частоту ω периодом колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$, то искомое уравнение луча примет вид

$$y = A \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{vT}\right). \tag{55.5}$$

Из (55.4) или (55.5) следует, что все точки волны колеблются с одинаковой амплитудой A, одним и тем же периодом T, но с различными начальными фазами. Так, фаза точки M отличается от фазы точки, находящейся в начале координат, на $\frac{2\pi x}{vT}$.

Рассмотрим теперь положения различных точек волны в один и тот же момент времени для всей волны. Для этого в формуле (55.4) или (55.5) фиксируем значение t и рассмотрим y как функцию x. Но согласно (55.4), (55.5) y есть периодическая функция x. График y как функции x при постоянном t (рис. 4.20) можно рассматривать как мгновенную фотографию бегущей поперечной волны (в случае продольной волны смещения y лежат вдоль оси X). Для момента времени $t + \Delta t$ картина будет той же, но только сдвинется вправо на величину $\Delta x = v\,\Delta t$. На рис. 4.21 приведены два последовательных «снимка» волны, сделанные в моменты времени t и $t + \Delta t$.

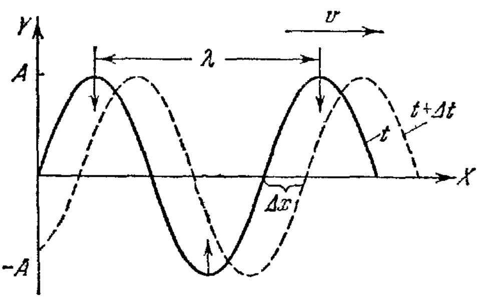

Рис. 4.21.

Точки, в которых смещение y достигает своего максимального значения $y_{макс} = +A$, называются гребнями волны, а точки, в которых y принимает минимальное значение $y_{мин} = -A$, — впадинами. Расстояние λ между двумя соседними гребнями или впадинами носит название длины волны. Величина λ есть также расстояние между двумя любыми точками волны, фазы колебаний которых отличаются друг от друга на 2π, поскольку при изменении аргумента на 2π синус и косинус принимают первоначальные значения.

Согласно (55.4) тогда имеем:

$$\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right) - \left(\omega t - \frac{\omega(x+\lambda)}{v}\right) = 2\pi,$$

что дает после сокращений:

$$\frac{\omega\lambda}{v} = 2\pi \quad \text{или} \quad \frac{\nu\lambda}{v} = 1,$$

т. е.

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = vT. \tag{55.6}$$

Как видно из рис. 4.21, спустя промежуток времени Δt вся волна переместится на некоторое расстояние Δx вправо, в то время как сами колеблющиеся точки останутся на тех же расстояниях x от источника. Отношение $\Delta x/\Delta t$ представляет собой скорость распространения волны v, которая согласно (55.6) равна

$$v=\frac{\lambda}{T}=\nu\lambda. \tag{55.7}$$

Скорость волны равна ее частоте (т. е. числу волн, испускаемых источником в секунду), умноженной на длину волны. За время T волна перемещается на расстояние λ.

Подставляя выражение (55.7) для скорости волны в (55.5), мы можем привести уравнение луча к симметричному виду:

$$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)=A\sin(\omega t-kx), \tag{55.8}$$

где $k=2\pi/\lambda$ называется **волновым вектором**.

Введенное нами понятие длины волны и полученное уравнение луча остаются в силе и для продольных колебаний. В этом случае под x следует понимать расстояние от источника до положения равновесия колеблющейся точки M, а под y — смещение этой же точки от положения равновесия. Поскольку для продольных волн y параллельно x, то для этого случая расположение координатных осей на графиках рис. 4.20 и 4.21 следует считать чисто условным и не соответствующим их реальному расположению в пространстве.

§ 56. Скорость распространения волн в упругой среде

Как видно из уравнения луча (55.5), при распространении волны в упругом теле смещения соседних колеблющихся точек этого тела в один и тот же момент времени будут различными. Колеблющееся тело непрерывно изменяет свою форму — деформируется. В продольных волнах имеет место деформация попеременного растяжения и сжатия. При поперечных волнах в среде распространяется периодически колеблющаяся деформация сдвига.

Если деформировать (сжать, растянуть или сдвинуть друг относительно друга) крайние точки упругого тела, то эта деформация будет распространяться в теле с некоторой скоростью v. Для теоретического вычисления величины v рассмотрим сначала схематически простейший случай передачи деформации через упругий стержень. Пусть в течение короткого промежутка времени Δt ударом молотка мы сообщили этому стержню некоторый импульс (рис. 4.22). За это время точки торца стержня сместятся на некоторое расстояние Δl. Возникшая деформация будет перемещаться от точки к точке, и по стержню побежит волна сжатия. К концу промежутка Δt сжатие охватит участок стержня длиной l. Отношение