Как видно из рис. 4.21, спустя промежуток времени Δt вся волна переместится на некоторое расстояние Δx вправо, в то время как сами колеблющиеся точки останутся на тех же расстояниях x от источника. Отношение $\Delta x/\Delta t$ представляет собой скорость распространения волны v, которая согласно (55.6) равна

$$v=\frac{\lambda}{T}=\nu\lambda. \qquad (55.7)$$

Скорость волны равна ее частоте (т. е. числу волн, испускаемых источником в секунду), умноженной на длину волны. За время T волна перемещается на расстояние λ.

Подставляя выражение (55.7) для скорости волны в (55.5), мы можем привести уравнение луча к симметричному виду:

$$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)=A\sin(\omega t-kx), \qquad (55.8)$$

где $k=2\pi/\lambda$ называется **волновым вектором**.

Введенное нами понятие длины волны и полученное уравнение луча остаются в силе и для продольных колебаний. В этом случае под x следует понимать расстояние от источника до положения равновесия колеблющейся точки M, а под y — смещение этой же точки от положения равновесия. Поскольку для продольных волн y параллельно x, то для этого случая расположение координатных осей на графиках рис. 4.20 и 4.21 следует считать чисто условным и не соответствующим их реальному расположению в пространстве.

§ 56. Скорость распространения волн в упругой среде

Как видно из уравнения луча (55.5), при распространении волны в упругом теле смещения соседних колеблющихся точек этого тела в один и тот же момент времени будут различными. Колеблющееся тело непрерывно изменяет свою форму — деформируется. В продольных волнах имеет место деформация попеременного растяжения и сжатия. При поперечных волнах в среде распространяется периодически колеблющаяся деформация сдвига.

Если деформировать (сжать, растянуть или сдвинуть друг относительно друга) крайние точки упругого тела, то эта деформация будет распространяться в теле с некоторой скоростью v. Для теоретического вычисления величины v рассмотрим сначала схематически простейший случай передачи деформации через упругий стержень. Пусть в течение короткого промежутка времени Δt ударом молотка мы сообщили этому стержню некоторый импульс (рис. 4.22). За это время точки торца стержня сместятся на некоторое расстояние Δl. Возникшая деформация будет перемещаться от точки к точке, и по стержню побежит волна сжатия. К концу промежутка Δt сжатие охватит участок стержня длиной l. Отношение

$l/\Delta t = v$ представляет собой скорость распространения волны сжатия по стержню.

К концу промежутка Δt все частицы участка стержня длины l будут двигаться со скоростью $u = \frac{\Delta l}{\Delta t}$ вправо. Поскольку в начале этого промежутка частицы были неподвижны, то приращение количества движения стержня будет равно $mu - 0$, где m — масса участка l. Обозначив площадь поперечного сечения стержня через S, а плотность материала стержня через ρ, мы получим $m = \rho Sl$. По законам динамики приращение количества движения равно импульсу внешней силы F, действовавшей при ударе на стержень, т. е.

$$F\,\Delta t = \rho Slu. \tag{56.1}$$

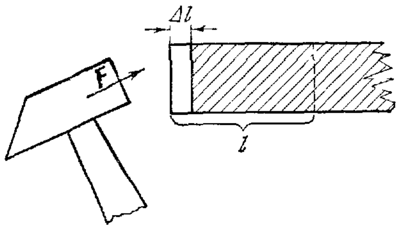

Рис. 4.22.

С другой стороны, сила, сжимавшая стержень, связана с деформацией Δl сжатого участка l по закону Гука соотношением

$$F = ES\frac{\Delta l}{l}, \tag{56.2}$$

где E — модуль упругости. Исключая из уравнений (56.1) и (56.2) силу F, мы получим:

$$ES\frac{\Delta l}{l}\Delta t = \rho Sl\frac{\Delta l}{\Delta t}$$

и, после сокращений,

$$\frac{E}{\rho} = \left(\frac{l}{\Delta t}\right)^2 = v^2.$$

Отсюда скорость распространения волны сжатия в упругом стержне равна

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{56.3}$$

Для стали $E = 2\cdot 10^6$ кгс/см$^2 \approx 1{,}96\cdot 10^{11}$ Н/м$^2 = 1{,}96\cdot 10^{11}$ Па, плотность $\rho = 7/8$ г/см$^3 = 7{,}8\cdot 10^3$ кг/м^3 и $v = \sqrt{1{,}96/7{,}8}\cdot 10^4$ м/с $\approx$ $\approx 5\cdot 10^3$ м/с $= 5$ км/с.

Если первоначально стержень растягивать, а не сжимать, то величины F, Δl и u изменят свой знак на обратный, а величина v останется той же самой. Таким образом, выражение (56.3) дает скорость распространения волн растяжения и сжатия в упругом стержне. Очевидно, с такой же скоростью по стержню будут распространяться и более сложные импульсы попеременного растяжения и сжатия. Величина v есть скорость распространения любых продольных волн в стержне, в частности синусоидальных волн.

В случае поперечных волн приведенная схема расчета и уравнение (56.1) остаются в силе, с той разницей, что величины F, Δl и u будут перпендикулярны к направлению распространения (оси стержня), как это изображено на рис. 4.23. Кроме того, в этом случае мы имеем другой вид деформации стержня — деформацию сдвига. Поэтому уравнение (56.2) следует заменить аналогичным уравнением

$$F = GS\frac{\Delta l}{l}, \tag{56.4}$$

где G — так называемый модуль сдвига. Скорость распространения поперечных волн $v_{попер}$ тогда получится равной

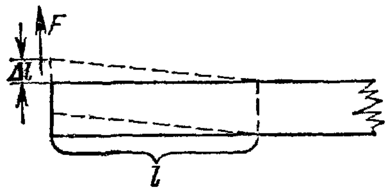

Рис. 4.23.

$$v_{попер} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \tag{56.5}$$

В упругих твердых телах деформации растяжения и сжатия сопровождаются небольшим изменением поперечных размеров тел. У тонких стержней эти изменения поперечных размеров происходят беспрепятственно и скорость распространения продольных волн $v_{прод}$ определяется уравнением (56.3). В телах больших поперечных размеров поперечные деформации затруднены и скорость распространения продольных волн равна

$$v_{прод} = \sqrt{\frac{E'}{\rho}}, \tag{56.6}$$

где E' — модуль сжатия слоя, близкий по величине к модулю E.

Изучая скорость распространения продольных и поперечных волн, можно сделать заключения о природе веществ, через которые проходят упругие волны. На этом основаны сейсмические методы геологической разведки. При сильном взрыве от места взрыва через землю бегут волны деформации, скорость которых согласно (56.6) и (56.5) зависит от механических свойств пород. Поэтому, измеряя скорость распространения волн на различных расстояниях от точки взрыва, можно оценить характер залеганий.

Такие же волны деформации бегут по земной коре и от места землетрясения. Поскольку модуль сдвига G в твердых телах примерно в два раза меньше модуля упругости E, то продольные волны от места, где произошло землетрясение, бегут в 1,4 раза быстрее поперечных. Поэтому приборы, расположенные на сейсмической станции, регистрируют толчок от происшедшего на расстоянии L от станции землетрясения дважды, через промежуток времени

$$t = \frac{L}{v_{попер}} - \frac{L}{v_{прод}}. \tag{56.7}$$

Измеряя этот промежуток времени между приходом продольных и поперечных волн, можно оценить расстояние L от сейсмической станции до очага землетрясения или места подземного атомного взрыва.

В жидкости и газе деформации сдвига неупруги. Если сдвинуть один слой относительно другого, то в этих случаях, в противоположность твердым телам, сдвинутые слои не стремятся вернуться в исходное состояние. Поэтому *в жидкостях и газах могут распространяться только продольные волны* — волны расширения и сжатия. Скорость этих волн в жидкости равна

$$v_{ж}=\sqrt{\frac{K}{\rho}}, \tag{56.8}$$

где K — объемный модуль упругости и ρ — плотность жидкости.

Скорость распространения продольных волн в газах вычисляется аналогичным образом. В продольной волне при одностороннем растяжении относительное удлинение $\Delta l/l$ равно относительному увеличению объема $\Delta V/V$. Это изменение объема вызывается уменьшением давления $-\Delta p$ в данном месте, которое играет в этом случае роль напряжения F/S в твердом теле. Модуль в газе будет равен отношению $-\Delta p$ к $\Delta V/V$ и скорость распространения продольных волн будет равна

$$v_{г}=\sqrt{-\frac{\Delta p}{\Delta V}V^2}=\sqrt{-V^2\frac{dp}{dV}}, \tag{56.9}$$

поскольку плотность газа ρ обратна его удельному объему V (через V обозначен *удельный объем газа*).

Если колебания плотности газа в продольных волнах происходят очень медленно (с малой частотой), то температура соседних участков, попеременно растянутых и сжатых, быстро выравнивается и деформации растяжения и сжатия происходят изотермически. Тогда по уравнению Менделеева — Клапейрона для одного моля газа

$$p=\frac{RT}{\mu V},$$

где R — универсальная газовая постоянная, μ — молекулярный вес и T — абсолютная температура газа.

Отсюда

$$\left(\frac{dp}{dV}\right)_{изотерм}=-\frac{RT}{\mu V^2}=-\frac{p}{V}. \tag{56.10}$$

Для быстрых колебаний сравнительно высокой частоты сжатие и разрежение происходят адиабатически. По уравнению адиабаты

$$pV^{\gamma}=\text{const},$$

где $\gamma = C_p/C_V$ — отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении C_p и постоянном объеме C_V:

$$\left(\frac{dp}{dV}\right)_{\text{адиабат}} = -\gamma \frac{p}{V}. \qquad (56.11)$$

Соответственно этому изотермические волны в газах будут распространяться со скоростью

$$v_{\text{изотерм}} = \sqrt{\frac{p}{V} V^2} = \sqrt{pV} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}, \qquad (56.12)$$

а скорость распространения адиабатических волн равна

$$v_{\text{адиабат}} = \sqrt{\gamma p V} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \qquad (56.13)$$

§ 57. Эффект Допплера

Источник колебаний возбуждает волны в окружающей среде, которые распространяются в ней со скоростью, зависящей только от свойств этой среды (как было показано в § 56), но не зависящей от скорости движения источника по отношению к среде. Однако частота (длина волны) наблюдаемых волн зависит и от скорости источника волн, и от скорости наблюдателя по отношению к среде.

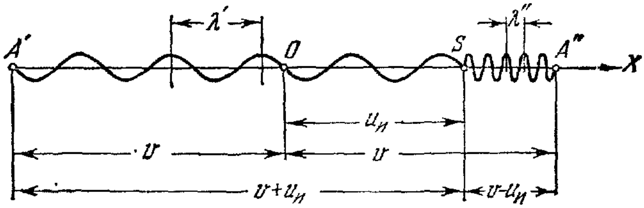

Рис. 4.24.

Рассмотрим простейшие случаи, когда источник волн и наблюдатель движутся относительно среды вдоль одной прямой. Координатные оси будем считать неподвижными относительно среды; скорость распространения волн в среде примем равной v. Скорости источника волн и наблюдателя, движущихся вдоль оси X, обозначим через $u_и$ и $u_н$ соответственно.

Пусть наблюдатель неподвижен, а источник волн S движется вдоль оси X вправо со скоростью $u_и < v$. Примем, что частота колебаний источника равна ν_0. Выберем в качестве начала координат точку, в которой источник начал испускать волны в момент времени $t = 0$ (рис. 4.24). Колебания, возникшие в точке $x = 0$ в момент $t = 0$, будут распространяться вправо и влево, и через се-