где $\gamma = C_p/C_V$ — отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении C_p и постоянном объеме C_V:

$$\left(\frac{dp}{dV}\right)_{\text{адиабат}} = -\gamma\frac{p}{V}. \qquad (56.11)$$

Соответственно этому изотермические волны в газах будут распространяться со скоростью

$$v_{\text{изотерм}} = \sqrt{\frac{p}{V}V^2} = \sqrt{pV} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}, \qquad (56.12)$$

а скорость распространения адиабатических волн равна

$$v_{\text{адиабат}} = \sqrt{\gamma pV} = \sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}}. \qquad (56.13)$$

§ 57. Эффект Допплера

Источник колебаний возбуждает волны в окружающей среде, которые распространяются в ней со скоростью, зависящей только от свойств этой среды (как было показано в § 56), но не зависящей от скорости движения источника по отношению к среде. Однако частота (длина волны) наблюдаемых волн зависит и от скорости источника волн, и от скорости наблюдателя по отношению к среде.

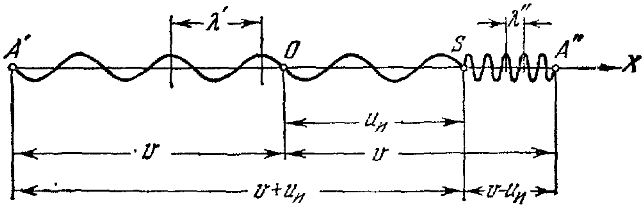

Рис. 4.24.

Рассмотрим простейшие случаи, когда источник волн и наблюдатель движутся относительно среды вдоль одной прямой. Координатные оси будем считать неподвижными относительно среды; скорость распространения волн в среде примем равной v. Скорости источника волн и наблюдателя, движущихся вдоль оси X, обозначим через $u_и$ и $u_н$ соответственно.

Пусть наблюдатель неподвижен, а источник волн S движется вдоль оси X вправо со скоростью $u_и < v$. Примем, что частота колебаний источника равна ν_0. Выберем в качестве начала координат точку, в которой источник начал испускать волны в момент времени $t = 0$ (рис. 4.24). Колебания, возникшие в точке $x = 0$ в момент $t = 0$, будут распространяться вправо и влево, и через секунду фронт волны будет находиться от точки O на расстоянии v (справа и слева, как это показано на рис. 4.24), дойдя до точек A' и A''. Источник S испустит за секунду ν_0 волн, которые справа расположатся в интервале SA'', а слева — SA'. Длину волны справа λ'' и слева λ' легко получить, разделив длины интервалов на число разместившихся в них волн:

$$\left.\begin{aligned} \lambda'' &= \frac{v-u_{\text{и}}}{\nu_0} = \lambda_0 - \frac{u_{\text{и}}}{\nu_0}, \\ \lambda' &= \frac{v+u_{\text{и}}}{\nu_0} = \lambda_0 + \frac{u_{\text{и}}}{\nu_0}, \end{aligned}\right\} \tag{57.1}$$

где $\lambda_0 = v/\nu_0$ — длина волны, распространяющейся в среде в случае неподвижного по отношению к ней источника колебаний частоты ν_0.

Таким образом, длина волны, распространяющейся в направлении движения источника, уменьшается, в противоположном — возрастает.

Физически этот результат совершенно очевиден. Волна, испускаемая источником в направлении движения, нагоняется самим источником. Испустив гребень волны, источник испустит следующий не на расстоянии λ_0 от него, а пройдя за это время вслед за ним путь $u_{\text{и}}T = u_{\text{и}}/\nu_0$, т. е. расстояние между гребнями будет $\lambda_0 - \frac{u_{\text{и}}}{\nu_0}$. От волн, испускаемых в обратном направлении, источник уходит, «растягивая» тем самым длину волны.

Наблюдатели в точках A' и A'' определят соответственно частоты волн:

1) в точке A'

$$\nu' = \frac{v}{\lambda'} = \nu_0 \frac{v}{v+u_{\text{и}}} \quad (\nu' < \nu_0);$$

2) в точке A''

$$\nu'' = \frac{v}{\lambda''} = \nu_0 \frac{v}{v-u_{\text{и}}} \quad (\nu'' > \nu_0). \tag{57.2}$$

Так, если мимо неподвижного наблюдателя проносится поезд, сигнализирующий сиреной с некоторой частотой ν_0, то, пока он приближается, наблюдатель будет воспринимать повышенную частоту $\nu'' > \nu_0$. Когда же поезд пройдет мимо и начнет удаляться, то наблюдатель будет воспринимать тот же сигнал с пониженной частотой $\nu' < \nu_0$.

На рис. 4.25 показаны волны на поверхности, расходящиеся от источника, движущегося вдоль оси X со скоростью $u_{\text{и}} < v$. Полученные выше формулы верны для наблюдателей, неподвижных относительно среды и расположенных на оси X, вдоль которой движется источник волн. Изменение частоты в других направлениях (мгновенное, так как для всех остальных точек, кроме расположенных на оси X, оно меняется со временем) мы вычислять не будем. Читатель при желании с помощью рис. 4.25 сможет вычислить λ''' для любого мгновенного направления SA''', образующего угол ϑ с направлением движения источника.

Пусть теперь источник неподвижен относительно среды, а наблюдатель движется по отношению к источнику со скоростью $u_н$ (рис. 4.26). Частота источника по-прежнему равна ν_0. Если бы наблюдатель был неподвижен, то за секунду мимо него прошло бы ν_0 волн. Приближаясь к источнику со скоростью $u_н$, он встречает на своем пути за секунду столько добавочных волн, сколько их укладывается на отрезке длины $u_н$, т. е.

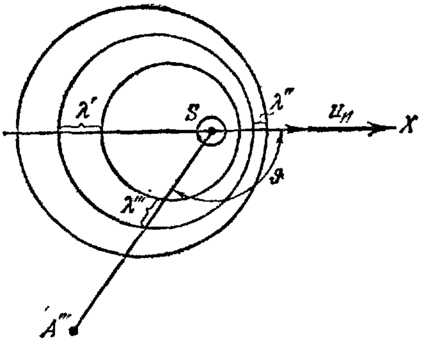

Рис. 4.25.

$$\Delta\nu = \frac{u_н}{\lambda_0}.$$

Следовательно, наблюдаемая им частота равна

$$\nu_2 = \nu_0 + \Delta\nu = \nu_0 + \frac{u_н}{\lambda_0}. \qquad (57.3)$$

Подставляя вместо λ_0 его значение

$$\lambda_0 = \frac{v}{\nu_0},$$

получаем:

$$\nu_2 = \nu_0 + \nu_0\frac{u_н}{v} = \nu_0\frac{v + u_н}{v}. \qquad (57.4)$$

Аналогично, при удалении от источника, когда наблюдатель догоняет волны, частота прохождения волн уменьшается. Эту частоту ν_1 легко получить, заменяя в (57.4) величину $u_н$ на $-u_н$:

$$\nu_1 = \nu_0 - \nu_0\frac{u_н}{v} = \nu_0\frac{v - u_н}{v}. \qquad (57.4a)$$

Выражение для частоты ν при движении и источника волн и наблюдателя мы легко получим, комбинируя (57.2) и (57.4), (57.4а). Для этого нужно либо (в 57.2) вместо ν_0 подставить ν_1, ν_2 из (57.4), (57.4а), либо в (57.4), (57.4а) вместо ν_0 подставить ν', ν'' из (57.2). Тогда мы найдем:

$$\nu = \nu_0\frac{v \pm u_н}{v \mp u_и}. \qquad (57.5)$$

Верхний знак берется, если при движении источника или наблюдателя происходит их сближение; нижний знак — в случае их взаимного удаления.

Изменение частоты волны, воспринимаемой наблюдателем, в зависимости от его скорости по отношению к среде, в которой распространяются волны, а также от скорости источника волн по отношению к среде, носит название **эффекта Допплера**.

Математическое выражение этого эффекта в случае движения вдоль одной прямой дается формулой (57.5).

Заметим, что хотя явление Допплера наблюдается и в оптике, но там оно имеет совершенно иную природу. В случае световых

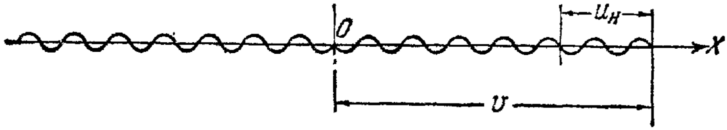

Рис. 4.26.

волн среда — носитель колебаний — отсутствует, световые волны материальны сами по себе. В этом случае нельзя, следовательно, вводить скорость источника и скорость наблюдателя (по отношению к среде) — эффект зависит только от их относительной скорости. К этому вопросу мы вернемся в томе III.

§ 58. Интерференция волн

Если через данную область пространства распространяется одновременно несколько волн, то колебания любой точки среды, вызванные каждой волной в отдельности, будут складываться друг с другом по правилам сложения колебаний, рассмотренным в § 53.

Это обстоятельство отнюдь не является очевидным и в ряде случаев может не иметь места. В § 53 рассматривалось движение изолированной материальной точки, для которой результирующее колебание равно сумме отдельных колебаний, в которых она участвует. Сейчас же речь идет о непрерывной упругой среде, все точки которой взаимосвязаны.

Напомним механизм возникновения колебаний любой частицы упругой среды. Эта частица приходит в движение в результате возникающих напряжений, вызванных деформацией среды (сжатием при продольной волне, сдвигом — при поперечной). Если складывающиеся колебания обладают малой амплитудой, то согласно закону Гука напряжения будут пропорциональны деформациям. Результирующее напряжение в этом случае будет равно сумме составляющих его, а результирующее колебание частицы среды будет равно сумме колебаний, вызванных отдельными волнами.

При больших амплитудах колебаний закон Гука уже не выполняется. Результирующее напряжение приводит к колебаниям, которые отличны от суммы колебаний, вызванных отдельными волнами. Подобные колебания имеют место при распространении так называемых ударных волн, возникающих при взрывах. Скорость ударных волн превышает скорость обычных волн и тем больше, чем больше их амплитуда.