

# ЧАСТЬ I

## ЭЛЕКТРОСТАТИКА

---

### ГЛАВА I

#### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗАРЯДЫ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

##### § 1. Взаимодействие электрических зарядов. Единицы измерения заряда

Издревле человечеством наблюдалось мощное проявление атмосферного электричества — молния. Свыше двух тысяч лет известна и другая группа электрических явлений — электризация при трении тел: потертый янтарь и некоторые другие вещества приобретают свойство притягивать легкие предметы. Однако изучение электрических (от греческого слова «электрон» — янтарь) явлений началось лишь в XVII веке.

Первый крупный научный успех в выяснении природы электричества был достигнут в середине XVIII века. В 1752—1753 гг. Ломоносов и Рихман в России и Франклин в Америке экспериментально доказали общность атмосферного электричества и электризации при трении. Мощная молния и слабые искорки, наблюдавшиеся в темной комнате при расчесывании волос гребнем, оказались одним и тем же электрическим разрядом в воздухе, различающимся лишь масштабом явления.

Для количественного изучения электричества Рихман сконструировал первый электроскоп, состоявший из металлической линейки с прикрепленной к ней тонкой нитью. При электризации нить, отталкиваясь от линейки, отклонялась на некоторый угол, измерявшийся транспортиром.

Ломоносов создал первую теорию атмосферного электричества. Согласно этой теории атмосферный воздух находится в состоянии непрерывного движения. Лучи Солнца нагревают поверхность Земли, которая в свою очередь нагревает прилегающие к ней слои воздуха. Нагретый воздух поднимается вверху, а на его место опускается более тяжелый холодный воздух из верхних слоев атмосферы. Движущиеся друг относительно друга массы воздуха при трении заряжаются, и это в большом масштабе воспроизводит электризацию при трении небольших предметов.

Уже первые попытки объяснить природу электрических явлений повлекли за собой важные практические применения. Для защиты от атмосферных электрических разрядов Франклин предложил молниеотвод — высокий металлический шест, отводящий молнию в землю мимо защищаемого им сооружения.

Исходя из простых и изящных опытов, Франклин выдвинул теорию существования двух разнородных электрических жидкостей и предложил современную терминологию. Электрический заряд, скапливающийся на потертой кожей стеклянной палочке, был назван «положительным», а заряд, скапливающийся на потертом мехом куске смолы, — «отрицательным».

На основании опытов можно заключить, что одноименные заряды отталкиваются друг от друга; разноименные заряды притягиваются друг к другу, а при соединении в равных количествах — нейтрализуются.

Силы, возникающие между заряженными телами, действуют на все электрически заряженные частицы, входящие в состав заряженных тел, в том числе и на те, чей нескомпенсированный заряд обуславливает наблюдаемый заряд тела. Если эти заряды тесно связаны с телом, то последнее начнет перемещаться вместе с ними, и по силе, действующей на тело, можно судить о величине электрических взаимодействий. При определенных условиях заряды могут переходить с одного тела на другое или уходить из тела через его поверхность.

Процессы движения электрических зарядов и сопутствующие им явления будут разобраны в двух последующих разделах этого тома (часть II «Электрический ток» и часть III «Электромагнетизм»). В этом же разделе мы рассмотрим статические, т. е. неподвижные, заряды и статические, не меняющиеся со временем, электрические поля. Будем считать, что перемещения зарядов отсутствуют и силы, действующие на заряды, целиком определяются взаимным расположением зарядов. Взаимные перемещения зарядов нам придется учитывать лишь при выводе соотношений для работы и энергии. Эти перемещения мы здесь будем считать бесконечно медленными, т. е. настолько медленными, чтобы силы взаимодействия можно было предполагать практически не зависящими от скорости движения зарядов.

Рассмотрение электростатических взаимодействий заряженных тел мы начнем с простейшего случая взаимодействия точечных зарядов, играющих в учении об электричестве такую же роль, как материальные точки в механике. Точечным зарядом  $q$  называется незаряженное тело, размеры которого пре-небрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми оно взаимодействует. В случае протяженных зарядов, размерами которых пренебречь нельзя, следует

мысленно расчленить их на достаточно малые элементы, каждый из которых может рассматриваться как точечный заряд.

Количественное изучение взаимодействия точечных зарядов, осуществленное французским физиком Кулоном в 1785 г., проводилось с помощью чувствительных крутых весов. На тонкой кварцевой нити был подвешен горизонтальный стержень с маленьким заряженным шариком на конце. Второй заряженный шарик подносился к первому на некоторое расстояние в той же горизонтальной плоскости. В результате электростатических сил притяжения или отталкивания (в зависимости от знаков обоих зарядов) упругая нить закручивалась на некоторый угол  $\alpha$  (см. рис. 1.1), тем больший, чем больше была сила взаимодействия между зарядами. Предварительно была определена зависимость угла закручивания нити от приложенной к шарику силы. Радиусы заряженных шариков были малы по сравнению с расстояниями между ними, так что заряды можно было считать точечными. Величину заряда каждого шарика можно было уменьшать в известное число раз, приводя его в соприкосновение с одним или несколькими такими же шариками.

Обозначим величины взаимодействующих зарядов через  $q_1$  и  $q_2$ , и расстояние между ними через  $r_{1,2}$ . Из опытов Кулона следовало, что сила взаимодействия между зарядами  $F$  пропорциональна каждому из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F \sim \frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2}. \quad (1.1)$$

В опытах Кулона электрические заряды находились в воздухе. Дальнейшие опыты показали, что наличие вещества вокруг зарядов влияет на величину силы их взаимодействия.

Если при прочих равных условиях (величинах зарядов и их взаимном расстоянии) пространство заполнить однородной непроводящей средой (воздухом, керосином, маслом, стеклом и т. п.), то сила взаимодействия между зарядами уменьшится. Природа этого явления будет рассмотрена ниже, в §§ 4 и 10. Влияние той или иной среды на величину электрического взаимодействия между зарядами можно оценить, если сравнить силы между зарядами в отсутствие среды ( $F_0$ ) и при ее наличии ( $F$ ).

Назовем отношение сил  $F_0/F$  дизэлектрической проницаемостью среды и обозначим эту величину через  $\epsilon$ :

$$\frac{F_0}{F} = \epsilon. \quad (1.2)$$

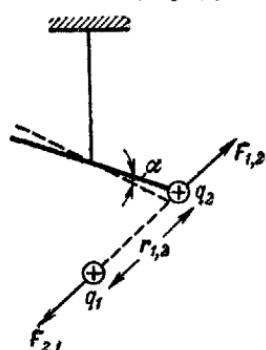


Рис. 1.1.

Из (1.2) следует, что  $\epsilon$  есть безразмерная величина. Таким образом, при наличии непроводящей среды, в которую помещены заряды, закон Кулона принимает вид

$$F = \frac{F_0}{\epsilon} \sim \frac{q_1 q_2}{\epsilon r_{1,2}^2}. \quad (1.3)$$

Для пустоты  $\epsilon=1$ , для керосина  $\epsilon=2$ , у сухой бумаги  $\epsilon=2 \div 2,5$ , у воды  $\epsilon=80$ , а для воздуха при атмосферном давлении  $\epsilon=1,0006$ , т. е. практически  $\epsilon_{\text{возд}}=1$ .

Единицы измерения силы и расстояния были введены в т. I в разделе механики. Здесь мы встречаемся с новой величиной — количеством электричества или электрическим зарядом  $q$ , единицу измерения которой можно выбрать различным образом. Исторически использовались различные системы единиц: электростатическая (СГСЭ), электромагнитная (СГСМ), система Гаусса (СГС) или просто СГС, практическая (МКСА) — рационализованная и нерационализованная. С 1964 г. введена международная система СИ. Общая сводка систем и переводные коэффициенты приведены в Приложении I в конце тома. Мы во всем дальнейшем изложении будем использовать лишь две системы — СГС и СИ.

Абсолютная гауссова система единиц базируется на системе СГС (сантиметр, грамм массы, секунда). Сила измеряется в производных единицах — динах ( $1 \text{ дин} = 1 \text{ г} \cdot \text{см}/\text{сек}^2$ ), основанных на выборе коэффициента пропорциональности во втором законе Ньютона равным единице. Положим аналогично равным единице и коэффициент пропорциональности в законе Кулона, т. е. напишем

$$F_{1,2} = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r_{1,2}^2}. \quad (1.4)$$

Тогда этот закон определит СГС единицу заряда. При  $\epsilon=1$ , т. е. в вакууме, и при  $r_{1,2}=1 \text{ см}$  заряды  $q_1=q_2=1$  должны быть выбраны так, чтобы  $F_{1,2}=1$ . Следовательно, СГС единица заряда есть такое количество электричества, которое действует на равный ему заряд, помещенный в вакууме на расстоянии 1 см, с силой, равной 1 дин (оба заряда точечные). Отсюда следует размерность заряда в системе Гаусса

$$[q] = [F]^{1/2} [r^2]^{1/2} = \text{см}^{3/2} \text{сек}^{-1}. \quad (1.5)$$

В системе СИ для измерения электрических величин вводится не производная, а независимая четвертая единица. В качестве основной электрической единицы выбрана практическая единица тока — ампер ( $a$ ), точное определение которой будет приведено в § 32. Единицей заряда в системе СИ является кулон ( $k$ ), т. е.

количество электричества, протекающее за 1 сек через поперечное сечение проводника при токе в цепи, равном 1 а:

$$1 \text{ к} = 1 \text{ а сек} = 2,998 \cdot 10^9 (\approx 3 \cdot 10^9) \text{ СГС ед. заряда}. \quad (1.6)$$

При введении независимой единицы заряда закон Кулона (1.4) должен содержать коэффициент пропорциональности, имеющий определенную величину и размерность. Мы запишем этот коэффициент в виде отношения двух величин  $k_0$  и  $\epsilon_0$ , т. е. положим

$$F_{1,2} = \frac{k_0}{\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{4\pi r_{1,2}^2}. \quad (1.7)$$

Величина  $\epsilon_0$  носит название электрической постоянной, а множитель  $k_0$  — коэффициент рационализации. Поверхность шара  $S = 4\pi r^2$  и полный телесный угол равен  $4\pi$ . Поэтому в системе СИ для так называемой рационализации записи формул во все соотношения, описывающие сферически симметричные взаимодействия, вводится дополнительный множитель рационализации  $k_0 = \frac{1}{4\pi}$ . Этот множитель вводится и в закон Кулона, запись которого в системе СИ принимает вид

$$\boxed{F_{1,2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_a r_{1,2}^2}}. \quad (1.8)$$

Произведение

$$\epsilon_0 \epsilon = \epsilon_a \quad (1.9)$$

носит название абсолютной диэлектрической проницаемости данной среды. Величины  $\epsilon_0$  и  $\epsilon_a$  в системе СИ являются размерными. Из (1.8) следует, что

$$[\epsilon_a] = [\epsilon_0] = \frac{[q]^2}{[F][r]^2} = \frac{\kappa^2}{\text{н} \cdot \text{м}^2}, \quad (1.10)$$

где, как известно,  $1 \text{ н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{сек}^2 = 10^5 \text{ дин}$  — единица силы в системе СИ (ньютон).

Для определения величины  $\epsilon_0$  рассмотрим пример взаимодействия двух точечных зарядов в 1 кг каждый, помещенных в пустоте на расстоянии 1 м друг от друга. Согласно (1.4) и (1.6) сила взаимодействия между ними равна

$$\boxed{F = \frac{(3 \cdot 10^9 \text{ СГС ед. заряда})^2}{(100 \text{ см})^2} = 9 \cdot 10^{14} \text{ дин} = 9 \cdot 10^9 \text{ н.}}$$

Сопоставляя это с (1.8), имеем

$$9 \cdot 10^9 \text{ н} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{1 \cdot \kappa^2}{1 \cdot \text{м}^2},$$

откуда

$$\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\kappa^2}{\text{н} \cdot \text{м}^2} \quad (1.11)$$

и

$$\frac{k_0}{\epsilon_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\kappa^2}. \quad (1.12)$$

Для того чтобы записать закон Кулона в форме, пригодной для обеих систем единиц, можно воспользоваться соотношением (1.7), учитывая, что

$$\left. \begin{array}{l} \text{в системе Гаусса } k_0 = 1 \text{ и } \epsilon_0 = 1, \\ \text{а в системе СИ } k_0 = \frac{1}{4\pi} \text{ и } \epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\kappa^2}{\text{н} \cdot \text{м}^2}. \end{array} \right\} \quad (1.13)$$

В системе Гаусса рационализация не применяется и  $k_0 = 1$ .

Формула (1.7) определяет величину сил взаимодействия между зарядами. Поскольку сила есть векторная величина, надо еще охарактеризовать и ее направление. Для этого введем радиус-вектор  $\mathbf{r}_{1,2}$ , проведенный от первого заряда  $q_1$  ко второму  $q_2$  (рис. 1.2). Если заряды одинаковы, то сила  $\mathbf{F}_{1,2}$ , испытываемая зарядом  $q_2$  со стороны заряда  $q_1$  (сила отталкивания), будет совпадать по направлению с  $\mathbf{r}_{1,2}$ . Введем единичный вектор направления  $\mathbf{r}_{1,2}/r_{1,2}$ , где  $r_{1,2}$  — величина радиус-вектора.

Тогда закон Кулона в векторной форме примет вид

$$\mathbf{F}_{1,2} = \frac{k_0}{\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2} \frac{\mathbf{r}_{1,2}}{r_{1,2}} = \frac{k_0}{\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\kappa r_{1,2}^3} \mathbf{r}_{1,2}. \quad (1.14)$$

Силу, испытываемую зарядом  $q_1$  со стороны заряда  $q_2$ , получим простой перестановкой в (1.14) индексов 1 и 2.

$$\mathbf{F}_{2,1} = \frac{k_0}{\epsilon_0} \frac{q_2 q_1}{r_{2,1}^3} \mathbf{r}_{2,1}, \quad (1.15)$$

где

$$\mathbf{r}_{2,1} = -\mathbf{r}_{1,2} \quad (1.16)$$

представляет собой радиус-вектор, проведенный от второго заряда к первому. Из формул (1.14) — (1.16) следует, что

$$\mathbf{F}_{2,1} = -\mathbf{F}_{1,2},$$

т. е. взаимодействие электрических зарядов удовлетворяет третьему закону Ньютона.

Формулы (1.14) и (1.15) остаются справедливыми и в случае разноименных зарядов. Произведение  $q_1 q_2$  в последнем случае отрицательно, и обе силы меняют свое направление — отталкивание заменяется притяжением.