§ 2. Электрическое поле. Вектор напряженности электрического поля

Удаленные друг от друга точечные электрические заряды взаимодействуют по закону (1.14). Возникает вопрос: каким образом осуществляется это взаимодействие при отсутствии вещества между зарядами, т. е. каков материальный носитель взаимодействия? Этим носителем является связанное с зарядами электрическое поле.

Неподвижный заряд q, расположенный в какой-либо точке пространства, неразрывно связан с электростатическим полем в окружающем пространстве. Это поле заполняет все пространство и, в частности, проявляется в виде силы $\mathbf{F}$, с которой оно воздействует на помещаемый в различные точки поля пробный заряд q'.

Не существует электростатических полей, не связанных с зарядами, как не существует «голых» — не окруженных полем — электрических зарядов. В последующих разделах мы увидим, что нестатические, переменные электрические поля могут существовать совместно с переменными магнитными полями в отрыве от электрических зарядов. В настоящем разделе мы рассматриваем неподвижные заряды и соответственно не меняющиеся в пространстве и времени статические электрические поля. Для краткости подобные электростатические поля мы будем называть просто электрическими, во всяком случае там, где это не может вызвать путаницы.

Возвращаясь к рассматриваемому случаю взаимодействия двух точечных зарядов q и q' (рис. 1.3), мы можем теперь толковать возникновение механических сил $\pm\mathbf{F}$ между ними следующим образом. С зарядом q связано окружающее его электрическое поле. Это поле действует на помещаемый в него второй заряд q' с некоторой силой $\mathbf{F}$, определяемой характером поля в той точке, где находится заряд q'. Поскольку поле, связанное с зарядом q, зависит от положения этого заряда в пространстве, то сила $\mathbf{F}$ зависит от расположения пробного заряда q' по отношению к q, т. е. от радиус-вектора $\mathbf{r}$, проведенного от q к q'. В свою очередь с зарядом q' связано собственное электрическое поле, которое по закону (1.14) действует на заряд q с силой $-\mathbf{F}$, зависящей от того, в какую точку поля он помещен.

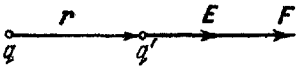

Рис 1 3

В случае статических полей электрические поля, создаваемые зарядами q и q', не взаимодействуют друг с другом и каждое из них не оказывает воздействия на «собственный» заряд, создающий

данное поле. Электрическое поле, связанное с зарядом q, существует независимо от наличия или отсутствия других зарядов. Однако обнаружить его мы можем лишь с помощью сил, испытываемых каким-либо другим пробным зарядом q', помещенным в это поле. Этим обстоятельством и пользуются для количественной характеристики электрического поля.

Будем рассматривать заряд q как «источник» электрического поля, в которое на расстоянии $\mathbf{r}$ помещен пробный заряд q'. Согласно закону Кулона (1.14) на последний будет действовать сила

$$\mathbf{F}=k_0\frac{qq'}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}\mathbf{r}=q'\frac{k_0q}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}\mathbf{r}. \tag{2.1}$$

Отсюда видно, что сила, действующая на пробный заряд, помещенный в данную точку поля, зависит от величины этого заряда q' и прямо пропорциональна последней. С другой стороны, множитель пропорциональности, т. е. величина $\frac{k_0q}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}\mathbf{r}$, не зависит от q' и определяется только величиной заряда q, свойствами среды ε и положением в пространстве той точки, в которой изучается поле,— значением радиус-вектора $\mathbf{r}$. Эту величину и можно принять для количественной характеристики электрического поля:

$$\mathbf{E}=\frac{k_0q}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}\mathbf{r}=\frac{\mathbf{F}}{q'}. \tag{2.2}$$

Вектор $\mathbf{E}$ носит название вектора напряженности электрического поля. С помощью его можно переписать выражение (2.1) для механической силы, действующей на пробный заряд q', в виде

$$\mathbf{F}=q'\mathbf{E}. \tag{2.3}$$

Следовательно, $\mathbf{E}=\mathbf{F}$ при $q'=+1$, и *вектор напряженности электрического поля численно равен силе, действующей в данной точке на помещенный в нее пробный единичный положительный точечный заряд.*

Формула (2.2) определяет вектор напряженности электрического поля точечного заряда q. Величина этого вектора

$$E_{\text{т.з}}=\frac{k_0q}{\varepsilon_0\varepsilon r^2} \tag{2.4}$$

убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника. В системе Гаусса $\varepsilon_0=1$, $k_0=1$ и

$$E_{\text{т.з}}=\frac{q}{\varepsilon r^2}\ \text{СГС ед. напряженности поля.} \tag{2.4а}$$

Используя (1.5), можно определить размерность этой единицы:

$$1\ \text{СГС ед. напряженности поля}=1\ г^{1/2}\cdot см^{-1/2}\cdot сек^{-1}.$$

В системе СИ $k_0 = 1/4\pi$ и

$$E_{\text{т.з.}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a r^2}\,\frac{н}{к}. \qquad (2.4б)$$

Если электрическое поле создается не одним, а несколькими точечными зарядами $q_1, q_2, \ldots, q_n$ (рис. 1.4), то это поле будет действовать на пробный заряд q', помещенный в некоторой точке поля, с результирующей силой $\mathbf{F}$. Опыт показывает, что силы, возникающие в результате электрического взаимодействия, складываются по тем же законам, как и силы в механике, т. е. вектор $\mathbf{F}$ равен геометрической сумме сил $\mathbf{F}_i$, создаваемых электрическими полями каждого заряда и определяемых по закону Кулона:

$$\mathbf{F}_i = k_0 \frac{q_i q'}{\varepsilon_0 \varepsilon r_i^3}\mathbf{r}_i, \qquad (2.5)$$

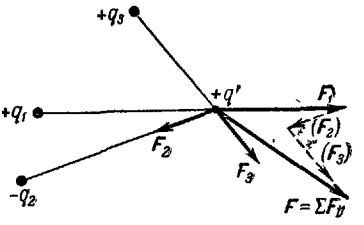

Рис. 1.4.

где $\mathbf{r}_i$ — радиус-вектор, проведенный из точки i-го заряда в точку поля, куда помещен пробный заряд q'.

Складывая эти силы и вынося общий множитель q', получим:

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{i=n} \mathbf{F}_i = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{k_0 q_i q'}{\varepsilon_0 \varepsilon r_i^3}\mathbf{r}_i = q' \sum_{i=1}^{i=n} \frac{k_0 q_i}{\varepsilon_0 \varepsilon r_i^3}\mathbf{r}_i = q'\mathbf{E}, \qquad (2.6)$$

где

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{k_0 q_i}{\varepsilon_0 \varepsilon r_i^3}\mathbf{r}_i = \sum_{i=1}^{i=n} \mathbf{E}_i \qquad (2.7)$$

представляет собой вектор напряженности электрического поля, создаваемого всей системой зарядов. Из (2.7) следует, что *вектор напряженности электрического поля системы зарядов равен геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.*

Это соотношение носит название принципа наложения (суперпозиции) электрических полей. С его помощью можно в общем виде рассчитывать электрические поля любых сколь угодно сложных систем электрических зарядов.

Графически поле характеризуют с помощью так называемых линий напряженности, или силовых линий. Эти линии проводятся так, чтобы касательные к ним в каждой точке пространства совпадали по направлению с вектором $\mathbf{E}$ в той же самой точке (см. рис. 1.5). Таким образом, силовая линия указывает направление вектора напряженности электрического поля в каждой точке, через которую она проходит.

Линии напряженности характеризуют поле весьма неполно. Электрическое поле есть непрерывный материальный объект, линии же напряженности могут быть проведены с любой, но все же конечной густотой.

Чтобы с помощью линий напряженности охарактеризовать не только направление, но и величину вектора E, условно принимают, что *число линий, проходящих через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно этим линиям, должно равняться численной величине E в данной области поля.* Таким образом, величина напряженности поля характеризуется густотой линий напряженности; в тех областях, где величина E больше, линии напряженности проходят гуще, и наоборот.

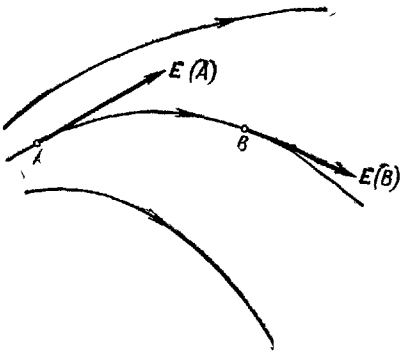

Рис. 1.5.

В случае поля точечного заряда, согласно (2.2), $\mathbf{E} \parallel \mathbf{r}$ и линии напряженности направлены по радиусам, проведенным из заряда. Для положительного заряда ($q > 0$) эти линии исходят из заряда и уходят в бесконечность (рис. 1.6, *а*). Для отрицательного заряда ($q < 0$) вектор E направлен против радиус-вектора r, а линии напряженности идут из бесконечности и сходятся в точке нахождения заряда (рис. 1.6, *б*).

Согласно (2.4) $E \sim 1/r^2$, так что густота линий напряженности должна убывать обратно пропорционально квадрату расстояния от заряда. Так как площадь поверхности сферы, через которую проходят эти линии, сама возрастает пропорционально квадрату расстояния, то общее число линий будет оставаться постоянным на любом расстоянии от заряда. Как мы увидим ниже, то свойство линий напряженности, что они могут начинаться или кончаться только на электрических зарядах, но нигде в пространстве между ними (или уходить в бесконечность), сохраняется и для полей, создаваемых любой системой электрических зарядов.

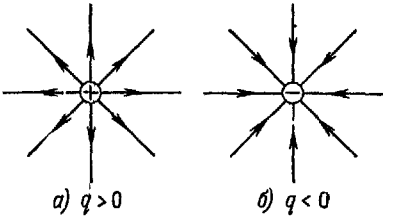

Рис. 1.6.

В качестве примера принципа наложения электрических полей рассмотрим поле так называемого постоянного электрического диполя, который будет часто встречаться в дальнейшем изложе-

ния. Диполем называется совокупность двух одинаковых по абсолютной величине разноименных зарядов $+q$ и $-q$, расположенных на расстоянии l друг от друга. Мы ограничимся случаями, когда расстояние l мало по сравнению с расстоянием r от центра диполя O до точки M, в которой определяется напряженность электрического поля диполя $\mathbf{E}$ (рис. 1.7). При этом условии ($l \ll r$) зависимость $\mathbf{E}$ от радиус-вектора $\mathbf{r}$ и угла θ между $\mathbf{r}$ и единичным вектором $\mathbf{n}$, направленным вдоль оси диполя от отрицательного заряда к положительному, будет выражаться, как мы покажем, сравнительно

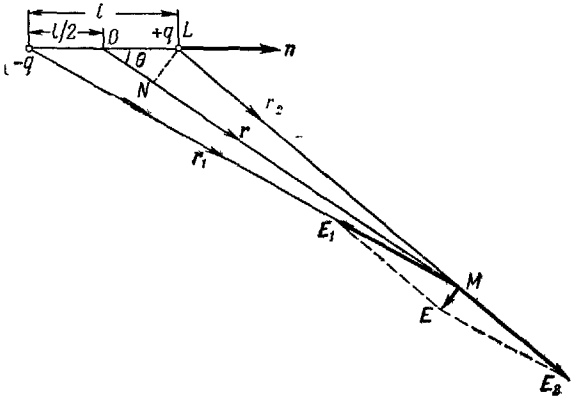

Рис. 1.7.

просто. В непосредственной же близости от зарядов ($r \approx l$) поле имеет значительно более сложный характер.

Соединим точку наблюдения M с обоими зарядами радиус-векторами $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, проведенными из последних. Тогда вектор напряженности электрического поля $\mathbf{E}_1$, создаваемого зарядом $-q$ в точке M, будет направлен против радиус-вектора $\mathbf{r}_1$, а вектор напряженности электрического поля $\mathbf{E}_2$, создаваемого зарядом $+q$ в точке M, будет направлен по радиус-вектору $\mathbf{r}_2$, как это изображено на рис. 1.7. Векторы $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ определяются по формуле (2.2), а полный вектор напряженности электрического поля в точке M равен их геометрической сумме:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = k_0 \frac{-q}{\varepsilon_0 \varepsilon r_1^3} \mathbf{r}_1 + k_0 \frac{+q}{\varepsilon_0 \varepsilon r_2^3} \mathbf{r}_2. \qquad (2.8)$$

Из треугольника OLM на рис. 1.7 видно, что вектор $\mathbf{r}$ является геометрической суммой вектора $\mathbf{r}_2$ и вектора $\overrightarrow{OL} = \frac{l}{2}\mathbf{n}$. Отсюда

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} - \frac{l}{2}\mathbf{n} \quad \text{и аналогично} \quad \mathbf{r}_1 = \mathbf{r} + \frac{l}{2}\mathbf{n}. \qquad (2.9)$$

Опуская из точки L перпендикуляр на радиус-вектор $\mathbf{r}$, мы видим, что величина последнего равна сумме двух отрезков:

$$r = ON + NM = \frac{l}{2}\cos\theta + NM.$$

Используя условие $l \ll r$, мы можем считать в прямоугольном треугольнике LNM катет NM с точностью до величин второго порядка малости ($\sim l^2$) равным гипотенузе r_2; тогда

$$r_2 \approx r - \frac{l}{2}\cos\theta \quad \text{и аналогично} \quad r_1 \approx r + \frac{l}{2}\cos\theta. \tag{2.10}$$

Подставляя (2.10) в (2.8), получаем

$$\mathbf{E} = \frac{k_0 q}{\varepsilon_0 \varepsilon}\left[\frac{\mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{n}}{\left(r - \frac{l}{2}\cos\theta\right)^3} - \frac{\mathbf{r} + \frac{l}{2}\mathbf{n}}{\left(r + \frac{l}{2}\cos\theta\right)^3}\right]. \tag{2.11}$$

Раскрывая скобки в знаменателях по формуле бинома Ньютона и отбрасывая члены, содержащие малые порядков l^2 и l^3, имеем

$$\left(r \pm \frac{l}{2}\cos\theta\right)^2 \approx r^3 \pm 3r^2\frac{l}{2}\cos\theta = r^3\left(1 \pm \frac{3}{2}\frac{l}{r}\cos\theta\right).$$

Воспользуемся известным правилом приближенного деления, согласно которому при $\delta \ll 1$ с точностью до членов второго порядка

$$\frac{1}{1 \pm \delta} = \frac{1 \mp \delta}{1 - \delta^2} \approx 1 \mp \delta.$$

Тогда

$$\frac{1}{\left(r \pm \frac{l}{2}\cos\theta\right)^3} \approx \frac{1}{r^3\left(1 \pm \frac{3}{2}\frac{l}{r}\cos\theta\right)} \approx \frac{1 \mp \frac{3}{2}\frac{l}{r}\cos\theta}{r^3}. \tag{2.12}$$

Подставляя (2.12) в (2.11) и раскрывая все скобки, получим окончательно

$$E \approx k_0 \frac{ql}{\varepsilon_0 \varepsilon r^3}\left(3\frac{\mathbf{r}}{r}\cos\theta - \mathbf{n}\right). \tag{2.13}$$

Отсюда видно, что напряженность поля диполя определяется не в отдельности величиной зарядов q и расстоянием между ними l, а произведением

$$p = ql, \tag{2.14}$$

которое называется электрическим моментом диполя, или просто дипольным моментом. Поскольку ось диполя имеет вполне определенную ориентацию в пространстве, то дипольный момент является вектором. Этот вектор $\mathbf{p}$ направлен вдоль оси ди-

поля от отрицательного заряда к положительному, т. е. по направлению введенного нами выше единичного вектора **n**. Следовательно,

$$\mathbf{p}=ql\mathbf{n}. \tag{2.15}$$

Подставляя (2.14) и (2.15) в (2.13), получаем

$$\mathbf{E}=k_0\frac{p}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}\left(3\frac{\mathbf{r}}{r}\cos\theta-\mathbf{n}\right)=k_0\frac{3p\frac{\mathbf{r}}{r}\cos\theta-\mathbf{p}}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}. \tag{2.16}$$

Таким образом, напряженность электрического поля диполя E прямо пропорциональна величине дипольного момента p и в любом направлении (для любых значений θ) убывает с ростом r как $1/r^3$,

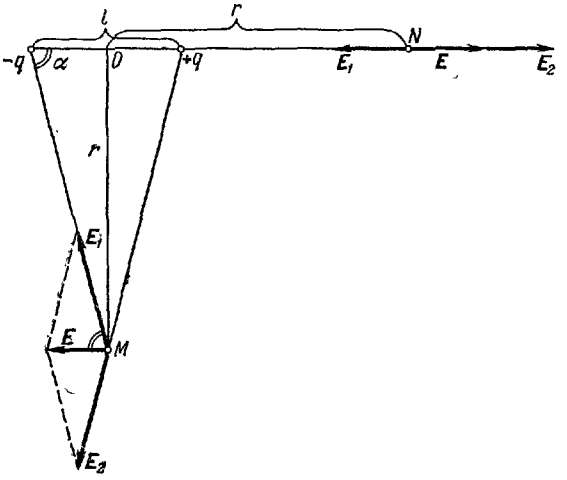

Рис. 1.8.

т. е. быстрее, чем поле одиночного заряда (убывающее $\sim 1/r^2$). Происходит это потому, что заряды диполя имеют разные знаки и их поля частично погашаются.

Рассмотрим точку N, лежащую справа от заряда $+q$ на продолжении оси диполя (рис. 1.8). Для этой точки $\theta=0$, $\cos\theta=1$, $\mathbf{r}=r\mathbf{n}$ и

$$\mathbf{E}_{\parallel\,\text{оси}}=k_0\frac{p}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}(3\mathbf{n}-\mathbf{n})=k_0\frac{2p\mathbf{n}}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}\,k_0\frac{2\mathbf{p}}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}. \tag{2.17}$$

Это соотношение остается справедливым и для точек, лежащих на оси диполя слева от последнего, где $\theta=\pi$, $\cos\theta=-1$, но $\mathbf{r}=-r\mathbf{n}$.

Для точки M, лежащей на перпендикуляре к оси диполя, $\theta=\pi/2$, $\cos\theta=0$ и

$$\mathbf{E}_{\perp\,\text{оси}}=-k_0\frac{\mathbf{p}}{\varepsilon_0\varepsilon r^3}. \tag{2.18}$$

Величина напряженности поля в точке M в два раза меньше, чем в точке N на оси диполя (при том же значении r), а направление вектора $\mathbf{E}$ противоположно направлению момента диполя.

В общем случае произвольного θ, возводя выражение (2.16) в квадрат и принимая во внимание, что скалярное произведение $(\mathbf{rn})$ равно $r\cos\theta$, можно легко вычислить величину вектора $\mathbf{E}$:

$$E = k_0 \frac{p}{\varepsilon_0 \varepsilon r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta}. \qquad (2.19)$$

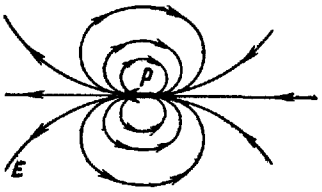

Рис. 1.9.

Устремляя l к нулю, а q к бесконечности так, чтобы их произведение $ql = p$ оставалось неизменным, получаем так называемый точечный диполь ($l = 0$), поле которого изображено на рис. 1.9. В случае точечного диполя соотношение $l \ll r$ остается верным при всех значениях r, следовательно, формулы (2.16)—(2.19) верны без ограничений.

§ 3. Элементарные электрические заряды

При электризации трением оба трущихся тела заряжаются разноименно — одно положительно, а другое отрицательно. При этом абсолютные величины зарядов обоих тел (т. е. без учета их знаков) оказываются равными, и при соприкосновении они могут вновь нейтрализовать друг друга.

Это объясняется тем, что при трении происходит не возникновение электричества, а лишь разделение положительных и отрицательных зарядов, поровну существующих в нейтральных телах. Рассмотрим замкнутую систему, через поверхность которой заряды не переходят. Обозначим через q_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) величины отдельных зарядов, находящихся в системе; для положительных зарядов $q_i > 0$, а для отрицательных $q_i < 0$. Тогда, как показывает опыт, при всех процессах электризации и нейтрализации зарядов внутри системы (замкнутой!) выполняется закон сохранения электрического заряда

$$\sum_i q_i = \text{const} \qquad (3.1)$$

— *алгебраическая сумма электрических зарядов в замкнутой системе остается постоянной.*

Изучая явления электролиза, Фарадей в начале XIX века установил прямую пропорциональность между количеством электричества, прошедшим через раствор электролита, и количеством вещества, выделившимся на электродах. Этот факт указывал на тесную связь электрической субстанции с веществом. Представления об атомисти-