

ультразвуковых) колебаний в электрические и обратно. Пьезоэлектрические датчики позволяют регистрировать деформации, толчки, преобразовывая их в электрические импульсы, которые передаются на большие расстояния к записывающим электрическим приборам.

Русский ученый Эпинус в 1757 г. обнаружил еще одно интересное свойство некоторых твердых диэлектриков. Оказалось, что в кристалле турмалина молекулярные диполи все направлены вдоль одной из его кристаллографических осей. Такой кристалл в целом всегда поляризован даже в отсутствие внешнего электрического поля, до некоторой степени аналогично тому, как кусок железа сохраняет свое намагничивание в отсутствие внешнего магнитного поля.

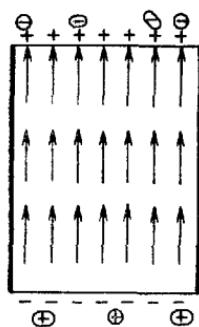


Рис. 1.47

Поляризационные заряды, находящиеся на противоположных гранях кристалла турмалина, притягивают находящиеся в воздухе в небольших количествах зарженные пылинки и ионы. Прилипая к граням кристалла (рис. 1.47), эти пылинки и ионы постепенно нейтрализуют поляризационные заряды и уничтожают поле поляризованного кристалла.

- Однако если такой кристалл нагреть, то вследствие теплового расширения поляризация единицы объема — вектор  $\mathbf{P}$  — уменьшится и компенсация поляризационного заряда адсорбированными ионами и пылинками нарушится. Это изменение поляризации  $\Delta \mathbf{P}(T)$  можно обнаружить по создаваемому им электрическому полю. Подобное явление зависимости естественной поляризации кристаллов от температуры называется пироэлектричеством.

Пироэлектрическими свойствами обладают лишь некоторые вещества, кристаллизующиеся в так называемой триклиновой кристаллографической системе, обладающей весьма низкой пространственной симметрией.

## § 11. Поле в неоднородной среде и на границах раздела диэлектриков

В предыдущем параграфе мы рассмотрели пример плоскопараллельной пластины из диэлектрика, помещенной в однородное внешнее поле  $E_0$  (см. рис. 1.43). Эта пластина поляризовалась и приобретала дипольный момент единицы объема  $P$ . Дополнительное поле, создаваемое поляризованной пластиной, можно было рассчитывать, как поле плоского конденсатора с поверхностной плотностью заряда  $\sigma' = \pm P$ .

В соответствии с (7.15) и (7.18) напряженность поля равна нулю вне диэлектрической пластины, а внутри нее, учитывая направление

этого поля,

$$\mathbf{E}' = -\frac{k_0}{\epsilon_0} 4\pi \mathbf{P}. \quad (11.1)$$

Полная напряженность поля в диэлектрике

$$\boxed{\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' = \mathbf{E}_0 - \frac{k_0}{\epsilon_0} 4\pi \mathbf{P}.} \quad (11.2)$$

Следует отметить, что выражение (11.2) для полной напряженности поля остается справедливым и в вакууме вне диэлектрика. В этих точках пространства поляризация отсутствует ( $\mathbf{P} = 0$ ) и автоматически  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0$ .

При не слишком сильных полях в соответствии с (10.7) вектор поляризации пропорционален напряженности поля и

$$\mathbf{P} = \kappa \epsilon_0 \mathbf{E}. \quad (11.3)$$

Из (11.2) и (11.3) окончательно находим, что

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{1 + 4\pi k_0 \kappa \epsilon_0} = \frac{\mathbf{E}_0}{\epsilon}. \quad (11.2a)$$

По определению вектора электростатической индукции (5.3) имеем

$$\boxed{\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon \frac{\mathbf{E}_0}{\epsilon}}. \quad (11.4)$$

Сопоставляя (11.4) с (11.2), мы можем окончательно записать:

$$\boxed{\mathbf{D} = \epsilon_0 \left( \mathbf{E} + \frac{k_0}{\epsilon_0} 4\pi \mathbf{P} \right)}. \quad (11.5)$$

Вне диэлектрика

$$\boxed{\mathbf{P} = 0 \text{ и } \mathbf{D}_{\text{вак}} = \epsilon_0 \mathbf{E}}. \quad (11.6)$$

Определение вспомогательного вектора  $\mathbf{D}$  (11.5) является более общим, чем (5.3). При нелинейной зависимости  $\mathbf{P}$  от  $\mathbf{E}$  уравнение (11.3) становится чисто формальным, так как тогда диэлектрическую восприимчивость  $\kappa$  и связанную с ней относительную диэлектрическую проницаемость

$$\epsilon = 1 + k_0 \cdot 4\pi \kappa \quad (11.7)$$

следует считать сложными функциями величины напряженности поля  $E$ . Соотношение же (11.5) остается справедливым при любом сколь угодно сложном законе зависимости  $\mathbf{P}$  от  $\mathbf{E}$ .

Внесем в электрическое поле  $\mathbf{E}_0$ , созданное внешними зарядами, кусок диэлектрика не в виде плоскопараллельной пластинки, а имеющий более сложную форму. Тогда дополнительное поле  $\mathbf{E}'$ , создаваемое диэлектриком, уже не будет сосредоточено внутри него, как в случае плоскопараллельной пластиинки, и выйдет наружу.

## Суммарное поле

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' \quad (11.8)$$

изменится не только внутри диэлектрика, но и снаружи его. Источниками этого суммарного поля являются не только внешние, но и поляризационные заряды. Поэтому линии вектора напряженности поля будут начинаться и кончаться не только на внешних, но и на поляризационных зарядах, а на границах диэлектрика, где сосредоточены последние, число линий вектора  $\mathbf{E}$  будет скачкообразно меняться.

Рассмотрим небольшой участок поверхности диэлектрика на границе его с вакуумом. Вектор поляризации диэлектрика на этом участке обозначим через  $P$ . Поверхностная плотность поляризационных зарядов  $\sigma'$  будет равна, как и в случае пластиинки, величине  $P$ . Расчленим, как показано на рис. 1.48, суммарное поле  $\mathbf{E}$  на поле  $\mathbf{E}'$ , создаваемое поверхностными поляризационными зарядами, и поле  $\mathbf{E}_0$ , создаваемое всеми остальными зарядами (как внешними, так и расположенным на противоположном конце диэлектрика).

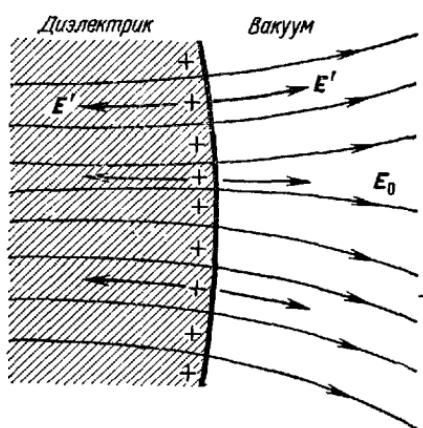


Рис. 1.48.

На расстояниях, малых от поверхности, можно считать ее плоской и вычислять  $\mathbf{E}'$  для бесконечной плоскости, заряженной с поверхностью плотностью  $\sigma' = P$ . Линии этого поля будут перпендикулярны к поверхности и по обе стороны от нее направлены в противоположные стороны. В соответствии с (7.14) справа, в вакууме,

$$E' = \frac{k_0}{\epsilon_0} \cdot 2\pi\sigma' = \frac{k_0}{\epsilon_0} \cdot 2\pi P, \text{ а слева, в диэлектрике, } E' = -\frac{k_0}{\epsilon_0} \cdot 2\pi P.$$

Поэтому суммарное поле в диэлектрике  $E_{\text{диэл}}$  у самой границы раздела будет меньше, чем суммарное поле в вакууме  $E_{\text{вак}}$  с противоположной стороны этой границы, на величину  $\frac{k_0}{\epsilon_0} \cdot 4\pi P_{\text{диэл}}$ , т. е.

$$E_{\text{вак}} = E_{\text{диэл}} + \frac{k_0}{\epsilon_0} \cdot 4\pi P_{\text{диэл}}. \quad (11.9)$$

Умножим обе части этого равенства на электрическую постоянную  $\epsilon_0$ . Тогда получим:

$$\epsilon_0 E_{\text{вак}} = \epsilon_0 \left( E_{\text{диэл}} + \frac{k_0}{\epsilon_0} \cdot 4\pi P_{\text{диэл}} \right). \quad (11.10)$$

В вакууме поляризация отсутствует,  $\epsilon = 1$  и в соответствии с (11.5) и (5.3)

$$\epsilon_0 E_{\text{вак}} = D_{\text{вак}} \quad (11.11)$$

В диэлектрике согласно (11.5)

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \left( E_{\text{диэл}} + \frac{k_0}{\epsilon_0} \cdot 4\pi P_{\text{диэл}} \right) &= \epsilon_0 \left( 1 + \frac{k_0}{\epsilon_0} \cdot 4\pi \chi \epsilon_0 \right) E_{\text{диэл}} = \\ &= \epsilon_0 \epsilon E_{\text{пизл}} = D_{\text{диэл}}. \end{aligned} \quad (11.12)$$

Из (11.9) следует, что на границе диэлектрика, вследствие наличия поляризационных зарядов,

$$E_{\text{вак}} \neq E_{\text{диэл}}, \quad (11.13)$$

но

$$D_{\text{вак}} = D_{\text{диэл}}. \quad (11.14)$$

При выводе соотношений (11.9) и (11.14) мы предполагали, что линии поля и направление вектора поляризации перпендикулярны к границе раздела. В общем случае, когда линии поля не перпендикулярны к границе раздела, соотношение (11.14) остается справедливым лишь для нормальных составляющих вектора  $D$ :

$$D_{n, \text{вак}} = D_{n, \text{диэл}}. \quad (11.15)$$

На границе двух диэлектриков с различными диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  при наличии внешнего поля возникают поляризационные заряды разного знака с различными поверхностными плотностями  $+σ_1$  и  $-σ_2$  (см. рис. 1.49). Дополнительное поле, создаваемое этими зарядами, перпендикулярно поверхности, поэтому нормальные составляющие полей  $E_1$  и  $E_2$  в обеих средах у границы раздела различны, а касательные составляющие одинаковы, т. е.

$$E_{t1} = E_{t2}, \quad (11.16)$$

как это изображено на чертеже.

Векторы электростатической индукции в обеих средах соответственно равны

$$D_1 = \epsilon_0 \epsilon_1 E_1 \quad \text{и} \quad D_2 = \epsilon_0 \epsilon_2 E_2. \quad (11.17)$$

Аналогично рассмотренному выше случаю границы диэлектрик — вакуум нормальная составляющая вектора индукции на границе

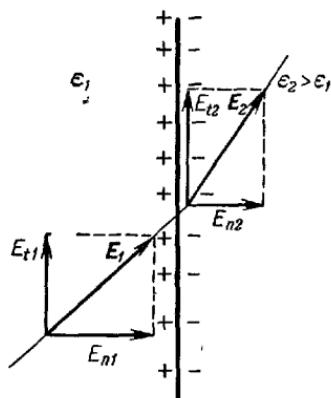


Рис. 1.49.

двоих диэлектриков остается непрерывной:

$$D_{n1} = D_{n2}. \quad (11.18)$$

Из (11.17) и (11.18) следует, что

$$\epsilon_1 E_{n1} = \epsilon_2 E_{n2}. \quad (11.19)$$

На рис. 1.49 изображен случай, когда  $\epsilon_2 > \epsilon_1$ . При этом  $E_{n2} < E_{n1}$  и линии вектора  $\mathbf{E}$  при переходе через границу раздела преломляются, отклоняясь от перпендикуляра к границе раздела.

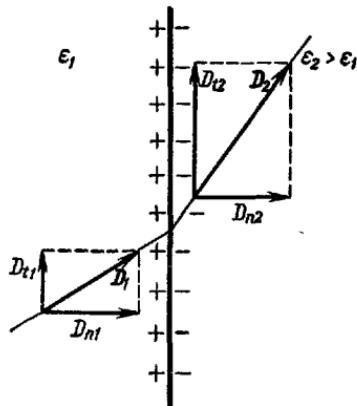


Рис. 1.50.

Из (11.16) и (11.17) следует, что

$$\frac{D_{t1}}{\epsilon_1} = \frac{D_{t2}}{\epsilon_2} \quad (11.20)$$

при  $\epsilon_2 > \epsilon_1$  и  $D_{t2} > D_{t1}$ . При переходе через границу раздела из диэлектрика с меньшим значением  $\epsilon$  в диэлектрик с большим значением  $\epsilon$  нормальная составляющая вектора  $\mathbf{D}$  остается неизменной, а касательная увеличивается, так что линии индукции преломляются под таким же углом, как и линии напряженности поля (см. рис. 1.50).

Таким образом, при переходе через границу раздела двух диэлектриков изменяется не только вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$ , но и вектор электростатической индукции  $\mathbf{D}$ . Однако поток индукции через произвольную площадку  $\Delta S$  на границе раздела, равный по определению (5.11)

$$\Delta N = D_n \Delta S, \quad (11.21)$$

с обеих сторон поверхности на основании (11.18) остается неизменным. Следовательно, число линий индукции, переходящих через границу, не меняется. Поэтому теорема Гаусса (6.4) остается справедливой для вектора  $\mathbf{D}$  в самом общем случае при наличии в поле диэлектриков любой формы и размеров.

## § 12. Электрическая емкость проводников

Зарядим уединенный проводник, сообщив ему некоторый заряд  $q$ . Этот заряд распределится по поверхности так, чтобы напряженность поля внутри проводника равнялась нулю (см. § 9). Для нахождения электрического поля, создаваемого заряженным проводником в про-