

В гауссовой системе ток выражается в СГС единицах,  $w_0$  — числом витков на 1 см длины соленоида,  $H$  — в э,  $k = 1/c$  и формула (33.15) принимает вид

$$H_{\text{сол}} = \frac{4\pi}{c} I w_0. \quad (33.17)$$

В системе СИ ток выражается в а,  $w_0$  — в числе витков на 1 м длины соленоида,  $H$  — в а/м,  $k = 1/4\pi$  и формула (33.15) принимает вид

$$H_{\text{сол}} = I w_0 \frac{a}{m}. \quad (33.18)$$

Благодаря рационализации ( $k = \frac{1}{4\pi}$ ) в системе СИ для однородного поля множитель  $4\pi$  исчезает.

На практике предпочитают иногда измерять ток в амперах, а величины  $w_0$  и  $H$  — в единицах СГС. Тогда формулу (33.15) можно записать в виде

$$H(\varrho) = 0,4\pi I w_0 \text{ ампер-витков на сантиметр.} \quad (33.19)$$

Формула (33.15) справедлива для достаточно длинного соленоида ( $D \ll l$ ) вдали от его краев. При приближении к концам соленоида линии вектора  $\mathbf{H}$  начинают расходиться и величина напряженности поля падает.

Подобный краевой эффект отсутствует у соленоида, свитого в кольцо (так называемого тороида), показанного на рис. 3.29. При этом все магнитное поле сосредоточивается внутри соленоида и линии вектора  $\mathbf{H}$  представляют собой замкнутые концентрические окружности. Выбирая одну из таких окружностей за контур обхода и применяя теорему о циркуляции, легко доказать, что при том же условии  $D \ll l$  напряженность магнитного поля в тороиде рассчитывается по прежней формуле (33.15). Длину тороида  $l$  при этом следует считать по средней линии, пренебрегая небольшим различием между длинами внутренней и внешней окружностей кольца.

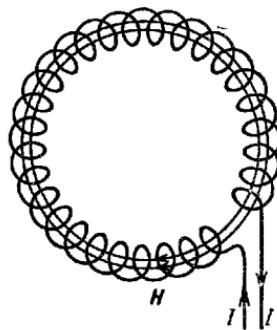


Рис. 3.29

### § 34. Поток вектора магнитной индукции. Магнитные цепи

Поток вектора магнитной индукции вводится так же, как и поток вектора электростатической индукции (см. § 5).

В поле магнитной индукции  $\mathbf{B}$  через площадку  $dS$  с единичной нормалью  $\mathbf{n}$  проходит поток магнитной индукции или просто

магнитный поток  $d\Phi$ , равный, по определению:

$$d\Phi = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) dS = B \cos(\mathbf{n}, \hat{\mathbf{B}}) dS \quad (34.1)$$

(рис. 3.30). Замечая, что  $B \cos(\mathbf{n}, \hat{\mathbf{B}})$  есть проекция вектора  $\mathbf{B}$  на направление нормали  $\mathbf{n}$ , получим

$$d\Phi = B_n dS. \quad (34.2)$$

Из (34.2) следует, что магнитный поток является скаляром. Считая положительной стороной площадки ту, из которой выходит вектор нормали  $\mathbf{n}$ , мы видим, что если линии индукции выходят из этой стороны площадки, то угол  $\alpha = (\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{n})$  острый,  $\cos \alpha > 0$

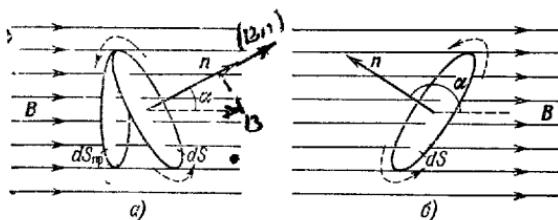


Рис. 3.30

и магнитный поток положителен (рис. 3.30, а). В противоположном случае, когда линии индукции входят в положительную сторону площадки, угол  $\alpha = (\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{n})$  тупой,  $\cos \alpha < 0$  и магнитный поток отрицателен (рис. 3.30, б).

Так, если площадка  $dS$  перпендикулярна к линиям магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , могут иметь место два случая: векторы  $\mathbf{n} \uparrow \mathbf{B}$ , тогда  $\cos(\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{n}) = 1$  и  $d\Phi = B dS$ ; векторы  $\mathbf{n} \uparrow \mathbf{B}$ , тогда  $\cos(\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{n}) = -1$  и  $d\Phi = -B dS$ . Что касается направления  $\mathbf{n}$ , то в случае незамкнутой поверхности оно связывается с выбранным направлением обхода по кривой, ограничивающей поверхность по правилу правого винта. На рис. 3.30 выбранное направление обхода показано пунктирными стрелками.

Для вычисления магнитного потока, пронизывающего произвольную криволинейную поверхность  $S$  в неоднородном магнитном поле, следует эту поверхность мысленно разбить на бесконечно малые площадки  $dS$ , которые можно считать плоскими и в пределах которых поле практически однородно. Для каждой из таких площадок элементарный магнитный поток  $d\Phi$  рассчитывается по формуле (34.2). Полный же магнитный поток  $\Phi$  через всю поверхность  $S$  равен алгебраической сумме элементарных потоков, т. е.

представляет собой интеграл по поверхности  $S$ :

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (34.3)$$

Рассмотрим замкнутую поверхность (рис. 3.31). В этом случае поверхность не имеет границы — контура, с направлением обхода которого можно было бы связать направление нормали к точкам поверхности. Здесь можно исходить из другого критерия.

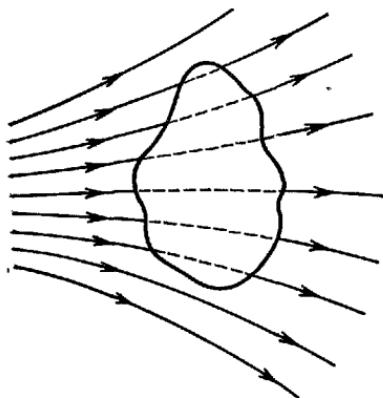


Рис. 3.31.

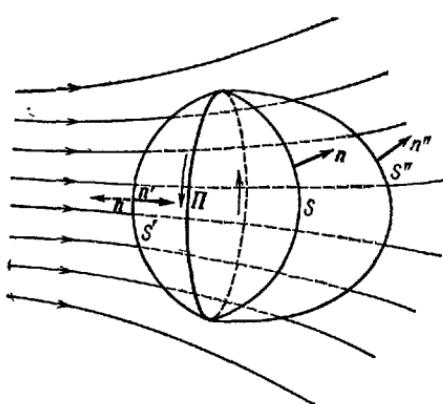


Рис. 3.32

Если мы хотим, как и в электростатике, присвоить потоку выходящему (изнутри поверхности наружу) положительный знак, а входящему — отрицательный, то следует (как и там) пользоваться единичной внешней нормалью к рассматриваемой поверхности (рис. 3.32). Поскольку линии магнитной индукции не имеют источников и являются замкнутыми, число линий, входящих с одной стороны поверхности, в точности равно числу линий, выходящих с другой ее стороны, и сумма (34.3) равна нулю:

$$\oint B_n dS = 0, \quad (34.4)$$

т. е. магнитный поток через замкнутую поверхность тождественно равен нулю.

Выделим в магнитном поле произвольный замкнутый контур  $\Pi$  и построим произвольную поверхность  $S$ , опирающуюся на этот контур (рис. 3.32). Ее будет пронизывать магнитный поток. Но на контур  $\Pi$  может опираться любая другая поверхность  $S'$ ,  $S''$  и т. д. Легко видеть, что магнитный поток через любую из этих поверхностей один и тот же — он равен магнитному потоку, пронизывающему  $\Pi$ .

Формально это следует из того, что любая поверхность, например  $S'$ , образует вместе с  $S$  замкнутую поверхность, к которой применим результат (34.4). Для этого нужно только нормаль  $n'$  к поверхности  $S'$ , определенную направлением обхода вокруг  $\Pi$  (показанному на рисунке), заменить обратной нормалью  $n$ , показанной пунктиром, с тем чтобы эта нормаль, как и  $n$ , на поверхности  $S$  была внешней к получившемуся замкнутому объему. Разбивая (34.4) на два интеграла по  $S$  и  $S'$ , имеем

$$\oint_{S+S'} B_n ds = \int_{S'(n)} B_n dS + \int_{S(n)} B_n dS = 0.$$

Переходя в первом интеграле от нормали  $n$  к  $n'$ , мы меняем тем самым знак этого интеграла, откуда следует

$$\int_{S(n)} B_n dS = \int_{S'(n')} B_n dS,$$

что и доказывает сделанное утверждение.

О линиях индукции (напряженности) или потоке индукции (напряженности), пронизывающих произвольную поверхность  $S$ , натянутую на контур  $\Pi$ , мы будем говорить, что они сцеплены с контуром  $\Pi$ . Согласно сказанному выше поток индукции, сцепленный с контуром  $\Pi$ , не зависит от формы поверхности, натянутой на этот контур и пронизываемой потоком.

Таким образом, любая замкнутая линия  $\Pi$  в магнитном поле сцеплена с вполне определенным магнитным потоком  $\Phi$ . Величина этого потока рассчитывается по формуле

$$\Phi_\Pi = \int_{S_n} B_n dS, \quad (34.5)$$

где интегрирование производится по любой поверхности, опирающейся на контур  $\Pi$ .

Из (34.1) определяются единицы магнитного потока: в гауссовой системе такой единицей является максвелл (мкс):

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ мкс} &= 1 \text{ гс} \cdot 1 \text{ см}^2, \\ \text{в системе СИ — вебер (вб)} & \frac{1 \text{ вб}}{1 \text{ в.сек}} = 1 \text{ в.сек} = 1 \text{ вб} \end{aligned} \right\} \quad (34.6)$$

связь между ними:

$$1 \text{ вб} = 10^4 \text{ гс} \cdot 10^4 \text{ см}^2 = 10^8 \text{ мкс}. \quad (34.7)$$

Введение вектора магнитной индукции  $B$  и магнитного потока  $\Phi$  позволяет сравнительно просто рассчитывать магнитные цепи,

содержащие элементы с различными сечениями и магнитными проницаемостями. Рассмотрим для примера простейшую магнитную цепь, состоящую из кольцеобразного сердечника с узким воздушным зазором (рис. 3.33). Магнитное поле создается током  $I$  в обмотке сердечника, имеющей  $w$  витков. Проведем показанную на рисунке штрих-пунктиром замкнутую линию, охватывающую все токи. Часть этой линии  $I_c$  проходит внутри сердечника, а часть  $I_b$  — в воздушном зазоре. Тогда по закону полного тока (33.11) — (33.13)

$$\oint H_l dl = k \cdot 4\pi w. \quad (34.8)$$

Обозначим магнитную проницаемость материала сердечника через  $\mu_c$  и магнитную проницаемость воздуха через  $\mu_b$ . Поле внутри сердечника и в воздушном зазоре будем считать однородным, т. е. пренебрежем некоторым рассеянием линий индукции. Последние непрерывны, и величина  $B$  в сердечнике и зазоре практически одинакова. Напряженности же поля в сердечнике  $H_c$  и в зазоре  $H_b$  различны и равны соответственно

$$H_c = \frac{B}{\mu_c \mu_0} \text{ и } H_b = \frac{B}{\mu_b \mu_0}. \quad (34.9)$$

Следовательно,

$$\oint H_l dl = H_c I_c + H_b I_b = B \left( \frac{I_c}{\mu_c \mu_0} + \frac{I_b}{\mu_b \mu_0} \right) \quad (34.10)$$

и из (34.8) и (34.10) имеем

$$B = k \mu_0 \frac{4\pi w}{\frac{I_c}{\mu_c} + \frac{I_b}{\mu_b}}. \quad (34.11)$$

В отсутствие воздушного зазора, если его заполнить тем же материалом, из которого сделан сердечник, магнитная индукция равна

$$B_0 = k \mu_0 \frac{4\pi w}{\frac{I_c}{\mu_c} + \frac{I_b}{\mu_c}}. \quad (34.12)$$

Так как сердечники катушек делаются обычно из ферромагнитных материалов, у которых  $\mu_c \gg \mu_b$ , то из сравнения (34.11) и (34.12) видно, что  $B < B_0$ , т. е. наличие воздушного зазора ослабляет магнитное поле во всей катушке. Чтобы этого не происходило, длина воздушного промежутка должна быть очень мала по

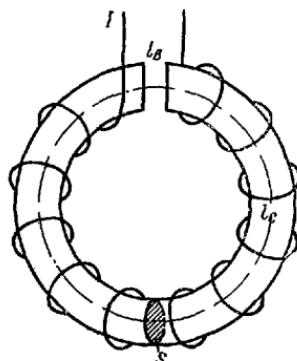


Рис. 3.33.

сравнению с длиной сердечника и должна удовлетворять неравенству

$$\frac{l_b}{\mu_b} \ll \frac{l_c}{\mu_c}, \quad \text{т. е. } l_b \ll \frac{\mu_b}{\mu_c} l_c \ll l_c. \quad (34.13)$$

Умножив обе части равенства (34.11) на площадь поперечного сечения сердечника  $S$ , можно привести его к виду

$$\Phi = BS = k \frac{4\pi Iw}{\frac{1}{\mu_c \mu_0 S} \frac{l_c}{l_b} + \frac{1}{\mu_b \mu_0 S}}, \quad (34.14)$$

где  $\Phi$  — магнитный поток, пронизывающий сердечник и воздушный зазор.

Равенство (34.14) по внешнему виду напоминает закон Ома для постоянного тока  $I$ , идущего под действием электродвижущей силы  $E$  через цепь из двух линейных проводников с длинами  $l_1$  и  $l_2$ , удельными проводимостями  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  и сечением  $S$ :

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{E}{\frac{1}{\gamma_1 S} l_1 + \frac{1}{\gamma_2 S} l_2}, \quad (34.15)$$

где  $R_1 = \frac{1}{\gamma_1 S} l_1$  и  $R_2 = \frac{1}{\gamma_2 S} l_2$  — электрические сопротивления этих проводников, а  $R = R_1 + R_2$  — полное сопротивление всей цепи. По аналогии с (34.15) соотношение (34.14) называют законом Ома для магнитной цепи.

Величина

$$k \cdot 4\pi Iw = E_m, \quad (34.16)$$

создающая магнитный поток  $\Phi$ , называется намагничивающей или магнитодвижущей силой. Величины

$$R_{m.c} = \frac{1}{\mu_c \mu_0 S} l_c \quad \text{и} \quad R_{m.v} = \frac{1}{\mu_b \mu_0 S} l_b \quad (34.17)$$

называются соответственно магнитными сопротивлениями сердечника и воздушного зазора, а их сумма

$$R_m = R_{m.c} + R_{m.v} \quad (34.18)$$

— полным магнитным сопротивлением цепи при последовательном соединении.

При введенных обозначениях закон Ома для магнитной цепи (34.14) принимает вид

$$\Phi = \frac{E_m}{R_m} = \frac{E_m}{R_{m.c} + R_{m.v}}. \quad (34.19)$$

Для расчета сложных разветвленных магнитных цепей применяются правила, аналогичные используемым для разветвленных

электрических цепей правилам Кирхгофа. В узлах, где сходятся несколько магнитопроводов, выполняется первое правило Кирхгофа

$$\sum_i \Phi_i = 0, \quad (34.20)$$

т. е. алгебраическая сумма магнитных потоков, сходящихся в узел, равна нулю.

Для замкнутых участков магнитной цепи, содержащих несколько магнитодвижущих сил  $\mathcal{E}_{m,i} = k \cdot 4\pi I_f \omega_i$  и несколько магнитных сопротивлений  $R_{m,i} = \frac{1}{\mu_i \mu_0 S_i} \frac{l_i}{l}$ , которые пронизываются соответствующими магнитными потоками  $\Phi_i$ , выполняется второе правило Кирхгофа

$$\sum_i \Phi_i R_{m,i} = \sum_i \mathcal{E}_{m,i} \quad (34.21)$$

— алгебраическая сумма произведений магнитных потоков на магнитные сопротивления последовательных участков замкнутого контура равна алгебраической сумме магнитодвижущих сил в этом контуре.

Для примера на рис. 3.34 приведен разветвленный контур, состоящий из электромагнита и якоря с воздушными зазорами. Как указывалось выше, при рассмотрении предыдущего примера, по мере уменьшения воздушного зазора уменьшается магнитное сопротивление цепи и возрастают магнитные потоки, магнитная индукция и намагниченность сердечника и якоря. Вследствие этого по мере приближения якоря к электромагниту резко возрастают силы притяжения между ними.

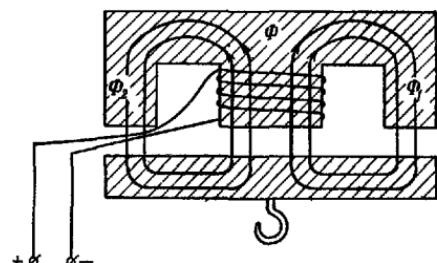


Рис. 3.34.

### § 35. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

Проводник с током, помещенный в магнитное поле, испытывает пондеромоторную силу. При перемещении проводника с током поле производит работу. Для вычисления этой работы рассмотрим линейный проводник длиной  $l$  с током  $I$ , перемещающийся в однородном магнитном поле  $\mathbf{B} = \text{const}$ . Расположение деталей прибора изображено на рис. 3.35, а; схема поля, тока, сил и перемещений приведена на рис. 3.35, б. Вектор  $\mathbf{B}$  перпендикулярен к плоскости чертежа и направлен за эту плоскость, что изображено на чертеже крестиками. На элемент тока  $l$  действует со стороны магнитного поля,