

Отношение числа витков  $\frac{w_2}{w_1}$ , показывающее, во сколько раз э. д. с. во вторичной обмотке трансформатора больше, чем в первичной, называется коэффициентом трансформации. Применяя закон сохранения энергии и пренебрегая потерями, мы можем написать, что мощность тока во вторичной обмотке практически равна мощности в первичной:

$$e_2 i_2 \approx e_1 i_1. \quad (43.18)$$

При  $\frac{w_2}{w_1} > 1$  мы имеем *повышающий трансформатор, увеличивающий напряжение и понижающий величину тока*. Такое преобразование параметров переменного тока необходимо для снижения потерь в проводах при передаче электроэнергии на большие расстояния. Передаваемая мощность  $W = \overline{I^2}$  (черта означает среднее за период). Потери на джоулево тепло при данном сопротивлении сети  $R$  составляют  $\Delta W = \overline{R^2 I^2}$ . Поэтому уменьшение потерь связано с уменьшением тока  $I$  в сети, что при данном  $W$  возможно за счет увеличения  $\frac{w_2}{w_1}$ .

При электросварке в электрической дуге необходимо получать большие токи при сравнительно низких напряжениях. Поэтому электросварочные агрегаты подключают к сети с помощью понижающих трансформаторов, у которых  $\frac{w_2}{w_1} < 1$ .

#### § 44. Самоиндукция. Вихревые токи

Ток  $i$  в замкнутом контуре создает вокруг себя магнитное поле, пропорциональное току. Поэтому магнитный поток  $\Phi$ , сцепленный с контуром, тоже прямо пропорционален току  $i$ . Вводя соответствующий коэффициент пропорциональности  $L$ , можно записать

$$\Phi = k' L i, \quad (44.1)$$

где величина  $L$  носит название *коэффициента самоиндукции, или просто индуктивности контура*. Из этого соотношения следует, что *индуктивность контура равна магнитному потоку, сцепленному с контуром, когда ток, создающий этот поток, равен единице*.

Единицы измерения  $L$ , естественно, те же, что и для  $M$ : в системе СИ — гн, а в системе СГС — см.

Индуктивность соленоида с числом витков  $w$  может быть получена из следующих простых соображений. При изменении потока вектора индукции через соленоид в нем возникает э. д. с. совершенно независимо от того, обусловлен этот поток электрическим током в этом же соленоиде или же поток связан с другими токами.

Следовательно, действие соленоида на себя должно быть таким же, как и действие на другой, вполне ему подобный и пронизываемый тем же магнитным потоком соленоид.

Но эта задача уже была решена нами при рассмотрении взаимной индуктивности двух обмоток трансформатора. Теперь нужно лишь приравнять числа витков в обоих катушках. Полагая поэтому в (43.11)  $w_1 = w_2 = w$ , находим

$$L_{\text{сол}} = \frac{k}{k'} \cdot 4\pi\mu_0 \frac{w^2 S}{l}. \quad (44.2)$$

При изменении тока  $i$  в контуре будет меняться связанный с контуром магнитный поток и возникнет э. д. с. самоиндукции, равная

$$\mathcal{E}_{\text{самоинд}} = -k' \frac{d\Phi}{dt} = -k'^2 L \frac{di}{dt}. \quad (44.3)$$

Знак минус в этом выражении показывает, что наличие индуктивности ( $L \neq 0$ ) приводит к замедлению изменения тока в нем.

Действительно, если ток возрастает со временем, то

$$\frac{di}{dt} > 0,$$

а значит,

$$\mathcal{E}_{\text{самоинд}} < 0,$$

т. е.  $\mathcal{E}_{\text{самоинд}}$  направлено против тока и тормозит его возрастание, обусловленное внешним источником.

При уменьшении тока  $i$  со временем,

$$\frac{di}{dt} < 0,$$

и, следовательно,

$$\mathcal{E}_{\text{самоинд}} > 0.$$

В этом случае  $\mathcal{E}_{\text{самоинд}}$  тормозит уменьшение тока, вызванное сторонними причинами (в том числе и сопротивлением контура).

Таким образом, наличие индуктивности в электрическом контуре приводит к тому, что контур приобретает своеобразную электрическую инертность, которая выражается в том, что любое изменение тока тормозится, притом тем сильнее, чем больше индуктивность контура  $L$ .

Как следует из формулы (44.3), если в контуре течет постоянный по величине ток, то индуктивность контура никак не проявляется ( $di/dt = 0$ , следовательно,  $\mathcal{E}_{\text{самоинд}} = 0$ ).

Остановимся на нескольких важных для дальнейшего примерах, в которых мы будем пользоваться записью в системе единиц СИ.

Рассмотрим контур, состоящий из индуктивности  $L$ , источника э. д. с.  $\mathcal{E}_0$  и ключа  $K$ , с помощью которого можно выключать э. д. с., не разрывая цепи (рис. 3.70), с общим сопротивлением (включая внутреннее сопротивление источника)  $R$ . Пусть э. д. с. включается в цепь в момент  $t = t_0$ . Из-за наличия индуктивности ток в контуре установится не сразу. При возрастании тока возникнет э. д. с. индукции, которая, согласно правилу Ленца, будет направлена против тока, т. е. против включенной э. д. с.  $\mathcal{E}_0$ . Следовательно, по закону Ома

$$iR = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{самоинд}} = \\ = \mathcal{E}_0 - L \frac{di}{dt}. \quad (44.4)$$

Перепишем это уравнение в виде

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{\mathcal{E}_0}{L}. \quad (44.5)$$

Представим теперь  $i$  в виде суммы

$$i = \frac{\mathcal{E}_0}{R} + i^*, \quad (44.6)$$

так что

$$\frac{di}{dt} = \frac{di^*}{dt}. \quad (44.7)$$

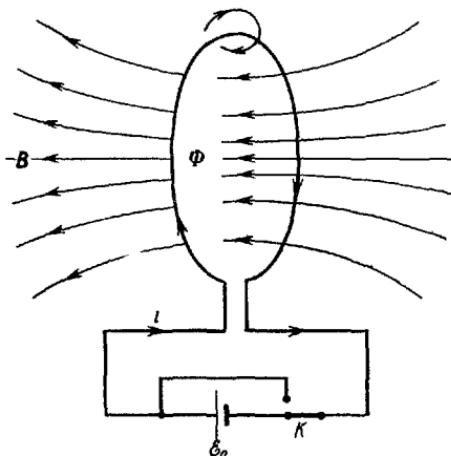


Рис. 3.70

Подставляя эти значения  $i$  и  $di/dt$  (44.5), находим, что  $i^*$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{di^*}{dt} + \frac{R}{L} i^* = 0. \quad (44.8)$$

Разделяя переменные и интегрируя с учетом начальных условий ( $i = 0$ , т. е.  $i^* = -\mathcal{E}_0/R$  при  $t = t_0$ ), находим

$$\int_{-\mathcal{E}_0/R}^{i^*} \frac{di^*}{i^*} = -\frac{R}{L} \int_{t_0}^t dt,$$

откуда

$$\ln \frac{i^*}{-\mathcal{E}_0/R} = -\frac{R}{L} (t - t_0),$$

или окончательно

$$i^* = -\frac{\mathcal{E}_0}{R} e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)}. \quad (44.9)$$

Подставляя это значение  $I^*$  в (44.6), находим  $i$ :

$$i = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)} \right). \quad (44.10)$$

При  $t$ , близком к  $t_0$ , функция  $e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)}$  близка к единице и убывает с ростом  $t$ . Следовательно, функция  $\left( 1 - e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)} \right)$ , равная при  $t=t_0$  нулю, с ростом  $t$  увеличивается, а значит, и ток  $i$  растет с  $t$ . При  $t \rightarrow \infty$  функция  $e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)} \rightarrow e^{-\infty} = 0$  и ток стремится к значению  $\mathcal{E}_0/R$ , отвечающему закону Ома. График зависимости  $i$  от времени приведен на рис. 3.71.

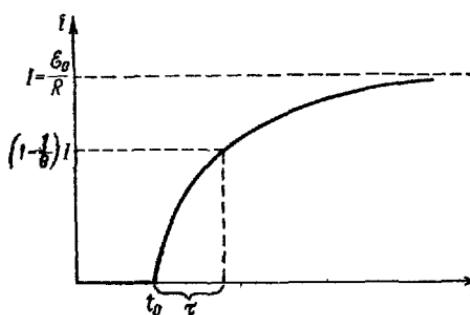


Рис. 3.71.

Наличие индуктивности в контуре, как уже отмечалось, приводит к возникновению электрической инерции: установившийся ток отвечает закону Ома, но ток устанавливается не сразу, а постепенно. На установившийся, постоянный по величине ток  $i = \mathcal{E}_0/R$  индуктивность не действует:  $dI/dt = 0$ , и э. д. с. индукции не возникает.

Закоротим теперь в момент  $t=t_0$  контур, выключив из него э. д. с.  $\mathcal{E}_0$ . Обозначим сопротивление контура без источника э. д. с. через  $r$ . Ток начнет убывать, а возникающая при этом э. д. с. индукции, согласно правилу Ленца, будет направлена по току. Следовательно, по закону Ома

$$ri = -L \frac{di}{dt}. \quad (44.11)$$

Разделяя переменные и интегрируя с учетом начальных условий ( $i = \frac{\mathcal{E}_0}{R} = I = \text{const}$  при  $t \leq t_0$ ), имеем

$$\int \frac{di}{i} = -\frac{r}{L} \int_{t_0}^t dt, \quad (44.12)$$

откуда

$$\ln \frac{i}{I_0} = -\frac{r}{L} (t - t_0),$$

или окончательно

$$i = I_0 e^{-\frac{r}{L}(t-t_0)}. \quad (44.13)$$

Таким образом, в момент выключения  $\mathcal{E}_0$ , при  $t=t_1$ ,  $I=I_1$ , а затем постепенно, с ростом  $t$ , убывает, стремясь к нулю. И в этом случае наличие  $L$  обуславливает инертность контура. График  $i(t)$  приведен на рис. 3.72.

Оценим скорость установления тока (после включения или выключения). Через время после включения в контур э. д. с.  $\tau = t - t_1$ , равное

$$\tau = \frac{L}{R},$$

ток отличается от своего уставившегося значения в  $e^{-1} = \frac{1}{2,72}$  раза, а через  $2\tau$  — в  $e^{-2} = \frac{1}{(2,72)^2}$  раза. Таким образом, грубо говоря, время установления тока можно принять равным по порядку величины  $\tau = L/R$ .

Представим себе теперь, что мы не закорачиваем, а размыкаем контур, содержащий индуктивность, в котором в момент размыкания течет ток  $I = \mathcal{E}_0/R$ . Для простоты положим, что сопротивление контура  $r$  стремится к бесконечности ( $r = \infty$  означает, что контур разомкнут). Тогда (44.11) дает

$$-L \frac{di}{dt} = rI \rightarrow +\infty.$$

Так как  $r \rightarrow \infty$ , то  $\frac{di}{dt} \rightarrow -\infty$ , т. е. ток будет убывать весьма быстро. Но при этом возникающая в контуре э. д. с. индукции  $-L \frac{di}{dt}$  будет достигать по абсолютной величине громадных значений, много больших, чем напряжение выключенной э. д. с.  $\mathcal{E}_0$ . Подставляя значение  $i$  из (44.13) в (44.11), найдем, что э. д. с. самонинд в контуре (при  $t > t_1$ ) равна

$$\mathcal{E}_{\text{самоннд}} = -L \frac{di}{dt} = r \frac{\mathcal{E}_0}{R} e^{-\frac{r}{L}(t-t_1)}. \quad (44.14)$$

Таким образом, до выключения  $\mathcal{E}_0$  э. д. с., действующая в контуре, равна  $\mathcal{E}_0$ . В момент выключения при  $t=t_1$  появляется на короткое время  $\Delta t \approx L/r$  э. д. с. самониндукции:

$$\mathcal{E}_{t=t_1} = \mathcal{E}_0 \frac{r}{R} \gg \mathcal{E}_0. \quad (44.15)$$

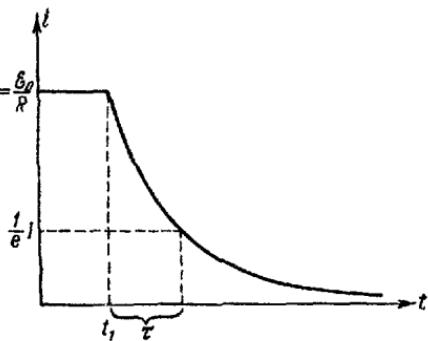


Рис. 3.72.

График э. д. с. в контуре до и после момента выключения  $\mathcal{E}_0$  показан на рис. 3.73.

Из сказанного следует важный практический вывод: контур, содержащий индуктивность, нельзя резко размыкать. Если он расчетан на рабочее напряжение  $\mathcal{E}_0$ , то при резком размыкании

возникающие в нем большие  $\mathcal{E}_{\text{самоинд}}$  могут привести к пробою изоляции и порче электроприборов. Сопротивление в такой контур надо вводить постепенно, с тем чтобы  $\mathcal{E}_{\text{самоинд}}$  не превысила дозволенных значений. Опасным может быть и резкое включение  $\mathcal{E}_0$ , что может вызвать на отдельных участках контура недопустимо большие  $\mathcal{E}_{\text{самоинд}}$ .

Ток в контуре после выключения внешней э. д. с.  $\mathcal{E}_0$ , обусловленный самоин-

дукцией контура, называется экстратоком размыкания. Его легко наблюдать в простой схеме с лампочкой (рис. 3.74). Большая индуктивность с малым омическим сопротивлением включена параллельно с электрической лампочкой большого сопротивления и низковольтной батареей. При замыкании ключа  $K$  лампочка не загорается, так как э. д. с.  $\mathcal{E}_0$  мала. Но в индуктивности  $L$  устанавливается сильный ток. При размыкании ключа индуктивность окажется замкнутой на большое сопротивление, э. д. с. индукции резко возрастет, и лампочка вспыхнет.

До сих пор мы рассматривали индукционные токи в линейных проводниках. Но эти токи будут возникать и в толще сплошных проводников при изменении в них потока вектора индукции  $\mathbf{B}$ . Они будут циркулировать в веществе проводника (напомним, что линии напряженности  $\mathbf{E}_{\text{инд}}$  замкнуты, так как поле  $\mathbf{E}_{\text{инд}}$  вихревое). Токи, вызванные полями индукции, носят название вихревых токов или токов Фуко. Если в трансформаторе (рис. 3.69) сделать сердечник сплошным, то часть мощности, подаваемой на первичную обмотку, будет расходоваться на вихревые токи, а в конечном счете — на нагревание сердечника. Мощность, снимаемая со вторичной обмотки трансформатора, ока-

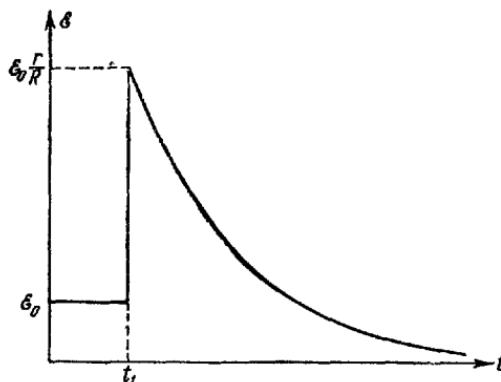


Рис. 3.73.

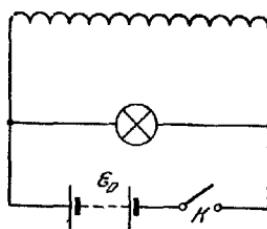


Рис. 3.74.

жется меньшей, а нагревание трансформатора может привести к аварии.

Для борьбы с вредным влиянием вихревых токов сердечники трансформаторов, электромагнитов, генераторов и электродвигателей делают не сплошными, а набирают из отдельных листов (рис. 3.69) или прутьев, изолированных друг от друга так, чтобы сопротивление сердечника в направлении движения вихревых токов было максимальным. В последнее время для изготовления сердечников начинают широко применять новые материалы — ферромагнитные полупроводники, называемые ферритами, с удельным сопротивлением  $\rho \approx 10^{-4} \div 10^5 \text{ ом} \cdot \text{м}$  и достаточно большими значениями  $\mu$ .

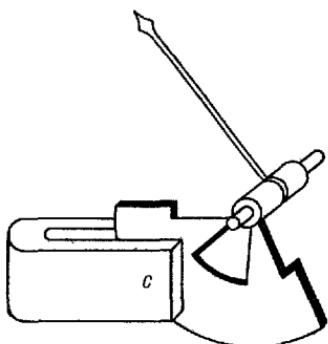


Рис. 3.75.

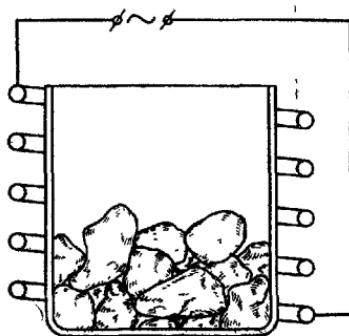


Рис. 3.76

Вихревые токи имеют также и полезные применения. Приведем два примера: на рис. 3.75 изображен медный маятник, прикрепленный к стрелке какого-либо прибора. При колебаниях стрелки маятник перерезает линии индукции между полюсами магнита, и в маятнике возникают вихревые токи. Энергия этих токов берется за счет уменьшения энергии механического движения маятника и быстро переходит в тепло. Такая система часто применяется для быстрого электромагнитного гашения (демпфирования) механических колебаний различных приборов.

Индукционные вихревые токи используются в специальных электропечах, позволяющих вести плавку не только в отсутствие посторонних веществ, способных загрязнить металл, но даже в вакууме. Этот способ плавки позволяет получать исключительно чистые металлы и сплавы. Индукционная печь (рис. 3.76) представляет собой тигель, помещенный внутрь катушки, в которой пропускается ток высокой частоты. Вихревые токи возникают в самом веществе, предназначенном для плавки, и разогревают его.

В проводах, по которым идут токи высокой частоты, также возникают вихревые токи, существенно меняющие картину распределения плотности тока на различных расстояниях от оси проводника. При этом вихревые токи текут по оси проводника против направления основного тока, на поверхности его — в том же направлении. Таким образом, результирующий ток по оси проводника ослабляется, а на поверхности — усиливается. Чем больше частота тока, тем меньше толщина поверхностного слоя, в котором текут заметные токи. Это явление получило название скин-эффекта (от английского слова skin — кожа, кожура). В силу скин-эффекта проводники в высокочастотных схемах не имеет смысла делать сплошными. Для уменьшения сопротивления нужно увеличивать их поверхность, а не сечение, т. е. изготавливать проводники в виде трубок. В электропечах этим обстоятельством пользуются, охлаждая трубы катушки, по которым идет ток высокой частоты, с помощью воды, циркулирующей внутри трубок.

В. П. Вологдин использовал токи высокой частоты для поверхностной закалки деталей машин. В мощном переменном поле поверхностные слои металла разогреваются очень быстро, но основная масса металла остается холодной. Затем производится быстрое охлаждение разогретой поверхности металла (погружением в воду или в масло). Закаленная таким способом деталь имеет твердую поверхность, но не становится хрупкой, так как металл под тонким поверхностным слоем сохраняет свою вязкость. Достигнуть таких результатов с помощью обычной закалки трудно. Меняя частоту поля, можно производить закалку на любую необходимую глубину. Этот метод закалки деталей ныне широко применяется в промышленности.

### § 45. Энергия магнитного поля

Рассмотрим произвольный контур с индуктивностью  $L$ . В отсутствие тока в окружающем пространстве нет магнитного поля, и магнитный поток, сцепленный с контуром, равен нулю. Когда через контур течет ток  $i$ , то с контуром сцеплен магнитный поток

$$\Phi = k'L i. \quad (45.1)$$

При изменении тока на  $di$  магнитный поток меняется на величину

$$d\Phi = k'L di. \quad (45.2)$$

Как было показано в § 35, для изменения магнитного потока на  $d\Phi$  необходимо совершить работу

$$dA = k'i d\Phi. \quad (45.3)$$

Эта работа идет на увеличение запаса энергии  $W$  контура с током