

§ 50. Скорость распространения электромагнитных полей

Рассматривавшиеся в предыдущих главах электромагнитные поля были в основном связаны с их источниками. Электростатические поля (главы I—III) были связаны с зарядами, магнитостатические (главы VII, VIII, X)—с токами. Эти поля могли перемещаться вместе со всеми источниками, не отрываясь от них. В главе IX и в § 49 настоящей главы мы установили, что с движущимся магнитным полем связано электрическое поле, а с движущимся электрическим полем—магнитное поле. Уравнения, выражющие взаимосвязь движущихся полей E и B , представлены формулами (49.18) и (49.19); однако для дальнейшего интегральное выражение этой взаимосвязи неудобно. Следует получить выражения, связывающие поля E и B и скорость их перемещения v в любой точке пространства.

Одно такое выражение мы получили в § 41 при выводе индуктированного электрического поля E' из лоренцовой силы. Если магнитное поле B движется со скоростью v_B относительно неподвижного заряда, помещенного в данную точку, то оно создает в этой точке индуктированное электрическое поле, равное согласно (41.20)

$$E' = -\frac{1}{c} [v_B \times B]. \quad (50.1)$$

Ограничимся сначала случаем распространения полей в вакууме, т. е. положим $\epsilon = \mu = 1$, $D = E$ и $B = H$. Тогда

$$E' = -\frac{1}{c} [v_H \times H]. \quad (50.2)$$

Далее, согласно (49.5) электрическое поле E , движущееся со скоростью v_E , порождает в данной точке магнитное поле

$$H' = \frac{1}{c} [v_E \times E]. \quad (50.3)$$

В соотношениях (50.2) и (50.3) источники полей присутствуют, так сказать, косвенно: скорость v_H поля H есть скорость порождающих это поле токов, а v_E есть скорость заряда—источника поля E .

Поставим теперь следующий вопрос. Не могут ли поля E' и H' взаимно порождаться и, следовательно, существовать и двигаться независимо от полей E и H , связанных с зарядами и токами?

Предположим, что такое электромагнитное поле возможно. Тогда скорость перемещения обоих взаимосвязанных полей должна быть одной и той же:

$$v_E = v_H = v. \quad (50.4)$$

В уравнении (50.2) магнитное поле, связанное с токами, надо заменить полем H' , а в (50.3) поле E — полем E' . Мы получим, таким образом, два уравнения, связывающих взаимно порождаемые поля E' и H' :

$$E' = -\frac{1}{c} [v \times H'] = \frac{1}{c} [H' \times v] \quad (50.5)$$

и

$$H' = \frac{1}{c} [v \times E']. \quad (50.6)$$

Поскольку вектор, выражаемый векторным произведением, всегда перпендикулярен к обоим перемножаемым векторам, то из (50.5) и (50.6) следует, что векторы E' и H' перпендикулярны друг к другу и к вектору v , указывающему направление распространения этих полей. Далее, из знаков векторных произведений следует, что все три вектора образуют правовинтовую систему в порядке расположения $E' \rightarrow H' \rightarrow v$, как это изображено на рис. 3.97.

Из взаимной перпендикулярности этих векторов следуют соотношения для синусов углов между ними:

$$\sin(\widehat{v, E'}) = \sin(\widehat{H', v}) = \sin \frac{\pi}{2} = +1, \quad (50.7)$$

что дает для абсолютных значений векторов E' и H' , определяемых из (50.5) и (50.6), значения

$$E' = \frac{1}{c} H' v \quad (50.8)$$

и

$$H' = \frac{1}{c} v E'. \quad (50.9)$$

Подставляя H' из (50.9) в (50.8) и сокращая на E' , находим, что $\frac{v^2}{c^2} = 1$, или

$$v = c \quad (50.10)$$

(направление v было уже определено, см. рис. 3.97).

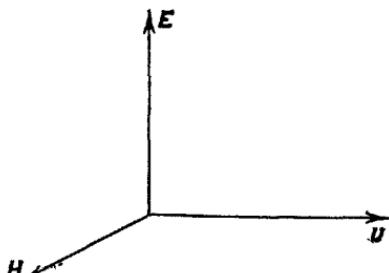


Рис. 3.97.

Таким образом, мы доказали, что величина скорости распространения свободного (не связанного с зарядами и токами) электромагнитного поля, называемого полем излучения, равна скорости света в вакууме $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек. Этот результат позволил Максвеллу высказать предположение о том, что свет есть частный случай распространяющегося электромагнитного поля.

Отметим еще две важные особенности поля излучения. Из рис. 3.97 видно, что

$$\mathbf{E}' \perp \mathbf{v} \text{ и } \mathbf{H}' \perp \mathbf{v}, \quad (50.11)$$

т. е. векторы \mathbf{E}' и \mathbf{H}' всегда расположены поперек направления распространения. Это значит, что *электромагнитное поле излучения поперечно*.

Подставляя значение v в (50.8) или в (50.9) из (50.10), получаем

$$\mathbf{E}' = \mathbf{H}', \quad (50.12)$$

т. е. в каждой точке поля излучения напряженности электрического и магнитного полей по величине равны друг другу. Естественно, что это соотношение выполняется лишь в гауссовой системе единиц, в которой размерности E и H одинаковы.

Для поля излучения, распространяющегося в однородном изотропном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ , скорость распространения излучения v_d будет иной и соотношения величин \mathbf{E}' и \mathbf{H}' (50.5) и (50.6) заменятся соответственно на

$$\mathbf{E}' = -\frac{1}{c} [\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}'] = -\frac{\mu}{c} [\mathbf{v}_d \times \mathbf{H}'] \quad (50.13)$$

и

$$\mathbf{H}' = \frac{1}{c} [\mathbf{v}_d \times \mathbf{D}'] = \frac{\epsilon}{c} [\mathbf{v}_d \times \mathbf{E}']. \quad (50.14)$$

Взаимная ориентация векторов $\mathbf{E}'(\mathbf{D}')$, $\mathbf{H}'(\mathbf{B}')$ и \mathbf{v}_d останется, следовательно, такой же, как и в вакууме. Останется в силе и вывод о поперечности электромагнитного поля. Используя значения синусов (50.11), получаем для величин векторов \mathbf{E}' и \mathbf{H}' из (50.13) и (50.14)

$$\mathbf{E}' = \frac{\mu v_d}{c} \mathbf{H}' \quad (50.15)$$

и

$$\mathbf{H}' = \frac{\epsilon v_d}{c} \mathbf{E}'. \quad (50.16)$$

Подставляя значение \mathbf{E}' из (50.15) в (50.16) и сокращая на \mathbf{H}' , находим

$$\frac{\epsilon \mu v_d^2}{c^2} = 1,$$

откуда

$$v_d = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}. \quad (50.17)$$

В диэлектриках величина ϵ всегда больше единицы. Величина μ в парамагнитных и ферромагнитных телах также больше единицы, так что

$$\epsilon\mu > 1; \quad (50.18)$$

для диамагнитных тел величина μ может быть меньше единицы, однако, настолько мало отличаясь от нее, что неравенство (50.18) остается в силе. Таким образом, *скорость распространения электромагнитного поля в веществе всегда меньше, чем в вакууме.*

Подставляя выражение для скорости (50.17) в (50.15) или (50.16), находим, что при наличии среды соотношение между величинами напряженности электрического и магнитного полей принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\epsilon E'} &= \sqrt{\mu H'} \\ \epsilon E'^2 &= \mu H'^2 \end{aligned} \right\} \quad (50.19)$$

Плотность энергии электромагнитного поля излучения, в соответствии с (45.14) и при учете (50.19), может быть представлена одним из нескольких эквивалентных выражений:

$$\begin{aligned} W_0 &= W_{0, \text{эл}} + W_{0, \text{магн}} = \frac{\epsilon E'^2 + \mu H'^2}{8\pi} = \\ &= \frac{\epsilon E'^2}{4\pi} = \frac{\mu H'^2}{4\pi} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu} E' H'}{4\pi} \frac{\text{эрз}}{\text{см}^3}. \end{aligned} \quad (50.20)$$

Перемещаясь в пространстве со скоростью $v_d = c/\sqrt{\epsilon\mu}$, электромагнитное поле переносит с собой эту энергию. Поток энергии можно характеризовать введенным в томе I (гл. XV, § 61) вектором Умова

$$\mathbf{S} = W_0 \mathbf{v}_d, \quad (50.21)$$

величина которого, в соответствии с (50.20) и (50.17), равна

$$\mathbf{S} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu} E' H'}{4\pi} \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{4\pi} E' H' \frac{\text{эрз}}{\text{см}^2 \text{сек}}. \quad (50.22)$$

Вектор \mathbf{S} (как и \mathbf{v}) параллелен векторному произведению $[\mathbf{E}' \times \mathbf{H}']$. Поскольку $\mathbf{E}' \perp \mathbf{H}'$, то

$$|[\mathbf{E}' \times \mathbf{H}']| = E' H',$$

и окончательное выражение для вектора плотности потока энергии примет вид

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}' \times \mathbf{H}']. \quad (50.23)$$

Это выражение для электромагнитного поля излучения было выведено Пойнтингом.

Движущееся электромагнитное поле переносит с собой энергию, плотность которой W_0 , эл.-магн определяется соотношением (50.20). Согласно теории относительности это поле обладает массой, которая (см. т. I, § 9) распределена в пространстве с плотностью

$$Q = \frac{W_0}{c^2} \frac{\epsilon}{cm^3}. \quad (50.24)$$

Наличие массы, а следовательно, и количества движения у электромагнитного поля проявляется, например, при «столкновении» его с телами, т. е. при отражении и рассеянии излучений. Наличие этих качеств у поля излучения приводит к существованию светового давления, предсказанного впервые Максвеллом и обнаруженного экспериментально Лебедевым.

В отличие от других форм материи поле излучения не может находиться в состоянии покоя. Оно всегда движется, причем скорость его в пустоте может принимать по величине лишь одно значение, именно c . Эта скорость одна и та же во всех системах отсчета, независимо от их относительного движения. Опытный факт, показывающий, что к движению поля излучения закон сложения скоростей не применим, лежит в основе теории относительности (см. т. III, гл. VIII).

В остальном полю излучения присущи такие же атрибуты, как и другим видам материи: оно обладает энергией, массой, количеством движения. В этом томе мы рассматриваем его как непрерывную материальную субстанцию. В томе III будет показано, что такое рассмотрение является лишь приближением к истинной картине поля и что многие величины, характеризующие поле, меняются не непрерывно, а скачкообразно (см. т. III, гл. X).

Следует отметить, что в соотношениях (50.13)–(50.20) величины ϵ и μ можно принимать постоянными и равными их значениям для статических полей E и B лишь в тех случаях, когда поле излучения медленно меняется со временем (в случае периодических полей — для полей малой частоты). Действительно, ϵ и μ характеризуют смещения зарядов ($P = \chi E$) и ориентацию магнитных диполей ($J = \chi H$) вещества под действием внешнего поля. Эти процессы происходят не мгновенно, но требуют некоторого времени для своего установления.

В переменных полях E' и H' вследствие инерции движущихся зарядов изменения поляризации P и намагничения J будут отставать от изменения полей и степень этого отставания будет существенно зависеть от частоты изменения E' и H' . Величины ϵ и μ являются довольно сложными функциями частоты электромагнитного поля излучения. К этому вопросу мы еще вернемся в томе III при анализе взаимодействия света с веществом и, в частности, при

рассмотрении явления, называемого дисперсией света, т. е. зависимости скорости его распространения $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ от частоты.

Переменное электромагнитное поле отражается от поверхности металла. Если оно меняется во времени не слишком быстро, то под его влиянием электроны на поверхности металла перемещаются так, что напряженность электрического поля внутри металла оказывается равной нулю. Но если внутри металла электрическое поле E' равно нулю, то равно нулю и связанное с ним магнитное поле H' . Из закона сохранения энергии следует, что энергия падающего на металл поля излучения не может исчезнуть. Часть энергии излучения (обычно малая) переходит в джоулево тепло, которое выделяется токами, вызванными на поверхности металла полем излучения. Большая же часть энергии излучения покидает поверхность металла с отраженным излучением.

Формально мы можем рассматривать металл как диэлектрик, в котором заряды могут смещаться сколь угодно далеко, т. е. как диэлектрик с бесконечно большой поляризуемостью, и положить

$$\epsilon_{\text{мет}} = \infty. \quad (50.25)$$

Подставляя это значение ϵ в выражение для скорости распространения излучения (50.17), найдем

$$v_{\text{мет}} = \frac{c}{\sqrt{\mu\infty}} = 0. \quad (50.26)$$

Для распространения электромагнитного поля излучения внутри металла следует сделать те же оговорки, что и для диэлектрика. При очень большой частоте изменения поля, соответствующей частоте колебаний рентгеновых лучей и γ -лучей радиоактивных веществ, свободные электроны не успеют сколько-нибудь заметно сместиться за время, пока колеблющееся поле E' изменит свое направление на противоположное. Для таких частот даже в металле $\epsilon \rightarrow 1$, и такое излучение должно распространяться в металле так же, как излучение более низкой частоты распространяется в диэлектрике. Действительно, рентгеновы лучи пронизывают большие толщи диэлектриков и металлов, распространяясь в них со скоростью, близкой к скорости распространения света в вакууме.

Внутри замкнутой металлической полости электромагнитное поле излучения может существовать в виде стоячих волн, наподобие стоячих волн воздуха в акустических резонаторах (см. том I, § 59). Как и акустические волны, стоячие электромагнитные волны могут обладать дискретным спектром возможных частот (длин волн). Наибольшая возможная длина волны (наименьшая возможная частота) определяется из условия, чтобы между стенками полости резонатора укладывалась половина волны. Обозначая расстояние между

стенками через I , имеем

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\lambda}{2}, \\ v &= \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda} = \frac{a}{2l}. \end{aligned} \right\} \quad (50.27)$$

Полые металлические резонаторы, в которых возбуждаются стоячие электромагнитные волны (см. § 52), сейчас широко применяются в ультракоротковолновой (деки- и сантиметровой) радиотехнике (радиолокация, телевидение, радиоспектроскопия, ускорители заряженных частиц и т. д.).

§ 51. Колебательный контур

Как мы видели в начале предыдущего параграфа, электромагнитное поле излучения E' и H' создается полями E и H , связанными с движущимися зарядами и токами. Поля E и H очень быстро убывают с удалением от их источников, по крайней мере обратно пропорционально квадрату расстояния (законы Кулона и Био—Савара—Лапласа). Индукированные же поля E' и H' и на больших расстояниях от источника взаимно порождаются и полностью отрываются от первоначально породивших их зарядов и токов.

Таким образом, любой ускоренно движущийся заряд или изменяющийся ток порождает распространяющееся от него во все стороны электромагнитное поле излучения. Огромное значение и многочисленные практические применения этого излучения (радиоволны, свет, рентгеновы лучи и т. д.) требуют создания таких излучающих систем, в которых поддерживалось бы длительное переменное движение зарядов и токов, а значит, длительное излучение электромагнитных волн. Простейшей такой системой является электрический колебательный контур.

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L . Пусть вначале цепь разомкнута, а на обкладках конденсатора находятся заряды $\pm q_0$. При этом контур будет обладать энергией W , равной энергии заряженного конденсатора $W_{эл}$ (см. (13.5)):

$$W = W_{эл} = \frac{q_0^2}{2C}, \quad (51.1)$$

которая локализована в электрическом поле конденсатора (рис. 3.98, a). Положим для простоты, что сопротивление контура преубежимо мало, так что можно считать $R \approx 0$.

Замкнем контур ключом K . Конденсатор начнет разряжаться, но ток в контуре будет нарастать лишь постепенно вследствие