

показатель преломления призмы по соотношению

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_{\text{мин}} + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (5.16)$$

### § 6. Дисперсия света. Фазовая и групповая скорости

Переменное электромагнитное поле с любой частотой изменения со временем распространяется в вакууме с одной и той же скоростью  $c$ . Это относится, следовательно, и к видимому свету всех частот (длин волн). Каждой частоте колебаний  $\nu$  соответствует в вакууме вполне определенная длина волны

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu}. \quad (6.1)$$

Электромагнитная волна, колебания в которой происходят с одной строго постоянной частотой  $\nu$ , называется **монокроматической** («одноцветной»). Если монохроматическая волна попадает в какую-либо среду, то ее поле возбуждает вынужденные колебания связанных зарядов среды с той же самой частотой  $\nu$ . Колеблющиеся заряды создают вторичные электромагнитные волны опять-таки той же частоты  $\nu$ . Суммарная электромагнитная волна, распространяющаяся в среде, представляет собой наложение (суперпозицию) первичной и вторичных волн и имеет частоту  $\nu$ , равную частоте исходной волны, падавшей на данную среду, но изменяет свою амплитуду, фазу и скорость распространения  $v$ .

Как мы видели в I томе (§ 54), амплитуда и фаза вынужденных колебаний зависит от частоты вынуждающей силы  $\nu$ , точнее от ее отношения к частоте собственных колебаний системы  $\nu_0$ . В данной среде с определенными значениями  $\nu_0$ , монохроматические волны различной частоты будут создавать вынужденные колебания зарядов с амплитудой и фазой, зависящей от  $\nu$ . Соответственно различны будут амплитуды и фазы испускаемых при этом вторичных волн.

Следовательно, скорость распространения каждой волны будет зависеть от ее частоты:

$$v = f(\nu). \quad (6.2)$$

Поскольку, согласно макроскопической теории Максвелла,  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$  (т. II, § 50), то это означает, что и диэлектрическая проницаемость среды зависит от частоты колебаний внешнего электро-

магнитного поля  $\nu$ . Показатель преломления данной волны

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{f(\nu)} = \psi(\nu) \quad (6.3)$$

оказывается зависящим от частоты падающего света и длина волны в среде

$$\lambda_{\text{ср}} = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu} \frac{v}{c} = \frac{\lambda_0}{n} \quad (6.4)$$

меняется для каждой частоты в различное число раз.

Это явление — зависимость показателя преломления от частоты падающего света — носит название дисперсии света.

Преломленный свет сохраняет ту же частоту колебаний  $\nu$ , что и падающий, но изменяет скорость своего распространения  $v$ , показатель преломления  $n$  и длину волны  $\lambda$  в зависимости от конкретных свойств среды. Совокупность монохроматических волн различной частоты в пустоте будет двигаться совместно с одной и той же скоростью  $c$ . Попадая в какую-либо среду, они начнут двигаться с различными скоростями, по-разному преломляться и разойдутся по различным направлениям — будут диспергировать.

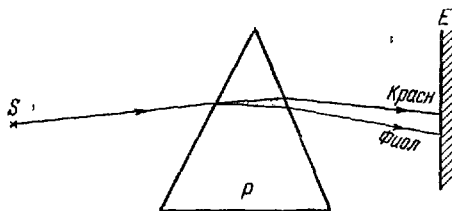


Рис. 1.27.

Опытное изучение явления дисперсии света впервые осуществил Ньютон в 1666 г., пропуская «белый» свет через призму. Пучок лучей от линейного источника света  $S$  (щель) направлялся на призму  $P$  и после отклонения падал на экран  $E$  (рис. 1.27). На экране при этом наблюдался спектр, т. е. широкая полоска, окрашенная в непрерывно чередующиеся цвета радуги — от красного до фиолетового. Согласно формуле (5.14), для тонкой призмы угол отклонения лучей  $\delta$  возрастает с увеличением показателя преломления  $n$ . Следовательно, наиболее отклоняющиеся фиолетовые лучи обладают меньшей скоростью распространения в стекле, чем менее отклоняющиеся красные.

Опытное изучение явления дисперсии света впервые осуществил Ньютон в 1666 г., пропуская «белый» свет через призму. Пучок лучей от линейного источника света  $S$  (щель) направлялся на призму  $P$  и после отклонения падал на экран  $E$  (рис. 1.27). На экране при этом наблюдался спектр, т. е. широкая полоска, окрашенная в непрерывно чередующиеся цвета радуги — от красного до фиолетового. Согласно формуле (5.14), для тонкой призмы угол отклонения лучей  $\delta$  возрастает с увеличением показателя преломления  $n$ . Следовательно, наиболее отклоняющиеся фиолетовые лучи обладают меньшей скоростью распространения в стекле, чем менее отклоняющиеся красные.

Если сравнить между собой спектры, получаемые от призм из разных материалов, то оказывается, что не только лучи одной и той же частоты отклоняются этими призмами на различный угол, но и ширина участков спектра, соответствующих одинаковому интервалу частот  $\nu_1 - \nu_2$ , будет, вообще говоря, различной. Это означает, что вещества отличаются не только показателями преломления, но и формой кривой зависимости его от частоты  $n = \psi(\nu)$ . Как говорят, разные материалы обладают различной дисперсией.

На рис. 1.28 приведен примерный ход кривой так называемой нормальной дисперсии для стекла в видимой области. Обычно показатель преломления  $n$  выражают в зависимости не от частоты  $\nu$ , а от длины волны данного света в пустоте  $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$ , как это показано на рисунке. Мерой дисперсии является уменьшение показателя преломления  $-\Delta n$  на определенном интервале длин волн  $\Delta\lambda$ . Отношение  $\frac{-\Delta n}{\Delta\lambda}$ , вообще говоря, различно в различных областях спектра. Как видно из рис. 1.28, для стекла в

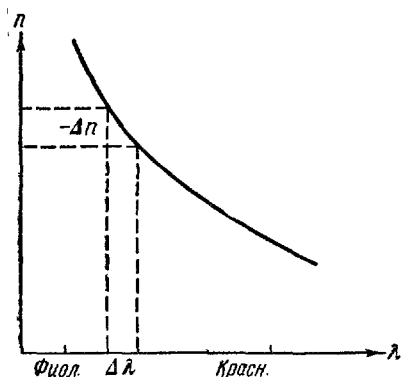


Рис. 1.28.

фиолетовой части спектра  $\frac{-\Delta n}{\Delta\lambda}$  больше, чем в красной, и одинаковый интервал длин волн  $\Delta\lambda$  будет после преломления стеклянной призмой пространственно более растянут в фиолетовой области. Призматические спектры поэтому являются неравномерными и степень этой неравномерности зависит от сорта стекла, из которого изготовлена призма.

Если продолжить кривую зависимости

$$n = \varphi(\lambda_0) \quad (6.5)$$

в область невидимых глазом ультрафиолетовых ( $\lambda < 400 \text{ нм}$ ) и инфракрасных ( $\lambda > 780 \text{ нм}$ ) лучей, то эта кривая будет немонотонной. Наряду с участками нормальной дисперсии, у которых  $\frac{-\Delta n}{\Delta\lambda} > 0$ , появятся и участки так называемой аномальной дисперсии, для которых

$$\frac{-\Delta n}{\Delta\lambda} < 0,$$

и с увеличением  $\lambda$  показатель преломления возрастает. Для ряда веществ подобная аномальная дисперсия наблюдается и в видимой области спектра.

Участки аномальной дисперсии наблюдаются вблизи резонанса, когда частота падающего света  $\nu$  приближается к одной из частот собственных колебаний  $\nu_i$  электрических зарядов в веществе. С увеличением частоты  $\nu$  и приближением ее к  $\nu_i$  амплитуда вынужденных колебаний этих зарядов резко возрастает, происходит сильное поглощение энергии первичной волны и задержка с ее обратным испусканием. Благодаря этой задержке средняя скорость

движения фотонов в среде  $v_{ср}$  сильно падает, а коэффициент преломления  $n = \frac{c}{v_{ср}}$  круто возрастает. При переходе за резонансную частоту ( $\nu > \nu_i$ ) амплитуда вынужденных колебаний круто падает, а фаза резко меняется на противоположную (т. I, § 54). Это приводит к уменьшению поглощения фотонов, возрастанию их средней скорости распространения и уменьшению показателя преломления на узком участке аномальной дисперсии (рис. 1.29). При дальнейшем уменьшении  $\lambda_0$  частота падающего света начинает приближаться к следующей резонансной частоте и показатель преломления вновь возрастает. Таким образом, широкие области нормальной дисперсии перемежаются в спектре данного вещества узкими участками аномальной дисперсии, соответствующими резонансным частотам.

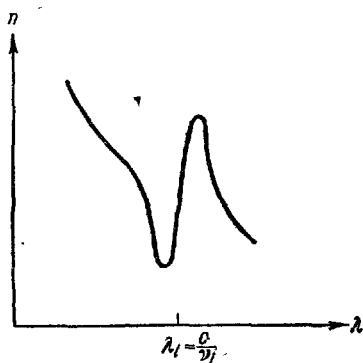


Рис. 1.29.

Наблюдение аномальной дисперсии позволяет определять собственные частоты колебаний атомов и расшифровать детали строения тел. В 1912 г. Д. С. Рождественский разработал интерференционный метод «крюков», позволивший точно измерять аномальную дисперсию паров и определить энергетические уровни электронов в атомах. Для понимания идеи этого метода представим себе, что уже разложенный в спектр белый свет (рис. 1.30)

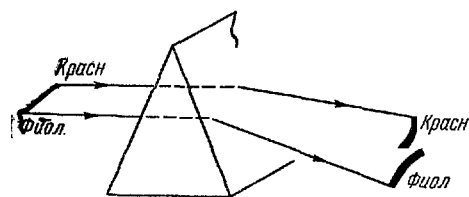


Рис. 1.30.

преломляется веществом и отклоняется вниз. Участки спектра с большим  $n$  отклоняются сильнее и на участке аномальной дисперсии форма отклоненного спектра воспроизводит кривую (6.5), как это показано на рис. 1.30.

Когда  $\nu$  близко к  $\nu_i$ , то амплитуда вынужденных колебаний электрических зарядов становится большой и часть поглощенной световой энергии, благодаря их взаимным столкновениям, не излучается обратно, а переходит в тепловую. Поэтому в области аномальной дисперсии происходит сильное поглощение и понижение прозрачности тел.

Очень короткие электромагнитные волны, соответствующие рентгеновским лучам ( $\lambda \approx 10^{-8}$  см), имеют очень высокую частоту, превышающую все резонансные частоты электрических зарядов в атомах, молекулах и кристаллах. Поэтому такие лучи почти не поглощаются веществом и свободно проходят сквозь большие

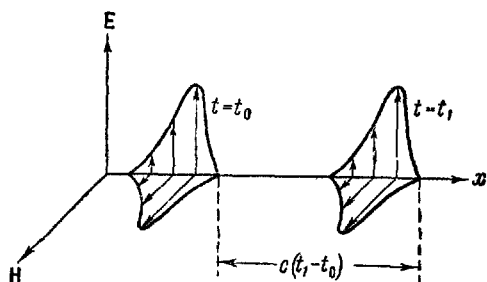


Рис. 1.31.

В вакууме любое переменное электромагнитное поле, будь то монохроматическая (синусоидальная) волна или суперпозиция нескольких волн, распространяется с одной и той же скоростью  $c$ . Сигнал в виде импульса электромагнитного поля, имеющий в момент  $t_0$  любую произвольную форму, будет перемещаться как единое целое и к моменту  $t_1$  все его участки переместятся на одно и то же расстояние  $\Delta x = c(t_1 - t_0)$  (рис. 1.31).

Иная картина будет наблюдаться при распространении электромагнитного поля в среде. Даже если импульс первоначально был очень узким, то по

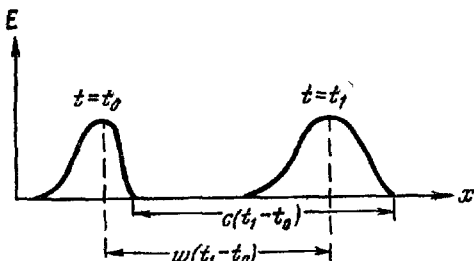


Рис. 1.32.

мере его передвижения и наложения на него вторичных волн, испускаемых возбужденными электрическими зарядами среды, этот импульс постепенно будет деформироваться и расплываться. Как видно из рис. 1.32, при этом возникает затруднение: что называть скоростью распространения импульса?

Очевидно, что начальный участок — фронт импульса — движется в среде, заряды которой еще не успели возбудиться, и распространяется как в вакууме, т. е. со скоростью  $c$ . Пока импульс еще не очень сильно деформиро-

толщи тел («просвечивают» тела). Соответственно этому скорость распространения рентгеновских лучей в веществе практически не отличается от скорости света в пустоте, и показатель преломления можно считать равным единице.

Наличие дисперсии приводит к тому, что понятие о скорости распространения электромагнитного поля в среде теряет свою простоту и однозначность.

вался и расплылся, можно ввести понятие о скорости перемещения максимальной его амплитуды, центра тяжести или основной части переносимой энергии. Все эти величины будут близки друг к другу и их можно объединить одним понятием — скорости сигнала  $a$ . На рис. 1.32 показано, что  $w < c$  (фронт волны, распространяющийся со скоростью  $c$ , всегда впереди «центра тяжести» волны) и лишь в вакууме (рис. 1.31) скорость любого электромагнитного сигнала равна скорости света в пустоте  $c$ , так как в силу отсутствия дисперсии сигнал вообще не деформируется и все его части перемещаются с одинаковой скоростью  $c$ .

Для материальной точки и понятие скорости ее движения, как отношения  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ , имело вполне определенное и однозначное значение. Из рассмотренных примеров видно, что для такого протяженного материального объекта, каковым является электромагнитное поле, понятие скорости перемещения поля имеет ограниченную применимость, поскольку за один и тот же промежуток времени  $\Delta t$  расстояния  $\Delta x$ , на которые перемещаются различные участки сигнала, могут быть разными.

Реальный электромагнитный сигнал представляет собой набор близких по частоте монохроматических волн с периодом, много меньшим общей продолжительности сигнала  $\tau$ , как это, например, изображено на рис. 1.33. Рассмотрим, что следует понимать под скоростью распространения такого периодического электромагнитного поля в среде.

Безгранично протяженная монохроматическая волна в среде описывается выведенным нами в т. I, § 55 уравнением луча (волны):

$$E = E_0 \sin \varphi = E_0 \sin 2\pi v \left( t - \frac{x}{v} \right). \quad (6.6)$$

Поверхности одинаковой фазы  $\varphi = \text{const}$  определяются из условия

$$t - \frac{x}{v} = \text{const}$$

или

$$x = vt + \text{const}', \quad (6.7)$$

и, следовательно, с течением времени  $t$  они перемещаются параллельно самим себе со скоростью

$$\frac{dx}{dt} = v. \quad (6.8)$$

Таким образом, величина  $v$ , входящая в уравнение волны (6.6), есть скорость перемещения поверхностей постоянной фазы и называется фазовой скоростью.

Для электромагнитных волн, распространяющихся в данной среде, как указывалось выше, наблюдается дисперсия, и  $v$  есть функция от  $\nu$  согласно (6.2). Поэтому если в среде распространяются две монохроматические волны с несколько различными частотами  $\nu_1$  и  $\nu_2$ , то скорости их распространения

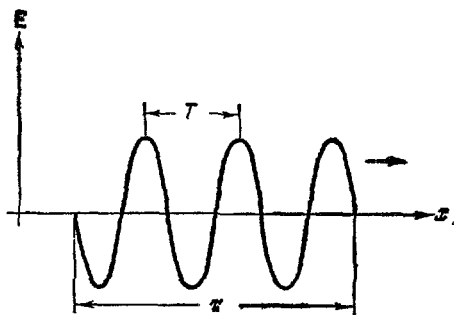


Рис. 1.33.

$v_1$  и  $v_2$  будут несколько различны. В этом случае суммарное поле (для простоты рассматриваем волны одинаковой амплитуды  $A$ ) будет равно

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = A \sin 2\pi\nu_1 \left( t - \frac{x}{v_1} \right) + A \sin 2\pi\nu_2 \left( t - \frac{x}{v_2} \right) = \\ &= 2A \cos \pi \left[ (\nu_1 - \nu_2) t - \left( \frac{\nu_1}{v_1} - \frac{\nu_2}{v_2} \right) x \right] \sin 2\pi \left[ \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} t - \frac{1}{2} \left( \frac{\nu_1}{v_1} + \frac{\nu_2}{v_2} \right) x \right] = \\ &= B(x, t) \sin 2\pi\nu \left( t - \frac{x}{v} \right), \quad (6.9) \end{aligned}$$

где через  $B(x, t)$  обозначена величина, сравнительно медленно меняющаяся со временем:

$$B(x, t) = 2A \cos \pi \left[ (\nu_1 - \nu_2) t - \left( \frac{\nu_1}{v_1} - \frac{\nu_2}{v_2} \right) x \right] \quad (6.10)$$

и представляющая собой амплитуду волны.

Частота самой волны  $\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$  — средняя арифметическая частот складывающихся волн, а  $v$  — соответственно ее средняя фазовая скорость. Наложение таких двух волн создает биения (т. I, § 53) и максимум амплитуды группы этих волн перемещается в пространстве согласно уравнению

$$\cos \pi \left[ (\nu_1 - \nu_2) t - \left( \frac{\nu_1}{v_1} - \frac{\nu_2}{v_2} \right) x \right] = \max = 1,$$

Отсюда получаем, что

$$x = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\frac{\nu_1}{v_1} - \frac{\nu_2}{v_2}} t = \frac{\Delta\nu}{\Delta\left(\frac{\nu}{v}\right)} t. \quad (6.11)$$

Уравнение (6.11) показывает, что максимум группы перемещается с постоянной скоростью  $\Delta\nu/\Delta\left(\frac{\nu}{v}\right)$ . Заменяя для малых разностей частот приращения дифференциалами и произведя простые преобразования, можно найти эту групповую скорость:

$$u = \frac{d\nu}{d\left(\frac{\nu}{v}\right)} = \frac{d\left(v \frac{1}{\lambda}\right)}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = v + \frac{1}{\lambda} \frac{dv}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (6.12)$$

Здесь скорость одиночной волны  $v$  рассматривается как функция ее длины  $\lambda$ . Если же перейти от скорости к показателю преломления  $n = \frac{c}{v}$ , то связь между групповой и фазовой скоростями может быть выражена в виде

$$u = \frac{v}{1 + \frac{\nu}{n} \frac{dn}{d\nu}}. \quad (6.13)$$

В области нормальной дисперсии  $\frac{dn}{dv} > 0$  и  $u < v$ . В области же аномальной дисперсии  $\frac{dn}{dv} < 0$  и  $u > v$ . Внутри полосы поглощения, где  $\frac{dn}{dv}$  очень велико, групповая скорость может принимать сколь угодно большие значения и даже становиться отрицательной. В последнем случае обе волны  $E_1$  и  $E_2$  будут двигаться вперед, а максимум амплитуды их биений — перемещаться в обратную сторону.

Еще сложнее оказываются соотношения при распространении сигнала, состоящего из длинного, но конечного цуга волн, изображенного схематически на рис. 1.33 при  $T \ll t$ , движущегося в диспергирующей среде. Самый передний край сигнала движется со скоростью  $c$ , как в вакууме. Основная часть его энергии переносится со скоростью сигнала  $\omega < c$ . Фазовая же скорость  $v$  в и у т р и с н г и а л а может быть, в зависимости от свойств диспергирующей среды, самой различной и даже превышать величину  $c$ .

С показателем преломления данной среды связана лишь фазовая скорость:

$$v = \frac{c}{n}. \quad (6.14)$$

Поэтому при аномальной дисперсии внутри полосы поглощения вполне возможно значение показателя преломления  $n$ , меньшее единицы. При этом фазовая скорость  $v > c$ , но скорость распространения всего сигнала в целом и его энергии не превышает скорость распространения света в вакууме.

Все сказанное ранее требует добавочных разъяснений. Согласно теории относительности (см. § 27), в природе невозможно движение тел, перенос энергии и вообще передача любого сигнала со скоростью, превышающей скорость света. В случае аномальной дисперсии  $n < 1$ , и фазовая скорость в среде больше  $c$ . Однако фазовая скорость дает лишь соотношение между  $v$  и  $\lambda$  в монохроматической волне, но не имеет смысла скорости распространения сигнала. Действительно, монохроматическая волна бесконечна в пространстве и имеет постоянную амплитуду. Чтобы передать с ней сигнал, необходимо сделать на ней «метку» — изменить в каком-либо месте ее амплитуду или частоту («амплитудная» или «частотная» модуляция в радиотехнике, см. т. II, § 54). Но в таком случае получится уже не монохроматическая волна, а пакет, и скорость распространения метки — сигнала — будет всегда меньше или равна  $c$ . При больших же по модулю значениях  $\frac{dn}{d\lambda}$ , когда групповая скорость может стать

больше  $c$ , само понятие групповой скорости, как скорости сигнала, теряет смысл, так как в силу большого значения дисперсии пакет чрезвычайно быстро расплывается. Точный анализ показывает, что в полном соответствии с требованиями теории относительности скорость сигнала (переноса энергии электромагнитной волной) никогда не превышает  $c$ .

Какая же скорость света в среде измерялась при применении методов, изложенных в § 2, послуживших для решения полуторавекового спора между волновой и корпускулярной теорией? Анализ показывает, что при любом методе измерения скорости света используются прерывистые сигналы конечной длины (зубчатое колесо, вращающееся зеркало и др.), дающие не вполне монохроматическую волну. Следовательно, во всех этих случаях измерялась не фазовая скорость  $v$ , входящая в соотношение (6.14), а групповая скорость  $u$ . Это тем более справедливо, что в опытах Физо и Фуко использовался белый свет, являющийся сам набором монохроматических волн различных цветов.

В вакууме, где нет дисперсии, эти обстоятельства не играют роли, поскольку там  $u = v = c$ . При измерении же скорости света в среде делается ошибка, величина которой зависит от дисперсии среды. Для воды при  $\lambda = 656 \text{ м}\mu$



$n_{589} = 1,33111$ ; при  $\lambda = 486$  нм  $n_{486} = 1,33712$  и при средней длине волны  $\lambda = 589$  нм  $n_{589} = 1,33295$ ,

$$\frac{\lambda}{n} \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} = \frac{589}{1,33295} \cdot \frac{-0,00601}{170} = -0,0156$$

и групповая скорость отличается от фазовой всего на 1,5%. Значительно большая разница оказывается для сероуглерода. Относительная дисперсия достигает в этом случае значения

$$\frac{\lambda}{n} \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} = \frac{589}{1,628} \cdot \frac{1,618 - 1,652}{656 - 486} = -0,073.$$

Измеряя отношение скоростей света в воздухе ( $n = 1,0003$ ) и сероуглероде, Майкельсон нашел значение  $\frac{c}{u} = 1,77$ , в то время как средний показатель

преломления в сероуглероде  $n = \frac{c}{v} = 1,63$ . Отсюда  $\frac{u}{v} = 0,92$ , что достаточно хорошо совпадает с отношением  $\frac{1}{1+0,073} = 0,93$ , рассчитанным по формуле (6 13).

---