

плоскости мы будем наблюдать в центре темное пятно, окруженное светлым кольцом, с последующими перемежающимися светлыми и темными кольцами (рис. 1.66, б). Передвинувшись в точку M_2 , мы изменим число зон Френеля, и в центре окажется светлое пятно, окруженное перемежающимися темными и светлыми кольцами.

Не следует думать, что для проявления таких дифракционных явлений размеры отверстия должны быть обязательно сравнимы с длиной световой волны. Произведем соответствующий расчет (рис. 1.67). Пусть радиус отверстия $OA=R$, а расстояние от точки наблюдения до центра отверстия $MO=h$.

Для получения дифракционной картины необходимо, чтобы в отверстии укладывались хотя бы две зоны Френеля, т. е. расстояние от M до края отверстия было

$$MA = h + 2 \frac{\lambda}{2}.$$

Из прямоугольного треугольника OAM тогда получаем

$$R^2 = (h + \lambda)^2 - h^2 = (2h + \lambda) \lambda \approx 2h\lambda$$

или

$$h = \frac{R^2}{2\lambda}. \quad (13.6)$$

При $R = 0,5 \text{ см}$ и $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ находим отсюда

$$h = \frac{0,25}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 0,025 \cdot 10^6 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ см} = 25 \text{ м}.$$

Рис. 1.67.

Иными словами, при диаметре отверстия в 1 см уже на расстоянии в несколько десятков метров будет наблюдаться ярко выраженная дифракционная картина и нельзя будет считать свет, прошедший через отверстие, распространяющимся прямолинейно.

§ 14. Дифракционная решетка. Дифракционные спектры

Рассмотренные в предыдущем параграфе примеры показывают, что дифракционная картина существенно зависит от длины волны света, огибающего препятствия. Поэтому в случае некогерентного (например, белого) света дифракционные максимумы интенсивности для различных длин волн пространственно разойдутся, возникнут дифракционные спектры. Эти дифракционные спектры имеют то существенное преимущество перед рассмотренными в § 6 призматическими спектрами (получаемыми вследствие дисперсии лучей в призме), что взаимное расположение цветов в них не зависит от свойств материалов, из которых изготавливаются экраны и щели, а определяется однозначно длинами волн излучения и геометрией прибора, следовательно, может быть рассчитано из простых геометрических соображений.

Получение и анализ спектров играют огромную роль в теоретической и прикладной оптике. Изучение спектров испускания и поглощения веществ позволяет установить энергетические уровни и тончайшие детали строения атомов (см. § 52). Знание же спектров атомов и молекул различных химических соединений позволяет проводить спектральный анализ, т. е. устанавливать состав исследуемых тел, в том числе и весьма удаленных от нас небесных тел.

Одним из наиболее распространенных приборов для получения спектров с помощью дифракции является дифракционная решетка. Дифракционные решетки бывают прозрачные и отражательные. Первые представляют собой последовательность параллельных щелей равной ширины, разделенных также равными по ширине непрозрачными промежутками. В отражательных решетках щели заменены зеркальными полосками.

Чаще всего применяются прозрачные решетки, в которых параллельные щели лежат в одной плоскости. Изучение этого прибора мы начнем с анализа основного его элемента, т. е. сначала рассмотрим дифракцию от одной щели.

Пусть плоская волна падает перпендикулярно на экран, в котором имеется длинная узкая щель шириной a (рис. 1.68). Когда фронт волны дойдет до щели и займет положение AB , то все его точки явятся новыми источниками волн, распространяющихся во все стороны вперед от щели.

Рассмотрим волны, распространяющиеся от точек плоскости AB в направлении, составляющем некоторый угол φ с первоначальным. При наблюдении их глазом, адаптированным на бесконечность (или через трубу), соответствующие лучи после преломления хрусталиком сойдутся в одну точку на сетчатке и будут интерферировать друг с другом. Можно также поставить линзу, параллельную плоскости AB , и тогда, как показано на том же рисунке, эти параллельные лучи после преломления сойдутся в некоторой точке M в фокальной плоскости линзы. Располагая в этой фокальной плоскости экран E , можно на нем наблюдать

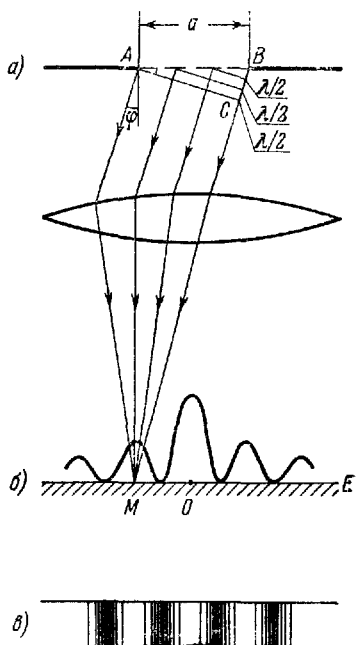


Рис. 1.68.

результат интерференции для волн, распространяющихся от щели под различными произвольными углами φ к первоначальному направлению.

Опустим из точки A перпендикуляр AC на направление выделенного пучка лучей. Тогда от плоскости AC и далее до фокальной плоскости E параллельные лучи не меняют своей разности хода. Разность хода, определяющая условия интерференции, возникает лишь на пути от исходного фронта AB до плоскости AC и различна для разных лучей.

Для расчета интерференции всех этих лучей применим метод зон Френеля. Для этого мысленно разделим линию BC на ряд отрезков длиной $\frac{\lambda}{2}$. На расстоянии $BC = a \sin \varphi$ уложится

$$z = \frac{a \sin \varphi}{\lambda/2} \quad (14.1)$$

таких отрезков. Проводя из концов этих отрезков линии, параллельные AC , до встречи их с AB , мы разобьем фронт волны в щели на ряд полосок одинаковой ширины. Эти полоски и являются в данном случае зонами Френеля, поскольку соответственные точки этих полосок являются источниками волн, доходящих по данному направлению до точки наблюдения M на экране с взаимной разностью хода $\frac{\lambda}{2}$.

Из приведенного построения следует, что волны, идущие от каждых двух соседних зон Френеля, приходят в точку M в противоположной фазе и гасят друг друга. Если при таком построении число зон окажется четным, $z = 2k$ (где k — целое число, не равное нулю), то каждая пара соседних зон взаимно погасит друг друга и при данном угле φ на экране будет минимум освещенности. Углы φ , соответствующие этим минимумам освещенности, находятся из условия:

$$a \sin \varphi_{\min} = 2k \frac{\lambda}{2}. \quad (14.2)$$

В промежутках между минимумами будут наблюдаться максимумы освещенности при углах φ , определяемых из условия

$$a \sin \varphi_{\max} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (14.3)$$

Для этих углов фронт AB разбивается на нечетное число зон Френеля $z = 2k + 1$ и одна из зон останется непогашенной. Амплитуда в этом случае будет составлять долю $\sim \frac{1}{2k+1}$, а интенсивность $\sim \frac{1}{(2k+1)^2}$ от суммарной амплитуды, создаваемой всеми зонами фронта AB .

Центральный максимум будет расположен в точке O против центра щели. По обе стороны от него интенсивность будет спадать до первого минимума, а затем подыметься до следующего максимума и т. д., как это изображено на рис. 1.68, б. На экране E будут наблюдаться, как это показано на рис. 1.68, в, перемежающиеся светлые и темные полосы с постепенными переходами между ними. Центральная полоса будет наиболее яркой, а освещенность боковых максимумов будет убывать от центра к периферии.

Ширина и число этих полос будут зависеть от отношения длины волны λ к ширине щели a . Действительно, так как предельное возможное значение синуса угла наблюдения φ равно единице, то максимальное возможное значение числа зон Френеля при наблюдении вдоль щели будет

$$z_{\max} = \frac{a}{\lambda/2}. \quad (14.4)$$

Если щель очень узкая, $a \ll \lambda$, то вся поверхность AB является лишь небольшой частью одной зоны и колебания от всех ее точек будут по любому направлению распространяться почти в одинаковой фазе. Условие минимумов (14.2) не сможет быть выполнено даже для самого меньшего значения $k = 1$ и во всех точках экрана будет свет. Такая щель является практически точечным (точнее, линейным) источником, и волна от нее будет распространяться практически одинаково во всех направлениях, как показано на рис. 1.69.

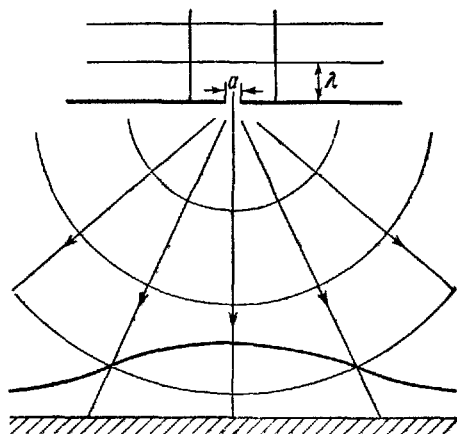


Рис. 1.69

Если щель очень широкая, $a \gg \lambda$, то уже первый минимум будет соответствовать очень малому отклонению от прямолинейного распространения под углом

$$(\varphi_1)_{\min} = \arcsin \frac{\lambda}{a} \approx \frac{\lambda}{a} \ll 1. \quad (14.5)$$

Следующий минимум будет при угле $(\varphi_2)_{\min} \approx 2 \frac{\lambda}{a}$ и т. д. В результате прохождения через такую широкую щель фронт волны принимает вид, показанный на рис. 1.70. Центральная часть волны будет практически плоской. Под очень малыми углами $(\varphi_1)_{\min}$

к первоначальному направлению распространения будут расположены узловые плоскости, а между ними слабые максимумы. На экране мы увидим геометрическое изображение щели, окайм-

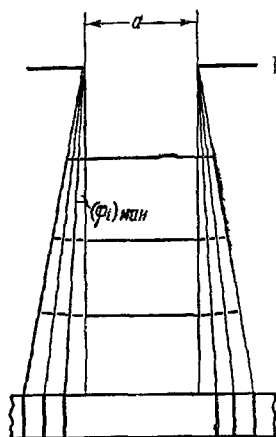


Рис. 1.70.

ленной по краям тонкими перемежающимися темными и светлыми полосками. Распределение интенсивности освещенности изображения с небольшими дифракционными максимумами по краям показано на рис. 1.71. Четко выраженные широкие дифракционные максимумы и минимумы будут наблюдаться лишь в промежуточном случае, когда ширина щели всего в несколько раз превышает длину волны и $z_{\text{макс}}$ порядка 3—5. При освещении щели монохроматическим светом дифракционные максимумы для различных цветов разойдутся. Как видно из (14.3), чем меньше λ , тем под меньшими углами расположены дифракционные максимумы. На рис. 1.72 сплошной линией показано распределение интенсивности наиболее коротких фиолетовых волн, а пунктирной линией — распределение интенсивности наиболее длинных красных волн. Как видно из рисунка, в центр экрана лучи всех цветов приходят совместно — если щель освещалась белым светом, то изображение в центре также будет белым (слегка красноватым по краям). Справа и слева от центрального максимума будут наблюдаться дифракционные спектры первого, второго и т. д. порядка, обращенные фиолетовым краем к центру. При $z \approx 3—5$ максимумы различных цветов будут широкими и могут частично перекрываться.

Для увеличения интенсивности и более четкого разделения цветов следует воспользоваться не одной щелью, а целой дифракционной решеткой. Последняя представляет собой ряд параллельных щелей одинаковой ширины a , разделенных между собой непрозрачными промежутками шириной b . Сумма

$$a + b = l$$

$$(14.6)$$

распределение интенсивности освещенности изображения с небольшими дифракционными максимумами по краям показано на рис. 1.71.

Четко выраженные широкие дифракционные максимумы и минимумы будут наблюдаться лишь в промежуточном случае, когда ширина щели всего в несколько раз превышает длину волны и $z_{\text{макс}}$ порядка 3—5.

При освещении щели монохроматическим светом дифракционные максимумы для различных цветов разойдутся. Как видно из (14.3), чем меньше λ , тем под меньшими углами расположены дифракционные максимумы. На рис. 1.72 сплошной линией показано распределение интенсивности наиболее коротких фиолетовых волн, а пунктирной линией — распределение интенсивности наиболее длинных красных волн.

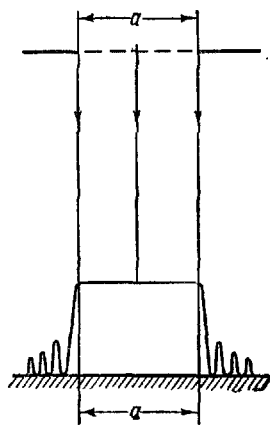


Рис. 1.71.

называется периодом или постоянной дифракционной решетки.

Конструктивно дифракционная решетка может быть оформлена различным образом, в зависимости от длины дифрагирующих

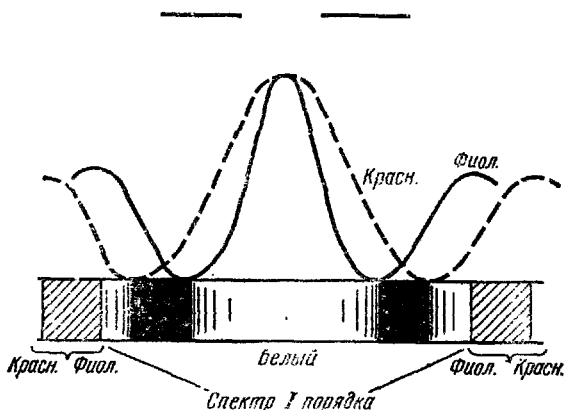


Рис 1.72.

волн. Для видимого света классический способ заключается в нанесении на прозрачную стеклянную пластинку с помощью делительной машины ряда тонких параллельных штрихов. Резец (алмаз) перемещается с помощью микрометрического

винта и вырезает в пластинке ряд узких параллельных канавок одинаковой ширины b на равных расстояниях a друг от друга (рис. 1.73). Поверхность стекла внутри канавок, ободранная алмазом (или вытравленная плавиковой кислотой), становится матовой, и эти канавки являются непрозрачными промежутками, разделяющими участки с ненарушенной поверхностью — «щели» решетки.

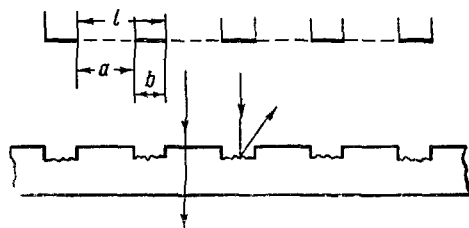


Рис 1.73

являются непрозрачными промежутками, разделяющими участки с ненарушенной поверхностью — «щели» решетки.

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну, падающую нормально на решетку, как изображено на рис. 1.74. Каждая из параллельных щелей решетки дает на экране E дифракционную картину, показанную на рис. 1.74, б пунктиром (дифракция от одной щели рассматривалась в начале данного параграфа, см. рис. 1.68, б). Линза L собирает параллельные лучи, идущие от

всех щелей под углом φ к главной оптической оси, в одну и ту же точку M фокальной плоскости. При параллельности всех щелей дифракционной решетки и строгой одинаковости их размеров амплитуды колебаний, создаваемых в точке M каждой щелью в отдельности, будут одинаковы. Практически одинаковым будет и распределение вдоль экрана интенсивностей и амплитуд колебаний, приходящих от каждой щели.

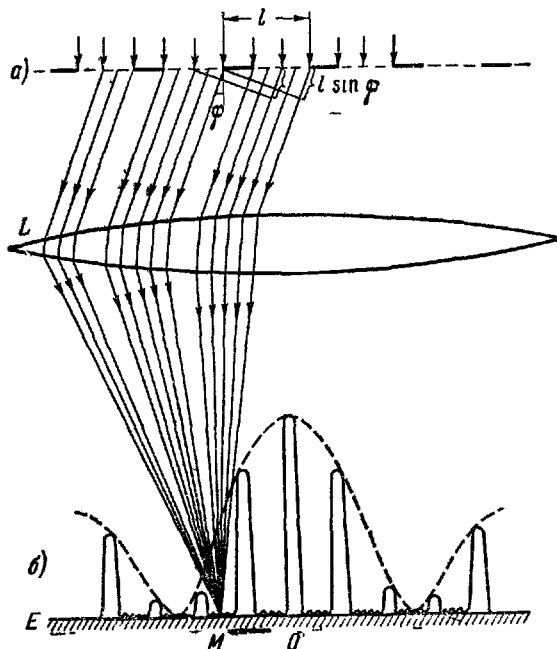


Рис. 1.74.

На центральной линии экрана (проходящей через главный фокус линзы O) лучи, идущие от всех щелей, сходятся без дополнительной разности хода, т. е. приходят в одинаковой фазе. При этом их амплитуды просто складываются, и в случае N одинаковых щелей амплитуда суммарного колебания будет в N раз, а интенсивность в N^2 раз больше, чем в случае одной щели.

Лучи, идущие от разных щелей под углом φ , отличным от нуля, сходятся в точке M , пройдя различные пути и имея различные фазы колебаний; они будут давать при интерференции более сложную картину. Рассмотрим две соседние щели. Из рис. 1.74, а видно, что лучи, идущие от соответственных точек обеих щелей (край-

них, центральных, промежуточных), имеют одну и ту же разность хода

$$\delta = l \sin \varphi \quad (14.7)$$

и приходят в точку M со сдвигом фазы $\psi = 2\pi \frac{l \sin \varphi}{\lambda}$. Такой же точно сдвиг фазы ψ будет между колебаниями, приходящими от третьей щели и второй, четвертой и третьей, и т. д.

Резкое возрастание амплитуды результирующего колебания будет в тех случаях, когда амплитуды колебаний от всех щелей A_i направлены одинаково, т. е. имеют сдвиг фазы, целый кратный от 2π (рис. 1.75, а), что соответствует разности хода между соседними щелями δ , кратной четному числу полу- волн:

$$l \sin \varphi_k = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad (14.8)$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Условие (14.8) характеризует положения главных максимумов в дифракционной решетке. При углах φ_k , удовлетворяющих этому условию, $A = NA_1$ и интенсивность дифракционной картины возрастает в N^2 раз по сравнению с дифракцией от одной щели.

Для анализа результатов интерференции от всех щелей применим круговую диаграмму сложения колебаний, введенную в т. I (§ 53, рис. 4.10). На рис. 1.75 показано геометрическое сложение векторов A_i .

При сильном возрастании интенсивности в главном максимуме ширина его становится малой. Действительно, если мы сдвинемся в сторону на малый угол $\Delta\varphi$, то между каждой парой щелей появится сдвиг фазы

$$\Delta\psi = 2\pi \frac{l \sin \Delta\varphi}{\lambda} \approx 2\pi \frac{l \Delta\varphi}{\lambda}$$

и прямая линия, изображенная на рис. 1.75, а, начнет складываться в многоугольник. Каждый отдельный вектор повернется относительно предыдущего на один и тот же угол $\Delta\psi$. Амплитуда результирующего колебания A является замыкающей многоугольника, построенного

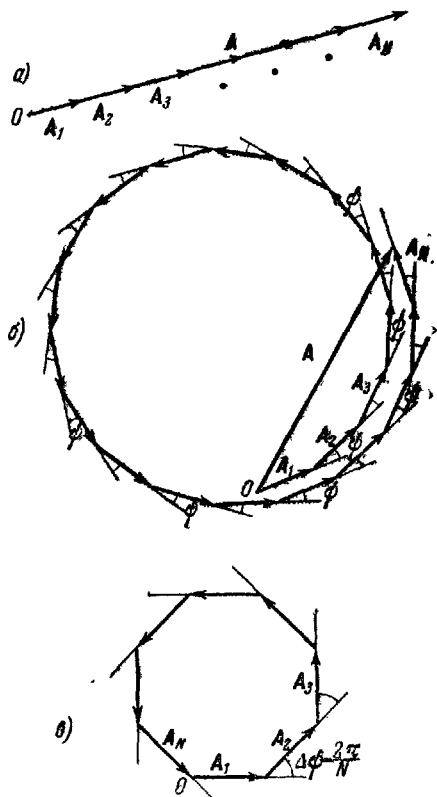


Рис. 1.75.

из векторов A_i . Если полное число щелей N очень велико, то многоугольник, даже при малом сдвиге фаз между соседними щелями, несколько раз обернется вокруг центральной точки O и результирующий вектор A по величине будет близок к A_i , т. е. в результате интерференции суммарная амплитуда будет по порядку величины такой же, как от одной щели. Если суммарный угол отклонения при обходе многоугольника

$$N\Delta\psi = 2\pi, \quad (14.9)$$

то многоугольник замкнется, как показано на рис. 1.75, в, и результирующая амплитуда обратится в нуль. Условие (14.9) после подстановки $\Delta\psi \approx 2\pi \frac{l\Delta\varphi}{\lambda}$ и преобразований дает положение ближайшего минимума интенсивности:

$$\Delta\varphi_{\text{мин}} \approx \frac{\lambda}{Nl} \quad (14.10)$$

и, тем самым, угловую ширину главного максимума.

При дальнейшем возрастании угла φ многоугольник не замкнется и суммарная амплитуда A будет возрастать и убывать, но величина возникающих при этом побочных максимумов будет сравнительно очень мала до тех пор, пока мы не дойдем до следующего главного максимума, определяемого из условия (14.8).

Интенсивность главных максимумов

$$A^2 = N^2 A_1^2 \quad (14.11)$$

прямо пропорциональна интенсивности дифракции от одной щели A_1^2 при $\varphi = \varphi_0$, график которой дан пунктиром на рис. 1.74, б, и квадрату числа щелей. Изображая сплошной линией на том же рисунке интенсивность суммарной дифракционной картины от всей решетки (уменьшенную в масштабе в N^2 раз), мы видим, что она состоит из интенсивных узких главных максимумов, величина которых зависит от их расположения. Между главными максимумами расположены серии небольших побочных максимумов, интенсивность которых относительно тем меньше, чем больше общее число щелей N .

С увеличением N возрастает четкость дифракционной картины — увеличивается интенсивность и уменьшается ширина главных максимумов. Вследствие интерференции происходит перераспределение энергии в пространстве, и эта энергия концентрируется во все более узком интервале углов $\Delta\varphi_m$. Интенсивность максимума A^2 растет пропорционально N^2 , однако суммарный световой поток

$$A^2 \Delta\varphi_m = N^2 A_1^2 \frac{\lambda}{Nl} = N A_1^2 \frac{\lambda}{l} \quad (14.12)$$

в соответствии с законом сохранения энергии пропорционален числу щелей N в первой степени.

Подчеркнем, что хотя положение главных максимумов решетки не зависит от числа щелей, наличие большего числа щелей очень существенно: 1) яркость каждой линии растет, согласно (14.11), как N^2 , 2) ширина каждой линии убывает, согласно (14.10), как $\frac{1}{N}$. Тем самым увеличивается точность производимых измерений. Любопытно отметить, что если при дифракции от одной щели

условие максимумов (14.3)

$$a \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

соответствует не четному числу зон Френеля внутри щели, то для всей решетки в целом условие главных максимумов (14.8)

$$l \sin \varphi = 2k \frac{\lambda}{2}$$

соответствует разности хода от разных щелей, равной четному числу полуволн.

Иногда приходится наблюдать дифракцию при условии, когда направление падающих на решетку лучей составляет угол $\vartheta \neq \frac{\pi}{2}$ с поверхностью решетки. Тогда, как это видно из рис. 1.76, разность хода между лучами от двух соседних щелей, определяющая положение главных максимумов, равна:

$$l \cos \psi - l \cos \vartheta = \\ = l (\cos \psi - \cos \vartheta),$$

и максимумы для излучения с длиной волны λ будут определяться углами ψ_k :

$$l (\cos \psi_k - \cos \vartheta) = k\lambda. \quad (14.13)$$

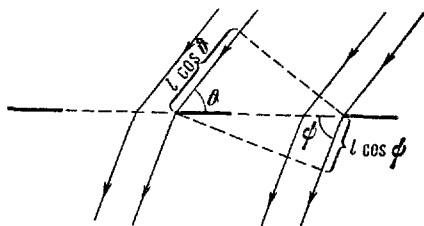


Рис. 1.76.

Если на дифракционную решетку будет падать немонохроматический свет, то дифракционные максимумы для лучей разного цвета пространственно разойдутся. Нулевой максимум ($k = 0$) для всех длин волн будет совпадать при $\varphi = 0$, но уже максимумы первого порядка ($k = 1$) будут для фиолетовых лучей расположены ближе к центру, чем для красных. Между ними расположатся максимумы промежуточных цветов, и мы будем наблюдать дифракционный спектр первого порядка. Между нулевым и первым порядками расположена практически темная зона очень слабых побочных максимумов. Такая же темная зона расположена между красным концом спектра первого порядка и фиолетовым краем спектра второго порядка.

Сопоставляя рис. 1.77 с рис. 1.72, мы видим, что благодаря узости дифракционных максимумов в случае решетки различные цвета почти не накладываются друг на друга. Спектр получается тем более четким, чем больше щелей N содержит решетка. Максимальное число наблюдаемых дифракционных спектров определяется из условия, чтобы $\sin \varphi_k < 1$, т. е.

$$k_{\text{макс}} \leq \frac{l}{\lambda}. \quad (14.14)$$

Из условия

$$\sin \varphi_k = k \frac{\lambda}{l} \quad (14.8')$$

видно, что синусы углов в спектре данного порядка прямо пропорциональны длинам волн, т. е. дифракционные спектры, в отличие

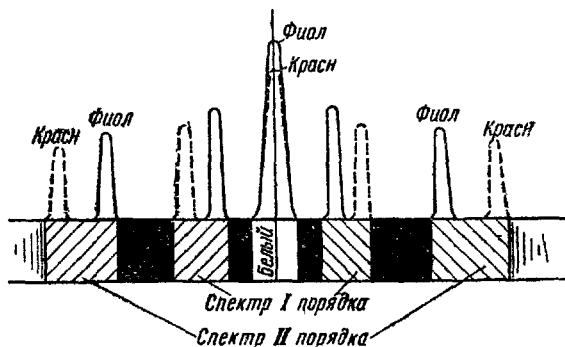


Рис. 1.77.

от призматических, всегда одинаковы и равномерны. Помещая дифракционную решетку D на столик гониометра (рис. 1.78) и освещая ее пучком параллельных лучей через щель коллиматора

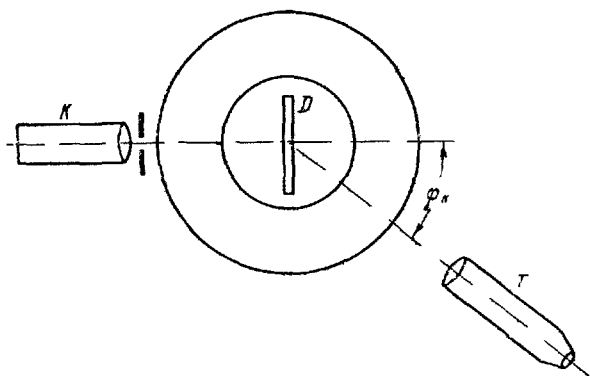


Рис. 1.78.

K , можно, измеряя угол φ_k , под которым видны данные лучи в зрительную трубу T , точно найти их длину волны λ .

Дифракционные решетки имеют обычно от 100 до 500 щелей на миллиметр, т. е. период $l \approx 10 \div 2$ мк. Лучшие решетки содержат до 1800 щелей на миллиметр, при общей длине до не-

скольких сантиметров, так что общее число щелей достигает 10^5 . Отражательная решетка изготавливается процарапыванием параллельных штрихов на зеркальной поверхности. Ее теория, по существу, не отличается от теории прозрачной решетки.

Для некоторых областей спектра стекло непрозрачно (например, ультрафиолетовые лучи). В этом случае нужно пользоваться кварцевой оптикой и отражательными решетками. Еще лучше, если можно обойтись вообще без линз. Этого можно достигнуть, заменяя плоскую отражательную решетку вогнутой.

Если щели одинаковой ширины a расположены вдоль решетки **б е с п о р я д о ч н о**, то при наложении одинаковых дифракционных картин от каждой щели взаимные сдвиги фаз будут распределены хаотически. Тогда их интенсивности будут просто складываться как для некогерентных источников, в соответствии с (10.7), и

$$A^2 = N A_1^2 \quad (14.15)$$

во всех точках экрана. Иными словами, в этом случае дифракционная картина останется такой же, как и от одной щели, но ее интенсивность возрастает пропорционально числу щелей N .

§ 15. Разрешающая способность оптических инструментов

В § 8 указывалось, что волновая природа света ставит определенный предел получению стигматических изображений. Изображение светящейся точки должно всегда представлять собой дифракционную картину, интенсивность которой распределена

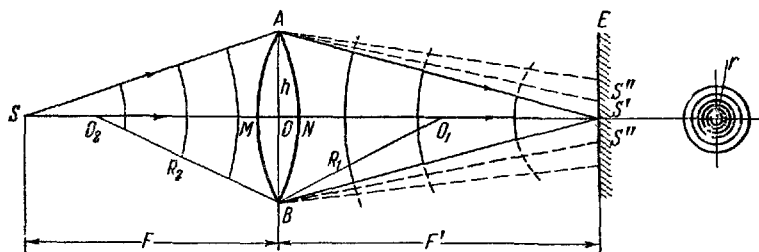


Рис 1.79.

в некоторой небольшой области пространства. Разберем этот вопрос на примере построения изображения в тонкой линзе, показанной на рис. 1.79.

Обозначим радиус кривизны передней поверхности линзы R_1 , а задней — R_2 и ее показатель преломления n . Точечный источ-