

Все изложенное выше показывает, что законы релятивистской механики в предельном случае малых скоростей ( $v \ll c$ ) переходят в законы классической механики. Классическая механика Галилея—Ньютона была установлена опытным путем для движений макроскопических тел со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света  $c$ . В этих пределах ее законы отражают объективные закономерности природы, и все их следствия с достаточной для практики точностью подтверждаются на опыте.

О применимости этих законов в более широких пределах можно судить лишь на основании опыта. Приведенные в настоящей главе результаты показывают, что опыт опровергает такую возможность в случае больших скоростей. Тем самым классическая механика не отвергается, но лишь ограничивается определенными пределами применимости: случаями, когда относительные скорости тел много меньше скорости света. Она верна как частный случай общей механики Эйнштейна — случай малых скоростей.

## § 28. Релятивистская теория некоторых оптических явлений

В § 24 рассматривались некоторые оптические явления в движущихся средах, связанные с ними проблемы «эфирного ветра», и был поставлен вопрос о применимости принципа относительности в оптике. Опыт Майкельсона (§ 25) подтвердил справедливость этого принципа, и можно, возвратившись назад к § 24, рассмотреть, как теория относительности объясняет эти явления.

Такой анализ показывает, что звездная аберрация и эффект Доплера определяются только относительной скоростью источника и наблюдателя. Приведем более детальный расчет важного для практических приложений эффекта Доплера.

Пусть источник монохроматических волн находится в начале координат системы  $S'$  и движется вместе с ней со скоростью  $v$  вдоль оси  $x$  относительно системы  $S$ , относительно которой неподвижен наблюдатель. В момент  $t' = t = 0$ , когда оси координат обеих систем совпадают, источник начал колебаться и испускать монохроматические волны. Колебания электрических зарядов (диполей) в источнике, в системе, в которой он неподвижен, происходят по строго гармоническому закону

$$p = p_0 \sin \omega'_0 t', \quad (28.1)$$

где  $\omega'_0 = 2\pi\nu'_0$  и  $\nu'_0$  — частота собственных колебаний источника в системе  $S'$ .

Испущенные источником электромагнитные волны (свет), распространяясь во все стороны, дойдут до некоторой точки с абсциссой  $x'$  спустя некоторое время  $\tau' = \frac{x'}{c}$ , и колебания электромагнитного поля в этой точке будут запаздывать по фазе;

$$E, H = A \sin \omega'_0 (t' - \tau') = A \sin \omega'_0 \left( t' - \frac{x'}{c} \right) = A \sin \varphi'. \quad (28.2)$$

Рассмотрим событие, состоящее в том, что в данной точке пространства в данный момент времени составляющие поля равны нулю. Этот факт не зависит от того, в какой системе отсчета представлены координаты и время события. Событие будет оставаться неизменным при преобразованиях Лоренца.

Но равенство нулю поля при данных значениях координат и времени определяется значением фазы  $\varphi'$ . Отсюда следует, что фаза световой волны остается неизменной при преобразованиях Лоренца. Напишем уравнение, выражающее равенство фаз волны (28 2) в системах  $S$  и  $S'$ , полагая, что при переходе от  $S$  к  $S'$  меняются не только координаты, но и частота волны:

$$\omega \left( t - \frac{x}{c} \right) = \omega'_0 \left( t' - \frac{x'}{c} \right). \quad (28\ 3)$$

Учитывая (26 12), можно найти  $\omega$ . Подставляя в (28 3) значения  $t'$  и  $x'$ , получим:

$$\begin{aligned} \omega &= \omega'_0 \frac{t' - \frac{x'}{c}}{t - \frac{x}{c}} = \omega'_0 \frac{\frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{1}{c} \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}{t - \frac{x}{c}} \\ &= \frac{\omega'_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{t \left( 1 + \frac{v}{c} \right) - \frac{x \left( 1 + \frac{v}{c} \right)}{c}}{t - \frac{x}{c}} = \\ &= \omega'_0 \frac{1 + \frac{v}{c}}{\sqrt{\left( 1 - \frac{v}{c} \right) \left( 1 + \frac{v}{c} \right)}} = \omega'_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}. \end{aligned}$$

Знаки при относительной скорости  $v$  в данном случае соответствуют сближению источника и наблюдателя. Если же они расходятся, то знак при  $v$  надо изменить на обратный, и окончательно (переходя от  $\omega$  к  $\nu$ ) имеем:

$$\nu = \nu'_0 \frac{1 \pm \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (28\ 4)$$

При  $v \ll c$  можно пренебречь квадратичным членом в знаменателе, и

$$\nu \approx \nu'_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \right), \quad (28\ 4')$$

что совпадает с точностью до обозначений с формулой (24 8), выведенной из акустической аналогии и использовавшейся Белопольским в астрономических наблюдениях. Правильность полной релятивистской формулы (28.4), учитывающей квадратичные члены порядка  $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ , была доказана весьма точными опытами Г. Айвса в 1938 г.

Изменение частоты будет наблюдаться и в точке, для которой источник движется перпендикулярно к лучу света. В этом случае изменения масштабов вет, и эффект обусловлен изменением скорости течения времени. Расчет показывает, что в этом случае

$$\nu = \nu'_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (28.5)$$

Это уменьшение наблюдаемой частоты источника, движущегося перпендикулярно к лучу света, обусловленное изменением течения времени в движущейся системе, также было подтверждено в опытах Айвса.

Законы релятивистской кинематики объясняют и результаты опытов Физо, казалось, указывавших на частичное увеличение эфира веществом (§ 24).

В действительности результаты опытов Физо есть простое следствие релятивистского закона сложения скоростей. Скорость света в неподвижной среде с показателем преломления  $n$  равна

$$u = \frac{c}{n}. \quad (28.6)$$

Если скорость перемещения среды (воды) равна  $v$ , то для результирующей скорости, согласно релятивистскому закону сложения скоростей (27.8), получаем:

$$w = \frac{v+u}{1+\frac{uv}{c^2}} = \frac{v+\frac{c}{n}}{1+\frac{v}{nc}} = \frac{c}{n} \frac{1+\frac{nv}{c}}{1+\frac{v}{nc}}. \quad (28.7)$$

Выражение (28.7) для  $w$  является точным. Учитывая крайнюю малость величины  $\frac{v}{c}$  в опытах Физо, его можно упростить и с точностью до малых слагаемых порядка  $\frac{v^2}{c^2}$  положить:

$$w \cong \frac{c}{n} \left( 1 + \frac{nv}{c} - \frac{v}{nc} \right) = \frac{c}{n} + v \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right), \quad (28.8)$$

что совпадает с результатом (24.10), полученным Физо.

## § 29. Элементы релятивистской динамики. Дальнейшее развитие теории

Принцип относительности — это принцип, утверждающий е д и н с т в о законов природы во всей Вселенной. В частности, отсюда следует, что математические формулировки физических законов не зависят от движения наблюдателя и должны иметь один и тот же вид во всех инерциальных системах. Это относится, конечно, и к электродинамике и к оптике, а в механике должно относиться не только к кинематическим, но и динамическим законам.

Основной закон динамики Ньютона

$$m \frac{dv}{dt} = F, \quad (29.1)$$

однако, не удовлетворяет принципу относительности. При переходе от одной инерциальной системы к другой координаты и время преобразуются в соответствии с (26.12) и при постоянстве  $m$  и  $F$  уравнение (29.1) перестает быть справедливым. Лишь при малых скоростях ( $v \ll c$ ) преобразования Лоренца (26.12) в пределе переходят в преобразования Галилея (23.6) и второй закон Ньютона в форме (29.1) становится практически точным.