

Это уменьшение наблюдаемой частоты источника, движущегося перпендикулярно к лучу света, обусловленное изменением течения времени в движущейся системе, также было подтверждено в опытах Айвса.

Законы релятивистской кинематики объясняют и результаты опытов Физо, казалось, указывавших на частичное увеличение эфира веществом (§ 24).

В действительности результаты опытов Физо есть простое следствие релятивистского закона сложения скоростей. Скорость света в неподвижной среде с показателем преломления  $n$  равна

$$u = \frac{c}{n}. \quad (28.6)$$

Если скорость перемещения среды (воды) равна  $v$ , то для результирующей скорости, согласно релятивистскому закону сложения скоростей (27.8), получаем:

$$w = \frac{v+u}{1+\frac{uv}{c^2}} = \frac{v+\frac{c}{n}}{1+\frac{v}{nc}} = \frac{c}{n} \frac{1+\frac{nv}{c}}{1+\frac{v}{nc}}. \quad (28.7)$$

Выражение (28.7) для  $w$  является точным. Учитывая крайнюю малость величины  $\frac{v}{c}$  в опытах Физо, его можно упростить и с точностью до малых слагаемых порядка  $\frac{v^2}{c^2}$  положить:

$$w \cong \frac{c}{n} \left( 1 + \frac{nv}{c} - \frac{v}{nc} \right) = \frac{c}{n} + v \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right), \quad (28.8)$$

что совпадает с результатом (24.10), полученным Физо.

## § 29. Элементы релятивистской динамики. Дальнейшее развитие теории

Принцип относительности — это принцип, утверждающий е д и н с т в о законов природы во всей Вселенной. В частности, отсюда следует, что математические формулировки физических законов не зависят от движения наблюдателя и должны иметь один и тот же вид во всех инерциальных системах. Это относится, конечно, и к электродинамике и к оптике, а в механике должно относиться не только к кинематическим, но и динамическим законам.

Основной закон динамики Ньютона

$$m \frac{dv}{dt} = F, \quad (29.1)$$

однако, не удовлетворяет принципу относительности. При переходе от одной инерциальной системы к другой координаты и время преобразуются в соответствии с (26.12) и при постоянстве  $m$  и  $F$  уравнение (29.1) перестает быть справедливым. Лишь при малых скоростях ( $v \ll c$ ) преобразования Лоренца (26.12) в пределе переходят в преобразования Галилея (23.6) и второй закон Ньютона в форме (29.1) становится практически точным.

Чтобы удовлетворять требованиям принципа относительности, релятивистские уравнения динамики должны иметь более сложный вид и лишь в пределе при малых скоростях переходить в (29.1). Не останавливаясь на методах нахождения релятивистских уравнений, укажем только, что при переходе из одной инерциальной системы в другую должны соответствующим образом преобразовываться компоненты вектора силы и должна изменяться масса.

Некоторые основные положения и выводы релятивистской динамики приводились в т. I, § 9 при рассмотрении границ применимости классической механики. Повторим вкратце эти результаты с небольшими дополнениями:

1. Масса движущегося тела  $m$  зависит от его скорости  $v$  и минимальна в системе отсчета, в которой тело покоится (масса покоя). Эта зависимость, имеющая вид

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (29.2)$$

была впервые получена Лоренцом для электронов и приписывалась им возрастанию массы (инерции) электромагнитного поля движущегося электрона. Эйнштейн показал, что (29.2) — совершенно универсальный закон, не зависящий от частных свойств частиц.

2. Световые частицы — фотоны, о которых подробнее будет идти речь в следующих главах, движутся со скоростью света в пустоте,  $v = c$ . Применяя к фотонам (29.2), получаем:

$$m_\phi = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{0}. \quad (29.3)$$

Так как фотоны имеют конечную и, вообще говоря, различную массу, то следует считать массу покоя фотона  $m_0$  тождественно равной нулю. Тогда отношение

$$m_\phi = \frac{m_0}{0} = \frac{0}{0} \quad (29.4)$$

математически является неопределенным и может принимать различные значения, которые определены далее.

3. Частицы вещества и света материальны и обладают массой. Однако между ними имеется существенная качественная разница.

Частицы вещества имеют «массу покоя» и могут двигаться с любыми скоростями, всегда меньшими скорости света в пустоте:

$$m_0 \neq 0 \quad \text{и} \quad 0 \leq v < c. \quad (29.5)$$

Частицы света не имеют массы покоя и могут двигаться только со скоростью света:

$$m_0 = 0 \quad \text{и} \quad v = c. \quad (29.6)$$

Если бы фотон двигался с меньшей скоростью  $v < c$ , то, согласно (29.2), его масса

$$m_{\phi} = \frac{0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0$$

обратилась бы в нуль, т. е. такой фотон не мог бы существовать. Таким образом, фотон, не имея массы покоя  $m_0$ , имеет только массу движения, и то только когда он движется со скоростью  $c$ .

Распространение света в среде со скоростью  $v = \frac{c}{n}$ , меньшей скорости света в пустоте  $c$ , не означает уменьшения скорости движения самих фотонов. Грубо этот факт можно толковать так. Каждый отдельный фотон летит со скоростью  $c$ , но при встрече с атомами среды как бы поглощается ими \*), а затем снова испускается. Благодаря наличию таких «остановок» средняя скорость света в среде  $v$  оказывается ниже скорости движения фотонов  $c$ .

4. При поглощении атомом фотон, обладающий массой  $m_{\phi}$ , исчезает. Однако при этом не происходит исчезновения массы, так как масса возбужденного атома возрастает ровно на ту же самую величину  $m_{\phi}$ . При обратном излучении света масса возникшего фотона в точности равна уменьшению массы излучившего атома. Этот пример и целый ряд других случаев взаимного превращения материальных частиц, с которыми мы познакомимся в дальнейших главах курса, показывает, что не существует непроходимой границы между разными формами материи. Материя может изменяться и переходить из одних форм в другие. При этих процессах часть или вся масса покоя может переходить в массу движения и обратно. Однако полная масса  $M$  всех участвующих в этих превращениях материальных частиц остается постоянной. Для замкнутой системы, через границы которой не переходят частицы вещества или света и не обменивающейся энергией с окружающими телами,

$$M = \text{const.} \quad (29.7)$$

5. Физическую природу увеличения массы со скоростью можно понять, если рассмотреть случай малых скоростей. При  $\left(\frac{v}{c}\right)^2 \ll 1$

---

\*) Истинное поглощение может иметь место только для фотонов некоторых определенных частот (см § 50—52), но на этих частотах среда активно поглощает и, следовательно, вообще непрозрачна. В данном случае речь идет об особом, «виртуальном» поглощении — испускании, специфическом квантовомеханическом эффекте, с которым можно познакомиться и курсах квантовой механики.

формулу (29.2) можно \*) приближенно представить так:

$$m \approx m_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) = m_0 + \frac{\frac{1}{2} m_0 v^2}{c^2} = m_0 + \frac{K}{c^2}. \quad (29.8)$$

Полученное выражение имеет простой физический смысл. Добавка к массе покоя обусловлена кинетической энергией тела  $K$  и равна этой кинетической энергии, деленной на квадрат скорости света. Тот же физический смысл имеет добавка к массе в случае больших скоростей, когда преобразование (29.2) к виду (29.8) невозможно. Но кинетическая энергия в этом случае выражается иначе (см. далее формулу (29.16)).

В случае системы взаимодействующих частиц свою долю в массе всей системы вносит не только кинетическая энергия частиц, но и потенциальная энергия их взаимодействия.

Обозначим кинетическую энергию  $i$ -й частицы системы через  $K_i$ , а потенциальную энергию взаимодействия  $i$ -й и  $k$ -й — через  $U_{ik}$ . Тогда кинетическая и потенциальная энергия системы частиц  $E$  равна:

$$E = \sum_i K_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{i \neq k} U_{ik} \quad (29.9)$$

(половинка перед второй суммой учитывает, что каждая энергия взаимодействия между  $i$ -й и  $k$ -й частицей появляется в ней дважды, в виде  $U_{ik}$  и  $U_{ki}$ ).

Обозначая массу покоя  $i$ -й частицы через  $m_{0i}$ , получим для массы  $M$  всей системы:

$$M = \sum_i m_{0i} + \frac{E}{c^2}. \quad (29.10)$$

Если система изолирована, то ее полная масса сохраняется:

$$M = \sum_i m_{0i} + \frac{E}{c^2} = \text{const}. \quad (29.11)$$

---

\*) Разлагая величину  $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$  в ряд по степеням

малой величины  $\frac{v^2}{c^2}$  и отбрасывая члены  $\frac{v^4}{c^4}$  и более высоких степеней, получим

$$\left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \frac{5}{16} \frac{v^6}{c^6} + \dots \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}.$$

Формула (29.11) есть закон сохранения массы в теории относительности. Его отличие от классического закона сохранения массы  $\sum_i m_{oi} = \text{const}$  состоит в наличии члена  $\frac{E}{c^2}$ , который может быть как положительным, так и отрицательным. Энергии систем, с которыми приходилось иметь дело в рамках классической механики, слишком малы, чтобы можно было заметить обусловленное энергией изменение массы. Изменение энергии на 1 эрг отвечает изменению массы на  $\frac{1}{9} \cdot 10^{-20}$  г, джоуль «весит» соответственно  $\frac{1}{9} \cdot 10^{-16}$  кг. Но в физике элементарных частиц учет энергии очень существен в балансе массы. Так, потенциальная энергия связи частиц в атомном ядре ( $U_{ik} < 0$ ) столь значительна, что масса ядра заметно меньше суммы масс вошедших в ядро частиц («дефект массы», см. § 64). Электрон, ускоренный полем в 300 млн. вольт, обладает, за счет наличия кинетической энергии, массой, которая в 588,5 раз превышает массу покоя электрона.

Таким образом, классическим законом сохранения массы (без учета энергии системы) можно пользоваться лишь в случае малых энергий. Так, космическая ракета с массой покоя  $m_0 = 1$  тонна при скорости в 12 км/сек имеет массу  $m = 1$  тонна  $+ 8 \cdot 10^{-4}$  г, т. е. за счет полученной энергии ее масса возрастает менее чем на 0,001 г — классическая механика здесь вполне применима.

Если выражение для полной массы системы (29.10) умножить на квадрат скорости света  $c^2$ , то получим релятивистский закон сохранения энергии  $W$  замкнутой системы:

$$W = M c^2 = \sum_i m_{oi} c^2 + E = \text{const.} \quad (29.12)$$

Слагаемые  $m_{oi} c^2$  имеют следующий физический смысл. Это — собственная энергия или энергия покоя частиц, обладающих массами  $m_{oi}$ .

Собственная энергия сохраняется (как и масса покоя) за каждой частицей, пока она не превращается в другие частицы. Отсюда можно сделать вывод о пределах применимости классического закона сохранения энергии замкнутой системы:

$$E = \sum_i K_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq k} U_{ik} = \text{const.} \quad (29.13)$$

Если в рассматриваемой замкнутой системе не происходит превращений элементарных частиц, то в сумме  $\sum_i m_{oi} c^2$  все члены остаются без изменений и сама сумма остается постоянной. Но тогда из (29.12) следует постоянство  $E$ , т. е. классический закон сохранения энергии (29.13). В общем случае, когда в системе происходят

превращения элементарных частиц, можно пользоваться лишь релятивистским законом сохранения энергии (29.12).

Очень существенно то обстоятельство, что релятивистские законы сохранения массы (29.11) и энергии (29.12) не являются независимыми: любой из них можно рассматривать как следствие другого, так как они связаны совершенно универсальным отношением

$$W = Mc^2. \quad (29.14)$$

Каждая из модификаций (29.11) или (29.12) единого закона сохранения содержит и массы и энергии.

Общее выражение (29.14) позволяет легко вычислить выражение кинетической энергии частиц, массу и импульс фотонов.

Так, полная энергия движущейся частицы равна  $mc^2$ , где

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Следовательно, эта энергия

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (29.15)$$

Так как  $m_0 c^2$  есть собственная энергия, то для определения кинетической энергии  $K$  следует из  $W$  вычесть  $m_0 c^2$ :

$$K = W - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (29.16)$$

Это выражение, верное для любых скоростей, переходит в классическое при  $\frac{v}{c} \ll 1$ . Используя в (29.16) разложение, приведенное в примечании к стр. 185, находим

$$K = m_0 c^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} m_0 v^2. \quad (29.16a)$$

Применяя (29.14) к фотону, имеем, учитывая, что  $W_\phi = h\nu$ :

$$h\nu = m_\phi c^2, \quad (29.17)$$

откуда масса фотона  $m_\phi$  равна

$$m_\phi = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (29.18)$$

Импульс частицы есть произведение массы на скорость. Следовательно, для фотона имеем:

$$p_\phi = m_\phi c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (29.19)$$

Следует отметить встречающиеся в литературе неправильные толкования релятивистского закона сохранения энергии — массы.

Часто можно было встретить утверждения, что согласно теории относительности имеет место превращение массы в энергию и энергии в массу. Они ошибочны. Действительно, согласно (29.11) и (29.12), и масса и энергия замкнутой системы сохраняются. Что же в действительности может иметь место? При превращениях элементарных частиц может уменьшаться или увеличиваться сумма масс покоя частиц  $\sum_i m_{0i}$ , а в соответствии с этим увеличиваться или

уменьшаться сумма кинетической и потенциальной энергии остальных частиц системы.

Релятивистский закон взаимосвязи энергии и массы (29.14) проверен на огромном опытном материале (физика ядра и элементарных частиц). Он может быть положен в качестве исходного постулата в основу частного принципа относительности (вместе с принципом эквивалентности всех инерциальных систем отсчета) взамен постулата (также взятого из опыта) о постоянстве скорости света. В этом случае постоянство скорости света будет получено из теории как одна из теорем, следующих из указанных исходных постулатов теории.

6. Согласно Ньютону, пространство есть пустоеместилище всех тел. Свойства пространства определяются геометрией Евклида и не зависят от движения материальных тел. Время течет монотонно и одинаково для всех тел природы и не зависит ни от этих тел (от их движения), ни от пространства.

Диалектический материализм определяет пространство и время как формы существования материи.

Очевидно, что ньютоновские определения пространства и времени противоречат этому определению, так как пространство и время оказываются оторванными от материи и не зависят от ее свойств и от ее движения.

В частном принципе относительности сделан первый шаг к правильному пониманию пространства и времени. Установлена зависимость пространственных отношений, а также размеров тел от их относительного движения. То же относится и ко времени — найдена связь между скоростью течения времени в разных материальных системах, относительная длительность промежутка времени между событиями в зависимости от относительного движения этих систем. Установлена взаимосвязь пространства и времени.

Утвержден принцип относительности — равноправие всех инерциальных систем в природе, иными словами, единство законов природы во всех материальных системах (инерциальных), во всей Вселенной.

Кинематические и динамические выводы из частного принципа относительности позволили объяснить целый ряд закономерностей, не находивших ранее объяснения, и предсказали ряд других, неизменно подтверждавшихся опытом. Несмотря на огромный рост области исследований, охватывающих физику за время, прошедшее с момента создания частного принципа относительности, до сих пор не известно ни одного факта, который противоречил бы ему.

Упомянем еще, что применение теории относительности к квантовой теории позволило объяснить (без всяких добавочных предположений!) наличие собственного (спинового) механического и магнитного моментов электрона и привело к возможности вычислить теоретически численные значения этих величин, причем полученные результаты совпали с опытными с высокой степенью точности. То же относится к спиновым механическим моментам всех других элементарных частиц.

Релятивистские уравнения квантовой механики позволили объяснить существование античастиц (антиэлектрона, названного позитроном, антипротона, антинейтрона), их свойства, процессы образования и уничтожения (аннигиляции) частиц (см. § 72).

Теория относительности не ограничивается одним «частным принципом», базирующимся на рассмотрении инерциальных систем. Эйнштейн обращает внимание на то, что явления в материальной системе, испытывающей постоянное ускорение, будут происходить так же, как если бы система находилась в постоянном поле тяготения. Работы в этом направлении завершаются созданием общей теории относительности, в которой принцип относительности распространяется на любые ускоренные системы. Вместе с тем общая теория относительности содержит теорию тяготения. В этой теории, в частности, показана тождественность масс инертной и гравитационной (до этого равенство масс инертной и гравитационной не было объяснено и, подтверждаемое многими измерениями, рассматривалось как приятный сюрприз). В общей теории относительности устанавливается еще более глубокая, чем в частном принципе, связь между материей и пространством — временем.

Эйнштейн устанавливает, что пространство является евклидовым лишь при отсутствии масс, приводящих к появлению поля тяготения. Наличие масс приводит к изменению пространства и времени. Пространство становится неевклидовым, приобретает кривизну. Движение тел по инерции в таком пространстве уже происходит не по прямым, как в пространстве Евклида \*), а по

---

\*) Для того чтобы представить себе это, рассмотрим двумерное пространство не плоское, а с кривизной, например поверхность сферы. В таком пространстве (т. е. на поверхности сферы) движение по инерции происходит не по прямой, а по дуге большого круга.

некоторым кривым. Отклонение от прямолинейного движения (обусловленное кривизной пространства, вызванной наличием масс) трактуется как действие поля тяготения (этих масс). Таким образом, движение в поле тяготения не есть собственно движение под действием сил, а движение по инерции в пространстве с кривизной, обусловленной наличием тяготеющих масс, откуда и следует, что масса инертная и есть масса гравитационная и их «совпадение» не случайно. В области действия масс (по обычной терминологии — в поле тяготения) меняется и скорость течения времени. Чем больше поле тяготения, тем медленнее течет время.

Инерциальная система есть понятие абстрактное. Любые тела природы находятся под действием сил, т. е. не являются инерциальными системами отсчета. Не существует тел, которые не находились бы в поле тяготения. Распространение принципа относительности, т. е. установление единства законов природы во всей Вселенной, для любых реальных, т. е. находящихся в поле тяготения и ускоренных тел, является величайшим достижением теории Эйнштейна. Столь же важным является установление органической связи между основной характеристикой материальных тел — их массой — и свойствами пространства и времени. Это огромный шаг вперед по сравнению с ньютоновыми представлениями, в которых пространство, время и материя метафизически разрознены и свойства материи не сказываются на свойствах пространства и времени.

Каковы экспериментальные обоснования общей теории относительности?

Опытные кеплеровы законы движения планет легли в основу ньютонова закона всемирного тяготения. Согласно этим законам, планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которого находится Солнце. Однако еще в прошлом веке была установлена особенность в движении ближайшей к Солнцу планеты Меркурия. Перигелий (ближайшая к Солнцу точка орбиты) Меркурия не неподвижен, но поворачивается на  $43''$  за 100 лет \*). Это явление не находило удовлетворительного объяснения.

Расчет орбиты Меркурия по формулам общей теории относительности дал (без всяких дополнительных предположений!) для поворота перигелия  $43''$  за столетие. Для Венеры смещение перигелия составляет  $8''$  за сто лет, для более далеких от Солнца планет смещение так мало, что лежит за пределами достигнутой точности наблюдений.

И из законов ньютоновой механики и из общей теории относительности следует отклонение лучей света в поле тяготения. Но отклонение, предсказываемое общей теорией относительности,

---

\*) Имеется в виду особенность движения Меркурия, не сводимая к известным ранее причинам — возмущениям со стороны других планет.

ровно вдвое больше ньютоновского. Наблюдения, произведенные над звездами, свет которых проходит вблизи поверхности Солнца (такие наблюдения удается проводить лишь в моменты полных солнечных затмений), подтвердили правильность предсказания Эйнштейна.

Согласно общей теории относительности, время в мощных полях тяготения (т. е. заметно неевклидовом пространстве) течет медленнее. Это значит, что медленнее движутся электроны в атомах, меньше частоты испускаемого излучения: весь спектр смещается в красную сторону (эйнштейновское «красное гравитационное смещение»). Звезды, получившие название белых карликов, обладают средней плотностью вещества до нескольких тонн на  $1 \text{ см}^3$ , т. е. плотностью, в миллионы раз превосходящей плотность обычных тел. Обладая массой порядка массы Солнца, они по размерам близки к Земле. На поверхности белых карликов ускорение силы тяжести в миллионы раз больше, чем на поверхности Земли. Для их спектров красное гравитационное смещение не только обнаружено, но хорошо измеримо, находится в полном соответствии с теорией и служит сейчас одним из способов определения масс таких звезд.

До сих пор не известно ни одного факта, который противоречил бы общей теории относительности.

Частный принцип играет огромную роль в современной физике. Удовлетворение его условий — обязательный критерий правильности рассматриваемых положений.

Общая теория относительности привлекает к себе в наши дни все больший интерес. Проведенные с ее помощью теоретические исследования показали, что большие массы вещества могут отдавать за счет работы гравитационных сил в десятки раз большую энергию, чем за счет термоядерных реакций. Не исключено, что именно таков механизм отдачи излучения гигантской мощности открытых в 1963 г. космических объектов «сверхзвезд» или «квараров», светимость которых на два порядка выше светимости галактик.

Есть основания думать, что общая теория относительности будет играть ведущую роль и в будущей теории микрочастиц.

---