характеристику последнего, т. е. лучеиспускательную способность $E_{\lambda, T}$ этого абсолютно черного тела.

Сконструировав описанную выше модель, можно измерить излучение, выходящее из отверстия в полости. Направляя это излучение на чувствительный термоэлемент или болометр, можно измерить интегральное излучение E_T. Разлагая предварительно, с помощью призмы или дифракционной решетки, это излучение в спектр (рис. 1.140), можно детальнее изучить спектральный состав теплового излучения и найти на опыте функцию $E_{\lambda, T}$.

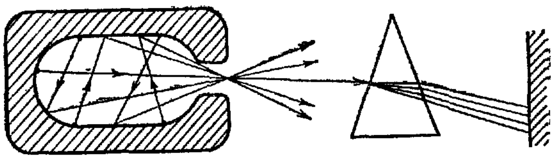

Рис. 1.140.

Сопоставление этих теоретических выводов с результатами прямых измерений позволило, как мы увидим в следующем параграфе, произвести детальную проверку законов распространения света и взаимодействия его с веществом. При этом выяснился целый ряд новых, ранее не известных нам свойств света.

Настоятельная необходимость теоретического и экспериментального изучения функции $E_{\lambda, T}$ выдвигалась и потребностями практики. В 1872 г. А. Н. Лодыгин сконструировал лампу накаливания в стеклянном баллоне с угольным стерженьком. В 1876 г. П. Н. Яблочков изобрел свою дуговую лампу. В 1894 г. А. Н. Лодыгин получил патент на лампу накаливания с вольфрамовой нитью. Широкое применение этих тепловых источников света и развитие спектрального анализа потребовали от физиков создания правильных расчетных формул и указаний правильных и перспективных путей развития осветительной техники.

§ 32. Равновесное излучение. Формула Планка и ее следствия

Рассмотрим замкнутую полость внутри твердого тела, нагретого до некоторой температуры T. Стенки полости будут излучать, отражать и поглощать электромагнитные волны, и в результате, как отмечалось в § 31, внутри полости установится вполне определенное р а в н о в е с н о е излучение. Это излучение будет характеризоваться средней объемной плотностью энергии $w(T)$ *дж/м*^{3} и определенным спектральным составом. Средняя плотность энергии электромагнитных волн в интервале от λ до $\lambda + d\lambda$ будет пропорциональна этому интервалу

$$dw = w(\lambda,\ T)\,d\lambda, \tag{32.1}$$

и полная плотность энергии получается интегрированием

$$w(T) = \int_0^\infty w(\lambda,\ T)\,d\lambda. \tag{32.2}$$

Характеристики равновесного излучения $w(\lambda,\ T)$ и $w\ (T)$ не зависят от материала и свойств стенок полости. По закону Кирхгофа, если какой-нибудь участок стенки имел повышенную (или пониженную) лучеиспускательную способность $e_{\lambda,T}$ для некоторой длины волны λ, то он соответственно сильнее (или слабее) поглощал бы тот же самый участок спектра. В результате, равновесие между этим участком и излучением устанавливалось бы при той же самой спектральной плотности излучения, как если бы стенка была сделана из абсолютно черного тела.

Действительно, лучистый поток данной длины волны $\Phi(\lambda,\ T)$, падающий на стенку, поглощается частично в соответствии с ее поглощательной способностью $a_{\lambda,T}$. При равновесии поглощенный поток $a_{\lambda,T}\,\Phi(\lambda,\ T)$ должен в точности равняться лучистому потоку, испускаемому стенкой, т. е.

$$a_{\lambda,\ T}\Phi(\lambda,\ T) = e_{\lambda,\ T}. \tag{32.3}$$

Отсюда

$$\Phi(\lambda,\ T) = \frac{e_{\lambda,\ T}}{a_{\lambda,\ T}} = E_{\lambda,\ T}, \tag{32.4}$$

т. е. спектральный состав равновесного излучения не зависит от материала и оптических характеристик стенки. Любые тела, помещаемые внутрь полости и достигшие вследствие лучистого теплообмена равновесной температуры T, не меняют и состава равновесного излучения в полости. В частности, таким телом может быть и любой газ, заполняющий полость.

Поместим внутрь полости белую тарелку с зачерненным узором, рассматривавшуюся в предыдущем параграфе. Зачерненные и незачерненные участки будут обладать различной поглощательной и испускательной способностью. Лучистый поток, идущий от каждого участка поверхности, будет складываться из собственного излучения $e_{\lambda,T}$ и отраженной доли $(1-a_{\lambda,T})$ падающего на поверхность равновесного излучения $E_{\lambda,T}$. Используя (32.3), можно показать, что суммарный поток, идущий от каждого участка, равен

$$e_{\lambda,\ T} + (1 - a_{\lambda,\ T})\,E_{\lambda,\ T} = a_{\lambda,\ T}E_{\lambda,\ T} + (1 - a_{\lambda,\ T})\,E_{\lambda,\ T} = E_{\lambda,\ T}$$

и не зависит от лучеиспускательной и поглощательной способности этого участка. Зачерненные участки будут сильнее поглощать падающее излучение, чем незачерненные, и меньше его отражать, но зато будут давать более интенсивное собственное излучение $e_{\lambda,T}$. В результате, если посмотреть через отверстие в полость, то ни узоры на фоне тарелки, ни сама тарелка на фоне стенок полости не будут видны; все участки поверхности будут представляться одинаково светлыми.

Примеры с тарелкой, рассмотренные в данном и предыдущем параграфах, показывают, что мы имеем возможность различать предметы, только если пользоваться неравновесным излучением. Так, при наблюдении в обычных условиях мы имеем дело с телами, температура которых колеблется в пределах 250—300° K, в то время как температура излучающей поверхности Солнца равна примерно 6000° K, а раскаленной нити электрической лампы — около 2000° K.

Равновесное излучение в полости представляет собой материальную систему электромагнитных волн, движущихся хаотически и в этом смысле до некоторой степени напоминающих идеальный газ, рассматривавшийся в т. I. То обстоятельство, что волны, падающие на стенку, частично поглощаются, вновь испускаются и отражаются, не меняет свойств равновесного излучения и его основной характеристики — плотности энергии на единицу интервала длин волн. Поэтому для анализа свойств равновесного излучения можно применять статистические и термодинамические методы, аналогичные применявшимся при анализе идеального газа.

Сделаем в стенке полости небольшое отверстие площадью dS. Излучение данного интервала длин волн $d\lambda$ движется во все стороны хаотически. Для упрощения расчета будем считать (как и для идеального газа), что в направлении, перпендикулярном к отверстию, будет двигаться 1/3 этих волн, причем половина из них будет двигаться от отверстия внутрь полости, а остальная часть выходить наружу. За время dt через отверстие площадью dS тогда выйдут все волны, заключенные в цилиндре с площадью основания dS и высотой $c\,dt$ (где c — скорость света), движущиеся по направлению к площадке. Эти волны несут с собою энергию, которая излучается отверстием наружу:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}w(\lambda,\ T)\,dSc\,dt.$$

Более точное интегрирование по всем направлениям распространения излучения дает результат, несколько отличающийся численным множителем. Поток энергии через площадку оказывается равным

$$\frac{1}{4}cw(\lambda,\ T)\,dS\,dt.$$

С другой стороны, это отверстие является абсолютно черным телом и за время dt с площади dS должно излучаться $E_{\lambda,\,T}dS\,dt$.

Приравнивая эти два выражения для энергии, излучаемой отверстием, и сокращая на произведение $dS\,dt$, получаем

$$E_{\lambda,\,T}=\frac{c}{4}\,w(\lambda,\ T), \tag{32.5}$$

т. е. лучеиспускательная способность абсолютно черного тела однозначно связана с плотностью энергии равновесного излучения и отличается от последней лишь постоянным размерным множителем $\frac{c}{4}$. Интегрируя обе части равенства (32.5) по λ, можно получить аналогичное соотношение между полной лучеиспускательной способностью абсолютно черного тела и полной плотностью энергии равновесного излучения:

$$E_T=\frac{c}{4}\,w(T). \tag{32.6}$$

Таким образом, задача о нахождении универсальной функции $E_{\lambda,T}$ свелась к задаче статистической физики — нахождению спектрального распределения энергии равновесного излучения $w(\lambda,\ T)$. Однако многочисленные попытки вывести теоретически эти зависимости вплоть до 1900 г. оканчивались неудачами, хотя ряд качественных соотношений удалось при этом получить, исходя из законов классической физики — термодинамики, электродинамики. Так, исходя из соотношения между плотностью энергии электромагнитных волн и давлением света, вытекавшего из электродинамики, Больцман в 1884 г. чисто термодинамическим путем доказал пропорциональность полной лучеиспускательной способности абсолютно черного тела четвертой степени его абсолютной температуры, т. е.

$$E_T=\sigma T^4. \tag{32.7}$$

Несколько ранее, в 1878 г., это соотношение было получено из опыта Стефаном и поэтому (32.7) получило название **закона Стефана—Больцмана**. При этом Стефан ошибочно полагал, что это соотношение справедливо для любых тел, а не только для абсолютно черного тела, с которым он, кстати, и не экспериментировал.

Термодинамический вывод не смог дать величину постоянного множителя в законе Стефана—Больцмана и ее пришлось определять на опыте.

Еще меньше смогла дать термодинамика для определения спектрального распределения равновесного излучения. Из чисто термодинамических соображений Вин показал, что должно выполняться соотношение

$$E_{\lambda,\,T}=\frac{f(\lambda\ T)}{\lambda^5}, \tag{32.8}$$

где $f(\lambda \cdot T)$ есть некоторая функция произведения длины волны на абсолютную температуру, определить вид которой с помощью одной лишь термодинамики нельзя. Из (32.8) вытекало, что максимум лучеиспускательной способности $\left(\frac{dE_{\lambda,\,T}}{d\lambda}=0\right)$ находится при некоторой длине волны $\lambda_{\text{макс}}$, которая связана с абсолютной температурой T соотношением

$$\lambda_{\text{макс}} \cdot T = \text{const}. \tag{32.9}$$

Таким образом, с ростом температуры максимум лучеиспускательной способности абсолютно черного тела смещается в сторону более коротких длин волн. Равенство (32.9) получило название закона смещения Вина. Величина константы в законе Вина из термодинамики также не могла быть определена и ее определили из опыта.

В 1887 г. В. А. Михельсон применил методы статистической физики к тому массовому коллективу элементарных излучателей, которым является нагретое тело. Сделав допущение, что интенсивность излучения атомов в данном спектральном интервале пропорциональна квадрату частоты колебания (аналогично энергии гармонически колеблющейся точки, см. т. I, § 52), Михельсон получил формулу, которая в общих чертах отвечала виду кривой $E_{\lambda,T}$, однако не совпадала с последней.

Вин предложил интерполяционную формулу вида

$$E_{\lambda,\,T}=\frac{\alpha}{\lambda^5}e^{-\frac{\beta}{\lambda T}}, \tag{32.10}$$

удовлетворяющую термодинамическому условию (32 8). Эта формула при должном выборе постоянных α и β приводила к хорошему совпадению в области коротких волн, но давала преуменьшенные значения в области больших λ.

Более строгая попытка теоретического вывода $E_{\lambda,T}$ была сделана Рэлеем. Он исходил из рассмотрения стоячих электромагнитных волн в замкнутой полости. Определялось число независимых волн в данном интервале $d\lambda$, а затем к этим волнам применялся классический закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Каждой независимой волне приписывалась степень свободы и средняя энергия, равная $\frac{1}{2}kT$. В результате им было получено выражение

$$E_{\lambda,\,T}=\frac{2\pi ckT}{\lambda^4}, \tag{32.11}$$

т. е. неизвестная функция в (32.8) имеет вид

$$f(\lambda \cdot T)=2\pi ck\lambda \cdot T. \tag{32.11'}$$

Кривая Рэлея изображена на рис. 1.141 линией *1*. Интерполяционная кривая Вина — линией *2* (используется логарифмический масштаб). Кружочками на том же рисунке нанесены экспериментальные точки для той же температуры. Из рисунка видно, что применение к равновесному излучению законов классической электродинамики и статистики дает правильное значение для $E_{\lambda, T}$ лишь в области больших длин волн. Для коротких волн в ультрафиолетовой области и далее лучеиспускательная способность абсолютно черного тела не возрастает до бесконечности, а, напротив, убывает до нуля.

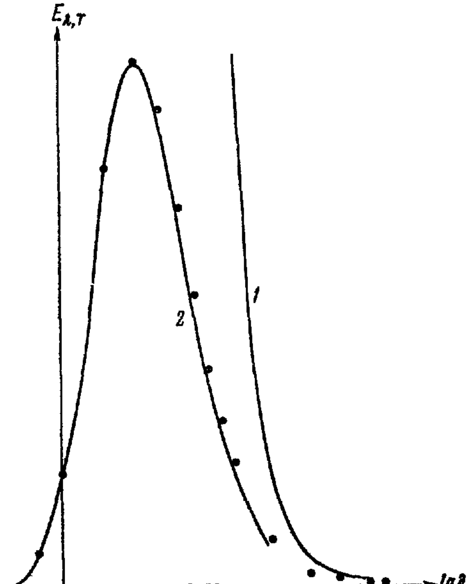

Рис. 1.141.

Формула Рэлея приводит к абсурдному результату и для полной лучеиспускательной способности. Интегрируя выражение (32.11) по λ, получаем:

$$E_T = \int_0^\infty E_{\lambda,T} d\lambda = 2\pi ckT \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \infty,$$

т. е. полная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела должна быть бесконечно большой!?

Все эти затруднения, получившие в науке образное наименование «ультрафиолетовой катастрофы», указывали на наличие в теории каких-то коренных дефектов. Очевидно, электромагнитная теория света становится неприменимой для излучения с короткими длинами волн и какие-то ее принципиальные положения должны быть пересмотрены.

Этот пересмотр был произведен М. Планком. В 1900 г. Планк показал, что правильное выражение для $E_{\lambda,T}$ можно получить, лишь предположив, что *излучение испускается телами не непрерывно, но в виде отдельных порций. Энергия каждой такой порции — кванта излучения — пропорциональна его частоте*:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (32.12)$$

где h — универсальная постоянная, одинаковая по всему спектру, получившая впоследствии название постоянной Планка.

Из (32.12) можно определить размерность постоянной Планка:

$$[h]=\frac{[\varepsilon]}{[\nu]}=дж\cdot сек.$$

Величины такой размерности: энергия×время — носят название «действия».

Предположение Планка находится в резком противоречии с законами классической физики. В классической физике все величины — энергия, импульс, действие — могут иметь произвольные, сколь угодно малые значения, могут меняться плавно, непрерывно. Согласно этим представлениям, и тепловое излучение должно испускаться телами непрерывно, пополняться любыми порциями. Однако из этих представлений вытекает формула Рэлея (32.11), пришедшая в противоречие с опытом в области коротких волн и высоких частот, когда величина кванта (32.12) становится большой и нельзя пренебрегать дискретностью порций излучения. Естественно, что для очень коротких волн всей энергии теплового движения тела недостаточно, чтобы оно могло испустить хотя бы один такой квант. Таково, во всяком случае, качественное объяснение падения интенсивности излучения при $\lambda\to 0$ и разрешение ультрафиолетовой катастрофы классической физики.

Исходя из предположения (32.12) о дискретности испускаемого излучения и пользуясь статистическими методами, Планк теоретически вывел выражение для $E_{\lambda,T}$, полностью совпадающее с опытом.

Приведем более простой вывод этого выражения, данный впоследствии Эйнштейном.

При поглощении и испускании атомами стенки кванта $h\nu$ меняется скачком энергия атома от некоторого значения E_1 до E_2 и обратно, так что

$$E_2-E_1=h\nu. \tag{32.13}$$

Обозначим через N_1 число атомов в данном участке стенки полости, заполненной излучением, обладающих энергией E_1, а через N_2 — число атомов, обладающих энергией E_2. Величина E_2 больше, чем E_1, и N_2 есть число атомов, энергетически возбужденных по отношению к N_1.

В т. I указывалось (см. §§ 20—21), что при статистическом равновесии число атомов, обладающих даным значением энергии E, зависит от последней по экспоненциальному закону Больцмана, т. е.

$$\left.\begin{aligned}N_1&=N_0e^{-\frac{E_1}{kT}},\\ N_2&=N_0e^{-\frac{E_2}{kT}}\end{aligned}\right\} \tag{32.14}$$

и

$$\frac{N_1}{N_2}=e^{+\frac{E_2-E_1}{kT}}=e^{\frac{h\nu}{kT}}=e^{\frac{hc}{kT\lambda}}. \tag{32.15}$$

Наличие равновесного излучения с той же температурой T не нарушает динамического равновесия между атомами, находящимися на различных энергетических уровнях E_1 и E_2. Число атомов, переходящих с верхнего уровня на нижний с испусканием квантов излучения данной частоты ν (или длины волны $\lambda=\frac{c}{\nu}$) должно равняться числу атомов, переходящих с нижнего уровня на верхний с поглощением таких же квантов за то же время.

Подсчитаем количество этих противоположных актов в отдельности. При этом следует учитывать, что, согласно законам электродинамики, электромагнитная волна, падающая на колеблющийся диполь, в зависимости от соотношения фаз их колебаний может как усиливать колебания диполя, так и тормозить их Иными словами, излучение, падающее на атом, может заставлять последний не только поглощать, но и испускать соответствующие кванты энергии. Это обстоятельство приводит к тому, что возбужденные атомы с энергией E_2 переходят, под действием падающего на них излучения, на нижний уровень E_1.

Кроме того, как впервые указал Эйнштейн, возбужденные атомы могут испускать фотоны и самопроизвольно или «спонтанно», без всякого воздействия извне Переход на верхний энергетический уровень без поглощения фотона, т. е. спонтанно, конечно, невозможен.

Количество возбужденных атомов, переходящих за единицу времени с верхнего уровня на нижний спонтанно, пропорционально их наличному числу N_2 и равно AN_2, где A — соответствующий коэффициент пропорциональности. Количество атомов, переходящих с верхнего уровня на нижний под воздействием излучения, очевидно, пропорционально и числу возбужденных атомов N_2 и плотности энергии падающего излучения $w(\lambda, T)$. Согласно (32 5), величина $w(\lambda, T)$ пропорциональна $E_{\lambda,T}$ и число вынужденных переходов возбужденных атомов на нижние уровни за единицу времени равно $B_{2,1}N_2E_{\lambda,T}$, где $B_{2,1}$— соответствующий коэффициент вероятности перехода. Полное число самопроизвольных и вынужденных переходов и тем самым полное число испускаемых в единицу времени фотонов равно:

$$AN_2+B_{2,1}N_2E_{\lambda,T}. \tag{32 16}$$

Атомы, находящиеся на нижнем энергетическом уровне E_1, могут переходить на верхний E_2 только за счет энергии падающего излучения. Поэтому количество таких переходов и число квантов, поглощаемых в единицу времени тем же участком стенки, равно:

$$B_{1,2}N_1E_{\lambda,T}, \tag{32.17}$$

где $B_{1,2}$ — соответствующий коэффициент вероятности перехода с уровня E_1 на уровень E_2.

При установившемся равновесии между излучением и стенкой количество поглощаемых (32 16) и испускаемых (32.17) за единицу времени фотонов равно друг другу, т. е.

$$AN_2+B_{2,1}N_2E_{\lambda,T}=B_{1,2}N_1E_{\lambda,T}. \tag{32.18}$$

Решая уравнение (32.18) относительно $E_{\lambda,T}$ и учитывая (32.15), получаем:

$$E_{\lambda,T}=\frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}}\frac{N_1}{N_2}-1}=\frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}}e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}. \tag{32.19}$$

Коэффициенты вероятности самопроизвольных и вынужденных переходов A, $B_{1,2}$ и $B_{2,1}$ могут быть точно рассчитаны лишь при полном знании законов взаимодействия электромагнитных волн с атомами. Однако входящие в (32.19) отношения этих коэффициентов могут быть определены из простых общих соображений:

1. В предельном случае бесконечно высоких температур $T \to \infty$, $e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \to e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1$, и формула (32.19) принимает вид

$$E_{\lambda,\infty} \to \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}} - 1} \tag{32.20}$$

С другой стороны, при бесконечно высокой температуре атомы тела должны обладать бесконечно большой энергией и их лучеиспускательная способность должна быть бесконечно велика, т. е. $E_{\lambda,\infty} \to \infty$. Последнее, однако, возможно лишь, если знаменатель выражения (32.20) равен нулю, т. е. $\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}} = 1$ (т. е. $B_{1,2} = B_{2,1}$). Подставляя это значение в (32.19), получаем:

$$E_{\lambda,T} = \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \tag{32.21}$$

2. В области очень длинных волн энергия отдельного кванта $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ очень мала по сравнению с энергией теплового движения kT. В этом случае в единицу времени излучается и поглощается такое большое число квантов, что излучение можно практически считать непрерывным. Следовательно, для длинных волн уравнение (32.21) должно переходить в классическую формулу Рэлея (32.11).

При больших λ показатель степени $\frac{hc}{\lambda kT} \ll 1$, и можно, разлагая экспоненциальную функцию в ряд, ограничиться двумя первыми членами:

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT} + \cdots \approx 1 + \frac{hc}{\lambda kT}.$$

Подставляя это разложение в (32.21) и сопоставляя с (32.11), получаем:

$$E_{\lambda,T} \approx \frac{A}{B_{2,1}} \frac{\lambda kT}{hc} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}.$$

Отсюда

$$\frac{A}{B_{2,1}} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5},$$

и окончательно:

$$E_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \tag{32.22}$$

Это выражение носит название формулы Планка для лучеиспускательной способности абсолютно черного тела. Из (32 22) и (32.5) можно найти и спектральную плотность энергии равновесного излучения $w(\lambda, T)$. В предельном случае длинных волн, как было показано выше, формула Планка переходит в формулу Рэлея (32.11), совпадающую в этом случае с опытом. В противоположном предельном случае коротких волн можно пренебречь единицей в знаменателе, и мы получаем:

$$E_{\lambda, T} \approx \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}, \tag{32.23}$$

что совпадает с интерполяционной формулой Вина (32.10), также хорошо оправдывающейся на опыте в этой области. Сопоставляя выведенную им теоретически формулу (32.22) с опытом, Планк определил численное значение универсальной постоянной h. По уточненным современным данным

$$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек} = 6{,}62 \cdot 10^{-27} \text{эрг} \cdot \text{сек}.$$

Блестящие результаты, достигнутые при применении гипотезы Планка, были первым серьезным указанием на то, что к явлениям лучеиспускания законы классической физики уже неприменимы. Не вытекая из какой-либо законченной теории, не являясь, тем более, теорией, сама по себе гипотеза Планка показывала, что должна быть создана новая теория. В этой новой теории должно быть существенно отражено, что некоторые физические величины способны принимать не непрерывный, но дискретный ряд значений. К этим вопросам мы вернемся в последующих главах. Сейчас же обратимся к формуле Планка, вытекающим из нее следствиям и практическим применениям законов теплового излучения.

§ 33. Законы теплового излучения

На рис. 1.142 изображена серия кривых $E_{\lambda, T}$ для различных температур излучающего абсолютно черного тела. Согласно формуле Планка

$$E_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \tag{33.1}$$

для каждой данной длины волны λ с ростом температуры показатель $\frac{hc}{\lambda kT}$ и величина, стоящая в знаменателе, $e^{\frac{hc}{\lambda kT}}$, убывают, а сама дробь возрастает. Следовательно, с ростом температуры возрастает лучеиспускательная способность во всех участках спектра, но в различной степени.