Глава III

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

§ 3.1. Некоторые свойства электромагнитных волн

1. В гл. XXI второго тома изложены основы теории электромагнитных явлений, базирующейся на уравнениях Максвелла. *Там же показано, что переменное электрическое поле обусловливает возникновение магнитного поля, а переменное магнитное поле — возникновение вихревого электрического поля.* Таким образом, переменные электрическое и магнитное поля тесно взаимосвязаны, они образуют единое **электромагнитное поле.** Это поле принято характеризовать двумя векторами — электрической напряженности **E** и магнитной индукции **B**. Связь между **E** и **B**, а также их зависимость от координат и времени определяются системой дифференциальных уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Эти уравнения можно получить из интегральных уравнений Максвелла, рассмотренных во втором томе, если воспользоваться теоремами Стокса и Остроградского — Гаусса о преобразовании интегралов по замкнутому контуру L и замкнутой поверхности S в интегралы соответственно по поверхности, ограниченной контуром L, и по объему, ограниченному поверхностью S.

Для области электромагнитного поля, не содержащей свободных зарядов и макроскопических токов (проводимости и конвекционных), интегральные уравнения Максвелла имеют такой вид:

$$\oint_L \mathbf{E}\, d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\, d\mathbf{S}, \qquad \oint_L \mathbf{H}\, d\mathbf{l} = \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\, d\mathbf{S},$$

$$\oint_S \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = 0, \qquad \oint_S \mathbf{B}\, d\mathbf{S} = 0,$$

где **D** — вектор электрического смещения, **H** — вектор напряженности магнитного поля. В первых двух уравнениях интегрирование производится по произвольному неподвижному замкнутому контуру L и по неподвижной поверхности S, «натянутой» на контур L (ограниченной этим контуром), а в третьем и четвертом уравнениях — по произвольной неподвижной замкнутой поверхности S.

По теореме Стокса, циркуляция вектора **a** вдоль замкнутого контура L равна потоку вектора rot **a** сквозь поверхность S, ограниченную этим контуром:

$$\oint_L \mathbf{a}\, d\mathbf{l} = \int_S \operatorname{rot} \mathbf{a}\, d\mathbf{S},$$

где $\operatorname{rot} \mathbf{a} = \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y}\right)\mathbf{k}$

— **ротор** вектора $\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$. Таким образом, первые два уравнения Максвелла можно переписать в форме

$$\int_S \left(\operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) d\mathbf{S} = 0 \quad \text{и} \quad \int_S \left(\operatorname{rot} \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) d\mathbf{S} = 0.$$

Так как контур L и ограниченная им поверхность S выбираются совершенно произвольно, то равенство нулю этих интегралов возможно только при условии, что

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}+\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}=0 \quad \text{и} \quad \operatorname{rot}\mathbf{H}-\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}=0,$$

т. е.

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}=-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{H}=\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

Это первые два дифференциальных уравнения Максвелла.

По теореме Остроградского — Гаусса, поток вектора **a** сквозь замкнутую поверхность S равен интегралу от div **a** по всему объему V, ограниченному этой поверхностью:

$$\oint_S \mathbf{a}\,d\mathbf{S}=\int_V \operatorname{div}\mathbf{a}\,dV,$$

где $\operatorname{div}\mathbf{a}=\frac{\partial a_x}{\partial x}+\frac{\partial a_y}{\partial y}+\frac{\partial a_z}{\partial z}$ — **дивергенция** вектора **a**. Следовательно, третье и четвертое уравнения Максвелла можно переписать в виде

$$\int_V \operatorname{div}\mathbf{D}\,dV=0 \quad \text{и} \quad \int_V \operatorname{div}\mathbf{B}\,dV=0.$$

Поверхность S и объем V, ею ограниченный, выбираются совершенно произвольно. Поэтому равенство нулю этих интегралов возможно только при условии, что

$$\operatorname{div}\mathbf{D}=0 \quad \text{и} \quad \operatorname{div}\mathbf{B}=0.$$

Для электромагнитного поля в однородной, изотропной и непроводящей среде, не обладающей сегнетоэлектрическими или ферромагнитными свойствами,

$$\mathbf{D}=\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E} \quad \text{и} \quad \mathbf{B}=\mu\mu_0\mathbf{H},$$

где ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные, а ε и μ — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, не зависящие ни от координат, ни от времени. В этом случае дифференциальные уравнения Максвелла имеют вид

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{rot}\mathbf{E}=-\mu\mu_0\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{H}=\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t};\\ &\operatorname{div}\mathbf{E}=0, \quad \operatorname{div}\mathbf{H}=0, \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

или

$$\begin{aligned} &\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}=-\mu\mu_0\frac{\partial H_x}{\partial t}, && \frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}=\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_x}{\partial t},\\ &\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}=-\mu\mu_0\frac{\partial H_y}{\partial t}, && \frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}=\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t},\\ &\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}=-\mu\mu_0\frac{\partial H_z}{\partial t}, && \frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}=\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_z}{\partial t},\\ &\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0, && \frac{\partial H_x}{\partial x}+\frac{\partial H_y}{\partial y}+\frac{\partial H_z}{\partial z}=0. \end{aligned} \tag{3.1'}$$

2. Из уравнений Максвелла следует, что напряженности **E** и **H** переменного электромагнитного поля удовлетворяют волновому уравнению (см. § 1.3, п. 14):

$$\Delta\mathbf{E}-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0 \quad \text{и} \quad \Delta\mathbf{H}-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2}=0,$$

или

$$\Delta E_x-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}=0,\qquad \Delta E_y-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}=0,\quad \Delta E_z-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}=0;$$

$$\Delta H_x-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2}=0,\qquad \Delta H_y-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}=0,\quad \Delta H_z-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}=0,$$

где $c=1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}=3\cdot 10^8$ м/с — **электродинамическая постоянная**, а E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z — проекции векторов **E** и **H** на оси прямоугольной декартовой системы координат.

В самом деле, из первого уравнения второго столбца (3.1′) следует, что

$$\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_z}{\partial t}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial H_y}{\partial t}\right).$$

Подставив значения $\frac{\partial H_y}{\partial t}$ и $\frac{\partial Hz}{\partial t}$ из второго и третьего уравнений первого столбца (3.1′), получим

$$\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}=\frac{1}{\mu\mu_0}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{\mu\mu_0}\left[\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)\right].$$

Из четвертого уравнения первого столбца (3.1′) видно, что $\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}=-\frac{\partial E_x}{\partial x}$, поэтому

$$\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}=\Delta E_x,$$

т. е. E_x удовлетворяет волновому уравнению. Аналогично можно доказать, что волновому уравнению удовлетворяют также E_y, E_z, H_x, H_y и H_z.

Таким образом, переменное электромагнитное поле распространяется в пространстве в виде **электромагнитной волны. Фазовая** скорость электромагнитной волны

$$v=c/\sqrt{\varepsilon\mu},\tag{3.2}$$

где ε и μ — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Для вакуума $\varepsilon=\mu=1$ и $v=c$. Следовательно, электродинамическая постоянная представляет собой скорость распространения электромагнитных волн в вакууме. С другой стороны, она совпадает со скоростью света в вакууме. Это навело Максвелла на мысль об электромагнитной природе света.

Относительные магнитные проницаемости всех неферромагнитных сред, т. е. диа- и парамагнетиков, очень мало отличаются от единицы. Поэтому с большой степенью точности можно считать, что в таких средах фазовая скорость электромагнитных волн

$$v=c/\sqrt{\varepsilon}.\tag{3.2′}$$

В гл. VII показано, что относительная диэлектрическая проницаемость любой среды, находящейся в переменном электрическом поле, зависит от частоты колебаний этого поля. Следовательно, во всех средах должно наблюдаться явление дисперсии электромагнитных волн, т. е. зависимости их фазовой скорости от частоты. Дисперсия отсутствует только в вакууме, для которого ε не зависит от частоты и всегда равна единице.

3. Из уравнений Максвелла вытекает также вывод о том, что векторы **E** и **H** электромагнитной волны всегда взаимно перпендикулярны. Кроме того, они лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, т. е. вектору **v** скорости волны. Следовательно, электромагнитные волны являются поперечными. Взаимная ориентация тройки векторов **E**, **H** и **v** удовлетворяет следующему правилу: из конца вектора **v** вращение от **E** к **H** по кратчайшему расстоянию видно происходящим против часовой стрелки (рис. 3.1). Иными словами, вектор **v** по направлению совпадает с векторным произведением **E** на **H**:

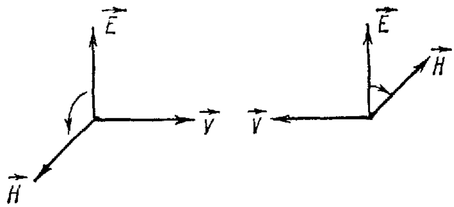

Рис. 3.1

$$\mathbf{v}=\frac{v}{EH}[\mathbf{EH}]. \qquad (3.3)$$

Докажем поперечность электромагнитных волн и взаимную перпендикулярность векторов **E** и **H** на примере плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси OX. В этом случае векторы **E** и **H** и их проекции на оси координат зависят от координаты x и времени t, т. е.

$$\frac{\partial E_x}{\partial y}=\frac{\partial E_x}{\partial z}=\frac{\partial E_y}{\partial y}=\frac{\partial E_y}{\partial z}=\frac{\partial E_z}{\partial y}=\frac{\partial E_z}{\partial z}=0$$

и

$$\frac{\partial H_x}{\partial y}=\frac{\partial H_x}{\partial z}=\frac{\partial H_y}{\partial y}=\frac{\partial H_y}{\partial z}=\frac{\partial H_z}{\partial y}=\frac{\partial H_z}{\partial z}=0.$$

Поэтому из первых и четвертых уравнений обоих столбцов (3.1′) следует, что

$$\frac{\partial E_x}{\partial x}=0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial H_x}{\partial x}=0; \quad \frac{\partial E_x}{\partial t}=0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial H_x}{\partial t}=0.$$

Иными словами, E_x и H_x не зависят ни от координат, ни от времени. Такое стационарное однородное поле не имеет никакого отношения к электромагнитным волнам, поле которых заведомо нестационарно и неоднородно. Таким образом, для поля плоской волны, распространяющейся вдоль оси OX, $E_x=H_x=0$, т. е.

$$\mathbf{E}=E_y\mathbf{j}+E_z\mathbf{k} \quad \text{и} \quad \mathbf{H}=H_y\mathbf{j}+H_z\mathbf{k}.$$

Колебания **E** и **H** в точках плоскости $x=\mathrm{const}$ отстают по времени от колебаний тех же векторов в точках плоскости $x=0$ на x/v, где v — скорость волны. Поэтому **E** и **H** зависят от комбинации t и x вида $(t-x/v)$:

$$E_y=f_1(t-x/v), \quad E_z=f_2(t-x/v),$$
$$H_y=\varphi_1(t-x/v), \quad H_z=\varphi_2(t-x/v).$$

Обозначим $t-x/v=\xi$, тогда

$$\frac{\partial E_y}{\partial t}=\frac{df_1}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial E_y}{\partial x}=-\frac{1}{v}\frac{df_1}{d\xi}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{df_2}{d\xi}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial x}=-\frac{1}{v}\frac{df_2}{d\xi},$$
$$\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{d\varphi_1}{d\xi}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x}=-\frac{1}{v}\frac{d\varphi_1}{d\xi}, \quad \frac{\partial H_z}{\partial t}=\frac{d\varphi_2}{d\xi}, \quad \frac{\partial H_z}{\partial x}=-\frac{1}{v}\frac{d\varphi_2}{d\xi}.$$

Подставив эти значения производных во второе и третье уравнения первого столбца (3.1′), получим

$$\frac{1}{v}\frac{df_2}{d\xi}=-\mu\mu_0\frac{d\varphi_1}{d\xi} \quad \text{и} \quad \frac{1}{v}\frac{df_1}{d\xi}=\mu\mu_0\frac{d\varphi_2}{d\xi},$$

или, учитывая, что $v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$,

$$\frac{df_1}{d\xi}=\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}\frac{d\varphi_2}{d\xi} \quad \text{и} \quad \frac{df_2}{d\xi}=-\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}\frac{d\varphi_1}{d\xi}.$$

Интегрнруя по ξ, найдем[1]

$$f_1=\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}\varphi_2 \quad \text{и} \quad f_2=-\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}\varphi_1.$$

Из этих формул видно, что векторы **E** и **H** взаимно перпендикулярны:

$$\mathbf{EH}=f_1\varphi_1+f_2\varphi_2=\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}(\varphi_1\varphi_2-\varphi_1\varphi_2)=0.$$

Легко видеть, что **v**, **E** и **H** — правая тройка взаимно перпендикулярных векторов. Действительно, если $\mathbf{E}=E_y\mathbf{j}$, то $\mathbf{H}=H_z\mathbf{k}$, причем если $E_y>0$, то и

$$H_z=\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_y>0.$$

Итак, из дифференциальных уравнений Максвелла следует, что для плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси OX,

$$E_x=H_x=0,$$
$$E_y=f_1(t-x/v),\quad E_z=f_2(t-x/v),$$
$$H_y=\varphi_1(t-x/v),\quad H_z=\varphi_2(t-x/v),$$

причем

$$H_y=-\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_z \quad \text{и} \quad H_z=\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_y. \tag{3.4}$$

Так как $H=\sqrt{H_y^2+H_z^2}$ и $E=\sqrt{E_y^2+E_z^2}$, то

$$\sqrt{\mu\mu_0}\,H=\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\,E. \tag{3.5}$$

Таким образом, взаимно перпендикулярные векторы **E** и **H** колеблются в одной фазе — они одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают максимальных значений. Соотношение (3.5), полученное для плоской волны, справедливо для любой бегущей электромагнитной волны независимо от формы ее волновых поверхностей.

4. Синусоидальная электромагнитная волна называется **монохроматической волной.** В каждой точке электромагнитного поля монохроматической волны проекции векторов **E** и **H** на оси координат инерциальной системы отсчета совершают гармонические колебания одинаковой частоты ν, называемой **частотой волны.** Так, например, в поле плоской монохроматической волны, распространяющейся вдоль поло-

[1] Постоянные интегрирования следует положить равными нулю, так как векторы **E** и **H** и их проекции на оси координат для переменного поля плоской волны не могут содержать постоянных составляющих, не зависящих от $\xi=t-x/v$.

жительного направления оси OX [см. уравнение (1.14)],

$$E_y = A_1 \sin(\omega t - \kappa x + \alpha_1), \qquad (3.6)$$
$$E_z = A_2 \sin(\omega t - \kappa x + \alpha_2),$$

где ω — циклическая частота волны, $\kappa = \omega/v$ — волновое число. Зависимости H_y и H_z от t и x, соответствующие уравнениям (3.6), можно определить с помощью формул (3.4).

В общем случае конец вектора **E** в каждой точке поля описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной оси OX. Уравнение этого эллипса можно получить, исключив из системы (3.6) величину $\omega t - \kappa x$:

$$\frac{E_y^2}{A_1^2} + \frac{E_z^2}{A_2^2} - \frac{2E_y E_z}{A_1 A_2}\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = \sin^2(\alpha_2 - \alpha_1). \qquad (3.6')$$

Конец вектора **H** также описывает эллипс, лежащий в той же плоскости, но повернутый вокруг оси OX на угол $\pi/2$. Такая плоская электромагнитная волна называется **эллиптически-поляризованной.** Если амплитуды A_1 и A_2 одинаковы, а $\alpha_2 - \alpha_1 = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ ($m=0$; ± 1; ± 2;...), то эллипсы для **E** и **H** превращаются в окружности. Такая волна называется **циркулярно-поляризованной** (поляризованной по кругу). Наконец, если $\alpha_2 - \alpha_1 = m\pi$ ($m=0$; ± 1; ± 2;...), то эллипсы вырождаются в два взаимно перпендикулярных отрезка прямых. Такая волна называется **линейно-поляризованной (плоскополяризованная волна).** В линейно-поляризованной волне векторы **E** во всех точках поля колеблются, оставаясь параллельными некоторому определенному направлению. Если ось OY прямоугольной декартовой системы координат проведена вдоль этого направления, то

$$E_z = 0, \quad H_y = 0 \text{ и } H_z = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\, E_y.$$

Следовательно, для линейно-поляризованной плоской монохроматической волны

$$E_y = E_0 \sin(\omega t - \kappa x + \alpha), \qquad (3.7)$$
$$H_z = H_0 \sin(\omega t - \kappa x + \alpha),$$

где E_0 — амплитуда напряженности электрического поля волны ($E_0 = |\mathbf{E}|_{\text{макс}}$) и $H_0 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0/(\mu\mu_0)}\, E_0$ — амплитуда напряженности магнитного поля волны ($H_0 = |\mathbf{H}|_{\text{макс}}$), α — начальная фаза колебаний E_y и H_z в точках координатной плоскости YOZ ($x=0$). Плоскость, проведенная через вектор **E** и вектор **v** скорости распространения волны в данной точке поля, называется **плоскостью колебаний волны** (плоскость XOY на рис. 3.2). Плоскость, проведенная через векторы **H** и **v**, называется **плоскостью поляризации волны** (плоскость XOZ на рис. 3.2) [1]. Очевидно, что эти понятия применимы только для линейно-поляризованных волн.

---

[1] Согласно последним рекомендациям Комитета научно-технической терминологии АН СССР, плоскость, проходящая через векторы **E** и **v**, называется плоскостью поляризации волны. Соответственно плоскость, проходящая через векторы **H** и **v**, не имеет специального наименования, а термин «плоскость колебаний» упразднен.

5. Электромагнитное поле обладает энергией. Поэтому распространение электромагнитных волн связано с переносом энергии в поле, подобно тому, как распространение упругих волн в веществе связано с переносом механической энергии. Вектор **P** плотности потока энергии электромагнитных волн называется **вектором Умова — Пойнтинга.** Для плоской или сферической волны он выражается формулой, аналогичной (1.23′):

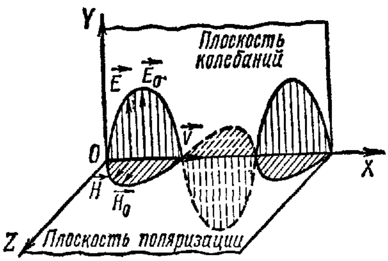

Рис. 3.2

$$\mathbf{P}=w\mathbf{u}, \tag{3.8}$$

где w — объемная плотность энергии электромагнитного поля волны, а $\mathbf{u}$ — вектор групповой скорости волны. Во втором томе было показано (см. § 7.1 и 19.6), что объемные плотности энергии электрического w_e и магнитного w_m полей соответственно равны:

$$w_e={}^1/_2\varepsilon\varepsilon_0E^2 \text{ и } w_m={}^1/_2\mu\mu_0H^2.$$

Следовательно,

$$w=w_e+w_m={}^1/_2\varepsilon\varepsilon_0E^2+{}^1/_2\mu\mu_0H^2. \tag{3.9}$$

Для монохроматической волны групповая скорость $\mathbf{u}$ равна фазовой скорости $\mathbf{v}$ волны (см. § 1.3, п. 7). Поэтому на основании равенств (3.5) и (3.2)

$$w=\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}\,EH=\frac{1}{v}\,EH,\quad \mathbf{P}=\frac{EH}{v}\,\mathbf{v}. \tag{3.9′}$$

Подставив значение $\mathbf{v}$ из формулы (3.3), окончательно получим следующее выражение для вектора Умова — Пойнтинга:

$$\mathbf{P}=[\mathbf{EH}]. \tag{3.10}$$

6. **Интенсивностью электромагнитной волны** называется величина I, численно равная энергии, которую переносит волна за единицу времени сквозь единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению распространения волны. Так же как в случае акустических волн (см. § 2.1), интенсивность электромагнитной волны равна модулю среднего значения вектора Умова — Пойнтинга за промежуток времени, равный периоду T полного колебания:

$$I=|\langle\mathbf{P}\rangle|=|\langle[\mathbf{EH}]\rangle|=\frac{1}{T}\left|\int_0^T[\mathbf{EH}]\,dt\right|. \tag{3.11}$$

Для линейно-поляризованной плоской монохроматической волны из (3.11) и (3.7) следует, что

$$I=\frac{1}{2}\,E_0H_0=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\,E_0^2, \tag{3.12}$$

так как за промежуток времени $\Delta t=T$ $\langle\sin^2(\omega t-kx+\alpha)\rangle=1/2$.

Основываясь на законе сохранения энергии, можно показать, что в отсутствие поглощения интенсивность сферической электромагнитной волны обратно пропорциональна квадрату расстояния r от центра волны: $I \sim r^{-2}$. Соответственно амплитуды E_0 и H_0 сферической монохроматической волны обратно пропорциональны r: $E_0 \sim r^{-1}$ и $H_0 \sim r^{-1}$.

7. Максвелл теоретически показал, что электромагнитные волны должны производить давление на встречающиеся на их пути тела. По расчетам Максвелла, давление плоской волны пропорционально объемной плотности w энергии электромагнитного поля волны:

$$p = w(1+R)\cos^2 i, \qquad (3.13)$$

где R — **коэффициент отражения**, т. е. отношение интенсивности волны, отражаемой телом, к интенсивности падающей волны; i — угол между направлением распространения падающей волны и внутренней нормалью к поверхности тела (угол падения).

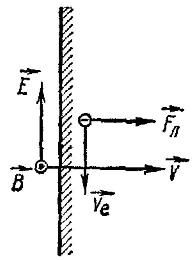

Рис. 3.3

Существование этого давления проще всего пояснить для случая нормального падения ($i=0$) плоскополяризованной волны на плоскую поверхность металла (рис. 3.3). Под действием электрического поля волны электроны в металле перемещаются в сторону, противоположную вектору $\mathbf{E}$ (значительно более массивные положительные ионы практически не реагируют на поле волны, изменяющееся с большой частотой). Со стороны магнитного поля на каждый электрон, движущийся со скоростью $\mathbf{v}_e$, действует сила Лоренца $\mathbf{F}_л = -e\,[\mathbf{v}_e\mathbf{B}]$. Эти силы направлены внутрь металла перпендикулярно его поверхности. Таким образом, электромагнитная волна действительно должна производить давление на поверхность металла.

§ 3.2. Излучение электромагнитных волн

1. В электродинамике доказывается, что электромагнитные волны возбуждаются изменяющимися во времени электрическими токами, а также отдельными движущимися электрическими зарядами, ускорения которых отличны от нуля [1]. Процесс возбуждения электромагнитных волн электрической системой называется **излучением электромагнитных волн**, а сама система — **излучающей системой.** Электромагнитное поле волны называется **полем излучения.**

В качестве примера простейшей излучающей системы рассмотрим **линейный гармонический осциллятор** — электрический диполь, электрический момент $\mathbf{p}_e$ которого изменяется во времени по гармоническому закону

$$\mathbf{p}_e = \mathbf{p}_0 \sin\omega t, \qquad (3.14)$$

где $\mathbf{p}_0$ — амплитуда вектора $\mathbf{p}_e$.

[1] В § 7.5 показано, что при некоторых условиях заряженная частица, движущаяся в среде равномерно и прямолинейно, также излучает электромагнитные волны.