Глава IV

ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ[1]

§ 4.1. Формулы Френеля

1. В § 1.4 установлены законы отражения и преломления волн любой природы (в том числе и световых) на границе раздела двух изотропных непоглощающих сред. На основании формул (1.34), (1.35), и (3.2′) закон преломления света можно записать в форме

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{n_2}{n_1}=n_{21}, \qquad (4.1)$$

где

$$n_1=c/v_1=\sqrt{\varepsilon_1} \text{ и } n_2=c/v_2=\sqrt{\varepsilon_2} \qquad (4.2)$$

— **абсолютные показатели преломления** первой и второй сред, ε_1 и ε_2 — их относительные диэлектрические проницаемости, v_1 и v_2 — фазовые скорости света в обеих средах, c — скорость света в вакууме, а n_{21} — **относительный показатель преломления** второй среды по отношению к первой. Соотношение (4.1) иногда называют **законом Снеллиуса.**

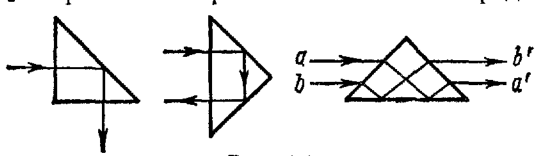

Рис. 4.1

Если $n_1 > n_2$, то говорят, что первая среда **оптически более плотная,** чем вторая. В этом случае угол преломления r больше угла падения i. Следовательно, существует такой угол падения $i_{пр}$, при котором $r=90°$. Этот угол называется **предельным** или **критическим** и определяется из условия $\sin i_{пр}=\frac{n_2}{n_1}$. При $i \geqslant i_{пр}$ свет полностью отражается от второй среды. Такое явление называется **полным внутренним отражением.** Оно широко используется в оптике для изменения направления распространения света. На рис. 4.1 показано несколько типов призм полного внутреннего отражения (направления распространения света показаны стрелками).

2. Среда **оптически однородна,** если ее абсолютный показатель преломления $n(\nu)=\sqrt{\varepsilon(\nu)}$ для света произвольной частоты ν одинаков во всех точках этой среды. В противном случае среда называется **оптически неоднородной.** Для характеристики направлений распространения световой волны в различных точках среды пользуются понятием луча. **Лучом** называется линия, касательная в каждой точке которой совпадает с направлением вектора плотности потока энергии световой волны в этой точке.

[1] Предполагается, что диэлектрики не поглощают свет и **оптически изотропны,** т. е. их оптические свойства не зависят от направления распространения и характера поляризации световой волны.

В оптически однородной среде лучи прямолинейны. Если среда изотропна, то лучи нормальны к волновым поверхностям. В дальнейшем мы будем также употреблять слово «луч» (или «луч света») в несколько ином смысле, понимая под этим узкий пучок света, распространяющийся в определенном направлении.

3. Значительно более сложным является вопрос о соотношениях между амплитудами и фазами падающей, отраженной и преломленной волн на границе раздела. Эти соотношения для плоских монохроматических волн называют **формулами Френеля**. Они получаются из граничных условий для электромагнитного поля на поверхности раздела двух изотропных диэлектриков (см. т. II, § 21.4):

$$E_{1\tau}=E_{2\tau};\ \varepsilon_1 E_{1n}=\varepsilon_2 E_{2n}; \tag{4.3}$$

$$H_{1\tau}=H_{2\tau};\ \mu_1 H_{1n}=\mu_2 H_{2n}, \tag{4.4}$$

где ε_1, μ_1 и ε_2, μ_2 — относительные диэлектрические и магнитные проницаемости соответственно первой и второй сред; $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{H}_1$ и $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$ — векторы напряженностей полей в обеих средах; $E_{i\tau}$, $H_{i\tau}$ и E_{in}, H_{in} — проекции этих векторов соответственно на касательную плоскость и нормаль к границе раздела сред.

4. Всякую плоскую монохроматическую световую волну, как видно из уравнений (3.6), можно представить в виде совокупности двух плоских монохроматических волн той же частоты, в которых векторы $\mathbf{E}$ колеблются вдоль двух взаимно перпендикулярных направлений. Поэтому для нахождения закономерностей отражения и преломления плоских волн на границе раздела двух сред достаточно рассмотреть порознь плоскую волну, в которой вектор $\mathbf{E}$ колеблется в плоскости падения (**р-волна**), и плоскую волну, в которой вектор $\mathbf{E}$ колеблется перпендикулярно плоскости падения (**s-волна**).

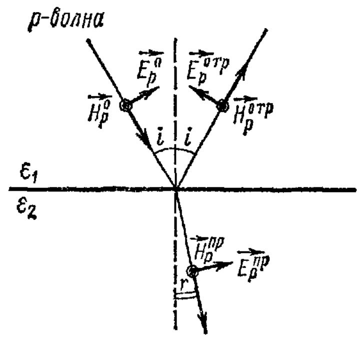

Рис. 4.2

В дальнейшем предполагается, что обе среды полубесконечны, т. е. неограниченно простираются по обе стороны от границы раздела. Поэтому можно не учитывать многократного отражения и считать, что у границы раздела сходятся только три волны — падающая, отраженная и преломленная.

5. Рассмотрим сначала отражение и преломление p-волны. Обозначим векторы $\mathbf{E}$ для падающей, отраженной и преломленной p-волн в точках поверхности раздела через $\mathbf{E}_p^0$, $\mathbf{E}_p^{отр}$, $\mathbf{E}_p^{пр}$. Будем считать числовые значения этих векторов положительными, если их направления совпадают с теми, которые показаны на рис. 4.2, где векторы $\mathbf{H}_p^0$, $\mathbf{H}_p^{отр}$, $\mathbf{H}_p^{пр}$ направлены из-за чертежа к нам. При таком правиле выбора знаков колебания $\mathbf{E}_p^{пр}$ и $\mathbf{E}_p^0$ совершаются в одной фазе, если их числовые значения совпадают по знаку. В этом проще всего убедиться на примере нормального падения света ($i=r=0$): векторы $\mathbf{E}_p^0$ и $\mathbf{E}_p^{пр}$ совпадают по направлению. Наоборот, векторы $\mathbf{E}_p^0$

и $\mathbf{E}_p^{\text{отр}}$ колеблются в одной фазе, если их числовые значения имеют противоположные знаки; колебания этих векторов сдвинуты по фазе на π, если их числовые значения имеют одинаковые знаки. В самом деле, во втором случае при нормальном падении света векторы $\mathbf{E}_p^0$ и $\mathbf{E}_p^{\text{отр}}$ противоположны по направлению.

Выведем формулы Френеля для p-волны. В первой среде распространяются две волны — падающая и отраженная, а во второй — только преломленная. Поэтому результирующие напряженности $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ в первой и второй средах вблизи границы раздела соответственно равны

$$\mathbf{E}_1=\mathbf{E}_p^0+\mathbf{E}_p^{\text{отр}} \text{ и } \mathbf{E}_2=\mathbf{E}_p^{\text{пр}}.$$

Проекции векторов $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ на касательную и нормаль (проведенную из первой среды во вторую):

$$E_{1\tau}=E_p^0\cos i-E_p^{\text{отр}}\cos i,\quad E_{2\tau}=E_p^{\text{пр}}\cos r;$$
$$E_{1n}=-E_p^0\sin i-E_p^{\text{отр}}\sin i,\quad E_{2n}=-E_p^{\text{пр}}\sin r,$$

где i и r — углы падения и преломления.

Подставим эти значения в граничные условия (4.3):

$$\left.\begin{aligned}(E_p^0-E_p^{\text{отр}})\cos i&=E_p^{\text{пр}}\cos r,\\ \varepsilon_1(E_p^0+E_p^{\text{отр}})\sin i&=\varepsilon_2E_p^{\text{пр}}\sin r.\end{aligned}\right\}\tag{4.5}$$

Так как

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}=\frac{n_2^2}{n_1^2}=n_{21}^2=\left(\frac{\sin i}{\sin r}\right)^2,$$

то при $i\neq0$ систему уравнений (4.5) преобразуем к виду

$$\left.\begin{aligned}E_p^{\text{отр}}\cos i+E_p^{\text{пр}}\cos r&=E_p^0\cos i,\\ -E_p^{\text{отр}}\sin r+E_p^{\text{пр}}\sin i&=E_p^0\sin r.\end{aligned}\right\}\tag{4.5'}$$

Из этой системы находим $E_p^{\text{отр}}$ и $E_p^{\text{пр}}$:

$$\left.\begin{aligned}E_p^{\text{отр}}&=E_p^0\frac{\sin i\cos i-\sin r\cos r}{\sin i\cos i+\sin r\cos r}=E_p^0\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)},\\ E_p^{\text{пр}}&=E_p^0\frac{2\sin r\cos i}{\sin i\cos i+\sin r\cos r}=E_p^0\frac{2\sin r\cos i}{\sin(i+r)\cos(i-r)}.\end{aligned}\right\}\tag{4.6}$$

Соотношения (4.6) называют **формулами Френеля для p-волны.** Значения $E_p^{\text{отр}}(0)$ и $E_p^{\text{пр}}(0)$ для случая нормального падения света на границу раздела двух сред получим из уравнений (4.5), переходя в них к пределу при $i\to0$:

$$E_p^0(0)-E_p^{\text{отр}}(0)=E_p^{\text{пр}}(0),$$
$$E_p^0(0)+E_p^{\text{отр}}(0)=n_{21}E_p^{\text{пр}}(0).$$

Следовательно, при $i=r=0$

$$E_p^{\text{отр}}(0)=\frac{n_{21}-1}{n_{21}+1}E_p^0 \text{ и } E_p^{\text{пр}}(0)=\frac{2}{n_{21}+1}E_p^0.\tag{4.6'}$$

6. Рассмотрим теперь отражение и преломление s-волны. Будем считать, что числовые значения векторов $\mathbf{E}_s^0$, $\mathbf{E}_s^{\text{отр}}$ и $\mathbf{E}_s^{\text{пр}}$ положительны, если эти векторы направлены в одну и ту же сторону по отношению

к плоскости падения (например, из-за чертежа, как показано на рис. 4.3). На этом же рисунке показаны соответствующие положительные направления магнитных векторов $\mathbf{H}_s^0$, $\mathbf{H}_s^{\text{отр}}$ и $\mathbf{H}_s^{\text{пр}}$. Очевидно, что векторы $\mathbf{E}_s^{\text{отр}}$ и $\mathbf{E}_s^{\text{пр}}$ колеблются в одной фазе с $\mathbf{E}_s^0$, если их числовые значения $E_s^{\text{отр}}$ и $E_s^{\text{пр}}$ имеют тот же знак, что и E_s^0. Аналогично тому, как это было для *p*-волны,

$$\mathbf{E}_1=\mathbf{E}_s^0+\mathbf{E}_s^{\text{отр}} \text{ и } \mathbf{E}_2=\mathbf{E}_s^{\text{пр}};$$

соответственно

$$\mathbf{H}_1=\mathbf{H}_s^0+\mathbf{H}_s^{\text{отр}} \text{ и } \mathbf{H}_2=\mathbf{H}_s^{\text{пр}}.$$

Так как μ_1 и μ_2 *практически* равны единице, то на основании (3.5)

$$H_s^0=\sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0}{\mu_0}}E_s^0,\quad H_s^{\text{отр}}=\sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0}{\mu_0}}E_s^{\text{отр}} \text{ и}$$

$$H_s^{\text{пр}}=\sqrt{\frac{\varepsilon_2\varepsilon_0}{\mu_0}}E_s^{\text{пр}}.$$

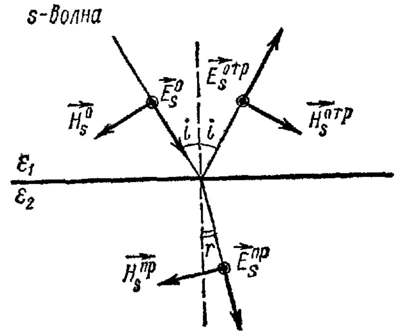

Рис. 4.3

Поэтому проекции $\mathbf{H}_1$ и $\mathbf{H}_2$ на касательную и нормаль (проведенную из первой среды во вторую) соответственно равны:

$$H_{1\tau}=-H_s^0\cos i+H_s^{\text{отр}}\cos i=\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_0/\mu_0}\,(-E_s^0+E_s^{\text{отр}})\cos i,$$
$$H_{2\tau}=-H_s^{\text{пр}}\cos r=-\sqrt{\varepsilon_2\varepsilon_0/\mu_0}\,E_s^{\text{пр}}\cos r,$$
$$H_{1n}=H_s^0\sin i+H_s^{\text{отр}}\sin i=\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_0/\mu_0}\,(E_s^0+E_s^{\text{отр}})\sin i,$$
$$H_{2n}=H_s^{\text{пр}}\sin r=\sqrt{\varepsilon_2\varepsilon_0/\mu_0}\,E_s^{\text{пр}}\sin r.$$

Подставим эти значения в граничные условия (4.4), положив во втором из них $\mu_1=\mu_2$:

$$\left.\begin{aligned}\sqrt{\varepsilon_1}\,(-E_s^0+E_s^{\text{отр}})\cos i&=-\sqrt{\varepsilon_2}\,E_s^{\text{пр}}\cos r,\\ \sqrt{\varepsilon_1}\,(E_s^0+E_s^{\text{отр}})\sin i&=\sqrt{\varepsilon_2}\,E_s^{\text{пр}}\sin r.\end{aligned}\right\}\qquad(4.7)$$

Так как

$$\frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}}=n_{21}=\frac{\sin i}{\sin r},$$

то при $i\neq0$ систему уравнений (4.7) преобразуем к виду

$$\left.\begin{aligned}(-E_s^0+E_s^{\text{отр}})\sin r\cos i&=-E_s^{\text{пр}}\sin i\cos r,\\ E_s^0+E_s^{\text{отр}}&=E_s^{\text{пр}}.\end{aligned}\right\}\qquad(4.7')$$

Из системы (4.7′) можно найти $E_s^{\text{отр}}$ и $E_s^{\text{пр}}$:

$$\left.\begin{aligned}E_s^{\text{отр}}&=E_s^0\frac{\sin r\cos i-\sin i\cos r}{\sin i\cos r+\sin r\cos i}=-E_s^0\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)},\\ E_s^{\text{пр}}&=E_s^0\frac{2\sin r\cos i}{\sin i\cos r+\sin r\cos i}=E_s^0\frac{2\sin r\cos i}{\sin(i+r)}.\end{aligned}\right\}\qquad(4.8)$$

Соотношения (4.8) называют **формулами Френеля для *s*-волны.** Значения $E_s^{\text{отр}}(0)$ и $E_s^{\text{пр}}(0)$ для случая $i=0$ (нормальное падение света) найдем из уравнений (4.7), переходя в них к пределу при $i \to 0$:

$$\left.\begin{aligned} -E_s^0(0)+E_s^{\text{отр}}(0) &= -n_{21}E_s^{\text{пр}}(0), \\ E_s^0(0)+E_s^{\text{отр}}(0) &= E_s^{\text{пр}}(0). \end{aligned}\right\}$$

Следовательно, при $i=r=0$

$$E_s^{\text{отр}}(0) = -\frac{n_{21}-1}{n_{21}+1}E_s^0(0) \quad \text{и} \quad E_s^{\text{пр}}(0) = \frac{2}{n_{21}+1}E_s^0(0). \qquad (4.8')$$

§ 4.2. Закон Брюстера. Коэффициент отражения света

1. Из формул Френеля (4.6) и (4.8) можно найти фазовые соотношения между отраженной или преломленной и падающей волнами. Углы i и r всегда заключены в пределах от 0 до $\pi/2$. Поэтому при любых значениях i и r[1], как видно из (4.6) и (4.8), $E_p^{\text{пр}}$ и $E_s^{\text{пр}}$ совпадают по знаку соответственно с E_p^0 и E_s^0, т. е. на границе раздела сред *фаза преломленной волны всегда совпадает с фазой падающей волны*.

Для отраженной p-волны $E_p^{\text{отр}}$ совпадает по знаку с E_p^0, если $\operatorname{tg}(i+r)$ и $\operatorname{tg}(i-r)$ одновременно положительны или отрицательны. Это возможно в двух случаях:

а) при $i > r$ $(n_{21} > 1)$ и $i + r < \pi/2$;

б) при $i < r$ $(n_{21} < 1)$ и $i + r > \pi/2$.

Такое отражение p-волны сопровождается сдвигом по фазе на π. Отражение p-волны происходит без сдвига фаз в следующих двух случаях:

в) при $i > r\,(n_{21} > 1)$ и $i + r > \pi/2$;

г) при $i < r\,(n_{21} < 1)$ и $i+r < \pi/2$.

Для отраженной s-волны $E_s^{\text{отр}}$ и E_s^0 совпадают по знаку и отражение происходит без сдвига фаз, если $i < r$. При $i > r$ отражение s-волны сопровождается сдвигом по фазе на π.

2. Угол падения i_0, при котором сумма углов падения и преломления равна $\pi/2$, называется **углом Брюстера**. Его можно найти из закона преломления света:

$$\frac{\sin i_0}{\sin(\pi/2-i_0)} = n_{21}, \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} i_0 = n_{21}. \qquad (4.9)$$

Если $i=i_0$, то направления распространения отраженной и преломленной плоских волн взаимно перпендикулярны. Очевидно, что $i+r < \pi/2$ при $i < i_0$ и $i+r > \pi/2$ при $i > i_0$. Поэтому все полученные выше результаты относительно разности фаз отраженной и падающей волн можно свести в табл. 4.1.

Таблица 4.1

	$n_{21} > 1$		$n_{21} < 1$	
	$i < i_0$	$i > i_0$	$i < i_0$	$i > i_0$
p-Волна	π	0	0	π
s-Волна	π	π	0	0

3. В дальнейшем рассматривается отражение света при $i < i_0$. Поэтому в соответствии с табл. 4.1 мы должны считать, что независимо

[1] Для случая $i=0$ нужно пользоваться формулами (4.6′) и (4.8′).