МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ им. С,М, КИРОВА

А.А. КИРСАНОВ

ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИТИЧЕСКУЮ ДИНАМИКУ

Учебное пособие

Псков 1999

ББК 531
К 435

Печатантся по решению кафедр физики, математического анализа и редакционно-издательского совета ПГПИ им. С.М.Кирова.

Научный редактор:
доктор физико-математических наук, профессор **Г.А. Розман**.

Рецензенты:
проректор по учебной работе Псковского политехнического института Санкт-Петербургского технического университета, профессор **А.Н. Верхозин**;
заведующая кафедрой математического анализа ПГПИ им. С.М.Кирова, кандитат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа, Отличник народного образования **Л.И.Сазанова**.

Кирсанов А.А.
К 435 Введение в аналитическую динамику. Учебное пособие. Псков, 1999.- 304 стр.

К 435

ISBN 5-87854-111-4

Содержание

Предисловие

Предлагаемое учебное пособие преследует следующие цели: дать последовательное и достаточно полное изложение курса аналитической динамики; на основе теоретического и практического материала, излагаемого в данном пособии, закрепить практические математические навыки; подготовить читателя к изучению последующих разделов теоретической физики, где полученные знания (наравне с математическими) будут служить уже в качестве инструмента, позволяющего сосредоточить свои усилия в преодолении трудностей, присущих новым разделам теоретической физики.

Учебное пособие предназначено студентам физико-математических факультетов педагогических институтов, но может быть полезно, как справочное пособие, и студентам технических вузов.

«Введение в аналитическую динамику» состоит из 12 глав и Приложения.

В I главе обсуждаются понятия инерциальной системы отсчёта, свободной и несвободной системы материальных точек, связей и их классификаций, виртуальной скорости, виртуального перемещения и виртуальной работы, обобщённых координат и обобщённых сил. Для каждого понятия рассматривается соответствующая ему задача.

Во II главе приводиться полученное Лагранжем так называемое *основное уравнение*, которое положено нами в основу построения аналитической динамики. На основании первой формы основного уравнения доказываются теоремы сохранения импульса, момента количества движения и три формы уравнения энергии. Исходя из разнообразия задач, решаемых в рамках аналитической динамики, основное уравнение представляется в шести различных формах. В этой главе анализируются первые три его формы.

В главе III рассматривается четвёртая форма основного уравнения, из которой выводится функция Лагранжа и интеграл (энергии) Якоби.

В IV главе на основании полученных уравнений рассматриваются проблемы интегрирования уравнений движения в элементарных функциях или неопределённых интегралах от элементарных функций, то есть рассматриваются задачи, разрешаемые в квадратурах. Вводится понятие циклических координат и методы понижения числа степеней свободы системы материальных точек при помощи уравнений энергии (метод Уиттекера). С помощью уравнения Лагранжа вводится функция Рауса и уравнения Рауса.

В V главе, используя уравнение Лагранжа и понятие обобщённого импульса, решается поставленная Гамильтоном задача о нахождении уравнений движения системы материальных точек. В качестве основной функции выбирается полная энергия, выраженная через переменные двух видов: геометрические, определяющие положение системы материальных точек, и динамические, определяющие основную величину ньютоновской механики – импульс. Результатом решения поставленной задачи является получение уравнений движения в форме Гамильтона (система канонических уравнений Гамильтона), имеющие исключительно важное значение в изучении теоретической физики, особенно статистической физики и квантовой механики.

В VI главе с помощью первых трёх форм основного уравнения выводится пятая форма, предназначенная для решения задач, связанных с неголономными системами материальных точек. На основании пятой формы основного уравнения, функции Гиббса и принципа наименьшего принуждения Гаусса, выводится уравнение Гиббса-Аппеля, приводится алгоритм составления уравнений Гиббса-Аппеля.

В VII главе на основании четвёртой формы основного уравнения выводится последняя шестая форма основного уравнения, предназначенная для решения задач, связанных с консервативными голономными системами материальных точек. Приводятся доказательства эквивалентности шестой формы основного уравнения уравнениям Лагранжа, Гамильтона и Рауса, выводится принцип Гамильтона, вводится понятие главной функции и рассматриваются её свойства.

В главе VIII рассматривается дифференциальное уравнение Гамильтона и приводится доказательство теоремы Гамильтона-Якоби.

Теоретическая часть учебного пособия заканчивается IX главой, посвящённой уравнениям Гамильтона. В этой главе вводятся скобки Пуассона, приводятся доказательства: теоремы Пуанкаре о линейном интегральном инварианте, теоремы Лиувилля,

Три последние главы (X, XI, XII) посвящены вопросам, имеющим важное значение для последующих разделов теоретической физики: задаче двух тел, теории малых колебаний и теории удара.

В приложении приведены математические сведения, касающиеся, в основном, вопросов вариационного исчисления.

Все теоретические вопросы иллюстрируются решениями конкретных задач.

Выражаю искреннюю признательность моему учителю доктору физико-математических наук, профессору кафедры физики ПГПИ, Почётному Соросовскому Профессору **Герману Ароновичу Розману** как за саму идею написания учебного пособия, так и за то внимание, терпение и требовательность проявленные им при обсуждении различных вариантов рукописи.

Автор также выражает благодарность проректору по учебной работе Псковского политехнического института Санкт-Петербургского технического университета, профессору **Анатолию Николаевичу Верхозину**, заведующей кафедрой математического анализа, кандитату педагогических наук, доценту кафедры математического анализа ПГПИ **Сазановой Лидии Ивановне**, доктору физико-математических наук, профессору кафедры физики ПГПИ **Фесенко Борису Ивановичу** и зведующему кафедрой физики кандидату физико-математических наук, доценту кафедры физики ПГПИ **Соловьёву Владимиру Гаевичу** добрые советы, критические замечания и поддержка которых оказали большую помощь при работе над рукописью.

Псков, 1999 г. *Автор.*