

Рис. 5.7. Спектр анизотропии, генерируемой гравитационными волнами в Λ CDM-модели (сплошная линия) в сравнении со спектром анизотропии, вызванной адиабатическими модами (пунктирная линия). При $l > 100$ показаны сахаровские осцилляции, которые рассматриваются в разделе 5.3

(адиабатических) возмущений в анизотропию реликтового излучения удобно характеризовать в терминах так называемого T/S -соотношения (см. [Polarski, Starobinsky, 1994],

$$\frac{T}{S} = \frac{C_l^{gw}}{C_l^A} = \bar{k}_l |n_T|; \quad n_T < 0, \quad (5.37)$$

где $n_T = [d \lg(k^3 \Phi_g^2(k))] / d \lg k$ – отклонение спектра мощности гравитационных волн от масштабно инвариантного спектра,

$$\bar{k}_l = 6,2 \quad \text{при } l \geq 1 \quad \text{и} \quad |n_T| \ll 1 \quad (5.38)$$

и $\bar{k}_2 = 6,93$, $\bar{k}_3 = 5,45$, $\bar{k}_5 = 6,10$, $\bar{k}_{10} = 5,3$ при $|n_T| \ll 1$ [Polarski, Starobinsky, 1994].

Как видно из уравнений (5.37) и (5.38), наиболее вероятно, что вклад от гравитационных волн не превышает вклада от адиабатических возмущений. Однако не исключено, что для специальных моделей инфляции он может быть сопоставим с вкладом от адиабатических мод и даже превышать его (см. по этому поводу [Lukash, Mikheeva, 1999]).

5.3. Эффекты Силка и Доплера.

Сахаровские осцилляции спектра реликтового излучения

Рассматривая механизмы генерации первичной анизотропии реликтового излучения в предыдущем разделе, мы отмечали, что она связана с тремя важнейшими физическими процессами: гравитационным смещением частоты квантов (эффект Сакса-Вольфа), адиабатическим поджатием излучения до эпохи реком-

бинации водорода в зонах повышенной и пониженной плотности (эффект Силка) и рассеянием квантов на движущихся в адиабатических возмущениях свободных электронах как до, так и в ходе рекомбинации (эффект Доплера).

Сейчас стало модным подразделять каждый из механизмов, перечисленных выше, на “подклассы” в зависимости от того, какую часть спектра флуктуаций $C(l)$ мы будем описывать и комбинация каких физических процессов даёт основной вклад в $C(l)$ при заданном значении l . В принципе, наверное, это правильно, когда мы говорим о детализированной теории формирования анизотропии (и добавим, поляризации) реликтового излучения, базирующейся на серьёзном математическом фундаменте. Однако с эстетической точки зрения, отдавая дань истории исследований реликтового излучения, мы считаем естественным сохранить прежнюю классификацию, которая, с одной стороны, уже “отпраздновала” свой почти уже 35-летний юбилей, а с другой, наглядно отражает природу основных источников генерации анизотропии реликтового излучения, фигурирующих в правой части уравнения (10) первого параграфа второй главы нашей книги. Как и раньше (см. предыдущие разделы этой части), мы будем использовать ньютоновскую калибровку для возмущений метрики, предложенную в работах [Mukhanov, Feldman, Brandberger, 1992]; [Ma, Bertshinger, 1995], для которой пространственный интервал даётся выражением (4.2).

Отличительной особенностью высокочастотного приближения, анализу которого посвящён настоящий раздел, является учёт эффектов просветления (изменение оптической толщи τ в процессе рекомбинации водорода). Сравнивая это приближение с длинноволновой асимптотикой уравнения переноса квантов в слабо неоднородной среде, можно констатировать, что высокочастотное приближение описывает характер распределения анизотропии реликтового излучения по углу в масштабах, меньших или порядка угловой меры космологического горизонта r_{rec} , взятого в момент рекомбинации водорода и пересчитанного на сегодняшний день с учётом расширения Вселенной.

Используя тот же метод разложения возмущений температуры $\theta = \Delta T/T$, что и при анализе эффекта Сакса–Вольфа (см. раздел 5.2), приведём соответствующее обобщение системы уравнений для мультипольных компонент θ_l , с учётом изменения оптической толщи плазмы во времени (конформном). Для удобства, как и раньше, рассмотрим сначала пространственно-плоскую космологическую модель ($E = 0$), а затем обобщим резуль-

таты на более сложные модели с $E \neq 0$. Соответствующая модификация уравнений переноса для каждой l -моды θ_l выглядит следующим образом [Hu, White, 1996]:

$$\begin{aligned}\theta'_0 &= -\frac{k}{3}\theta_1 = \Phi', \\ \theta'_1 &= k\left[\theta_0 + \Psi - \frac{2}{5}\theta_2\right] - \tau'(\theta_1 - v_b), \\ \theta'_2 &= k\left[\frac{2}{3}\theta_1 - \frac{3}{7}\theta_3\right] - \tau'\left(\frac{3}{4}\theta_2\right), \\ \theta'_l &= k\left[\frac{l}{2l-1}\theta_{l-1} - \frac{l+1}{2l+3}\theta_{l+3}\right] - \tau'(\theta_l), \quad l > 2.\end{aligned}\tag{5.39}$$

Напомним, что как и ранее, связь между k -й модой флуктуаций температуры в направлении прихода квантов $\bar{\gamma}$ и $\theta(\xi, \bar{k}, \bar{\gamma})$ даётся выражением

$$\theta(\xi, \bar{k}, \bar{\gamma}) = \sum_l (-i)^l \theta_l P_l(\bar{k} \cdot \bar{\gamma}),\tag{5.40}$$

v_b обозначает k -ю гармонику в разложении возмущений поля скорости в веществе (см. формулу (5.39)) и $\tau' = n_e \sigma_T a$ – производную от оптической толщи плазмы по времени $\xi = \int \frac{dt}{a}$, где a – масштабный фактор, n_e – концентрация свободных электронов и σ_T – томпсоновском сечение. Систему уравнений (5.39) необходимо дополнить уравнением для V_b (см. [Hu, White, 1996]). Кроме того, при получении системы (5.39) важное допущение состоит в том, что поляризационные эффекты при рассеянии квантов на электронах не играют существенной роли в формировании анизотропии реликтового излучения. Справедливость этого предположения подтверждается a posteriori (подробнее об этом см. следующую главу).

Базируясь на уравнениях гидродинамики для барионной фракции материи, представим соответствующую связь между возмущением плотности и скорости в виде [Hu, White, 1996]

$$\delta'_b = -k v_b - 3\Phi', \quad v'_b = -\frac{a'}{a} v_b + k\Psi + \frac{\tau'}{R}(\theta_1 - V_b),\tag{5.41}$$

где $R = (3\rho_b)/(4\rho_\gamma)$. Напомним, что как и ранее, $\theta_0 \equiv \frac{\Delta T}{T} = \frac{1\delta\rho_\gamma}{4\rho_\gamma}$,

где ρ_γ – плотность квантов реликтового излучения. Кроме того, связь между возмущениями метрики и возмущениями плотности и скорости многокомпонентной материи даётся соотношениями [Bardeen, 1980]

$$k^2\Phi = 4\pi G a^2 \sum_i \left[\rho_i \delta_i + 3 \frac{a'}{a} (\rho_i + P_i) \frac{V_i}{k} \right], \quad (5.42)$$

$$k^2(\Psi + \Phi) = -8\pi G a^2 \sum_i P_i \Pi_i,$$

где индекс i соответствует каждому виду материи во Вселенной (включая скрытую массу, массивные и безмассовые нейтрино, барионную фракцию и реликтовое излучение), а Π_i – анизотропная часть давления.

Система уравнений (5.39)÷(5.42) полностью описывает процесс генерации первичной анизотропии реликтового излучения в расширяющейся Вселенной в эпоху до и после рекомбинации водорода. Она естественно не учитывает возможных искажений характеристик $\theta(\vec{k}, \vec{\gamma}, \xi)$ на поздних этапах эволюции, когда уже сформировались первые галактики и квазары, способные изменить ионизационный баланс плазмы и вызвать дополнительное рассеяние квантов на электронах. Подробнее этот аспект проблемы будет рассмотрен нами в следующей главе. Следует особо подчеркнуть, что анализ решений системы (5.39)÷(5.42) представляет собой достаточно сложную математическую проблему. Как мы уже упоминали ранее, если первичные адиабатические возмущения метрики, скорости и плотности плазмы родились из квантовых флуктуаций вакуума в период инфляции, естественно ожидать, что случайные величины Θ_b , V_b , δ_b , Φ и Ψ распределены по нормальному (гауссову) закону. В этом случае все статистические свойства случайных гауссовых полей полностью определяются соответствующими спектрами мощности.

Для анизотропии реликтового излучения мы ранее уже ввели определение спектра $C(l)$. Таким образом ясно, что если нас интересует поведение функции $C(l)$ при $l \approx 5000$, то для нахождения $C(l)$ из системы (5.39)÷(5.42) нам требуется учитывать примерно 5000 уравнений, относящихся к классу “жестких” систем, в которых наряду с медленно изменяющимися переменными (например, масштабным фактором $a(l)$ или температурой реликтового излучения) фигурируют “быстрые” переменные – такие, как оптическая толща плазмы или сами величины $\Theta_l(\xi)$

при $l \gg 10^2$. В общем случае для различных космологических моделей корректный анализ системы (5.39)–(5.42) возможен лишь в рамках численного моделирования и представляет собой достаточно сложную математическую задачу. В то же время ряд асимптотик, прекрасно согласующихся с результатами численных экспериментов, можно получить аналитически, выявив при этом основные закономерности формирования первичной анизотропии реликтового излучения и её связь с возмущениями метрики, скорости и плотности материи. Эта связь уникальна хотя бы уже тем, что соответствующие масштабы возмущений, порождающих ΔT , оказываются близки к пространственным масштабам современных структур. Следовательно, анализируя угловое распределение ΔT на небе, мы можем заглянуть в самое начало процесса гравитационного роста возмущений, обусловившего структуризацию материи в космосе. А поскольку современный этап эволюции структур во Вселенной сильно нелинеен, нет необходимости детально пояснять, насколько важно нам знать начальные условия этого процесса для понимания основных закономерностей его развития. Эти “начальные условия” можно (и нужно!) извлечь из анализа анизотропии реликтового излучения.

Существенное упрощение аналитического исследования решений системы (5.39)–(5.42) связано с анализом так называемого высокочастотного приближения, при котором параметр k/τ' считается бóльшим: $k/\tau' \gg 1$. Впервые это приближение было использовано при анализе процесса генерации ΔT в барионной модели Вселенной в работах [Peebles, Yu, 1970] и [Зельдович, Сюняев, 1970]. При высокой непрозрачности плазмы $\tau \gg 1$ (но $\tau/\tau' \sim \xi$), высокочастотное приближение $k/\tau' \gg 1$ эквивалентно условию $k\xi \gg \tau$. В этом приближении, следуя работе [Peebles, Yu, 1970], в уравнениях системы (5.39) мы можем ограничиться лишь монопольной (θ_0) и дипольной (θ_1) компонентами, для которых система (5.39) преобразуется к виду

$$\theta'_0 = -\frac{k}{3}\theta_1 - \Phi', \quad \theta'_1 = -\frac{R}{1+R}\frac{a'}{a}\theta_1 + \frac{k}{1+R}\theta_0 + k\Psi \quad (5.43)$$

Отметим важное свойство системы (5.43). Как видно из этой системы, характеристики анизотропии реликтового излучения (θ_0) и (θ_1) зависят от поведения гравитационных потенциалов Φ и Ψ . В стандартной барионной модели, исследовавшейся детально в начале семидесятых годов прошлого века, вкладом Φ и Ψ в

систему уравнений (5.43) можно пренебречь в силу следующей причины. Обратим внимание на систему (5.42), из которой ясно следует, что как потенциал Φ , так и Ψ связаны с возмущениями температур реликтового излучения соотношениями

$$\Phi, \Psi \sim \frac{4\pi\rho_\gamma G\theta_0 a^2}{k^2} \approx \theta_0 (k^2 \xi^2)^{-1} \ll \theta_0.$$

Причина малости создаваемых возмущений метрики предельно проста. Высокочастотные возмущения плотности реликтового излучения и барионной материи создают тем меньшие возмущения, чем меньше их длина волны. Формально это означает, что в барионной Вселенной (без учёта скрытой массы) в системе уравнений (5.43) можно пренебречь слагаемыми Φ' и Ψ , после чего поиск решения становится тривиальным. Подставляя (θ_1) из первого уравнения (5.43) во второе, получаем

$$\frac{d}{d\xi} [(1+R)\theta'_0] + \frac{k^2}{3} \theta_0 = 0. \quad (5.44)$$

Очевидно, решения этого уравнения носят осцилляторный характер и описывают звуковые волны в барионно-фотонном газе.

В моделях, учитывающих космологическую роль небарионной материи, проявляющейся себя в форме скрытой массы, ситуация с возмущениями метрики становится несколько более сложной по сравнению с рассмотренной выше. Дело в том, что наряду с возмущениями плотности реликтового излучения и барионов, в формировании возмущений гравитационного потенциала принимают участие и возмущения плотности скрытой массы. Формально, по сравнению с предыдущей оценкой уровня возмущений Φ и Ψ , в теории появляются новый параметр δ_x , который соответствует возмущениям плотности в скрытой массе, и параметр $\rho_x / \rho_b \gg 1$, который показывает, насколько плотность скрытой массы превышает плотность барионной фракции материи. Фактически это означает, что как Φ , так и Ψ формируются под воздействием возмущений в тёмной материи, а следовательно, они выступают в роли внешних источников анизотропии в системе уравнений (5.43). С учётом этого обстоятельства уравнение (5.44) обобщается следующим образом:

$$\frac{d}{d\xi} [(1+R)\theta'_0] + \frac{k^2}{3} \theta_0 = -\frac{k^2}{3} (1+R)\Psi - \frac{d}{d\xi} [(1+R)\Phi']. \quad (5.45)$$

Необходимо отметить, что дальнейший анализ уравнения

(5.45) зависит от точности аппроксимации, которую мы хотим достичь. В качестве нулевого приближения, иллюстрирующего качественную сторону проблемы, мы можем пренебречь (как уже говорилось выше) влиянием возмущений в барионно-фотонном газе на гравитационный потенциал, считая его связанным лишь с возмущениями скрытой массы². В общем случае, включающем обратное влияние возмущений температуры реликтового излучения и плотности вещества на потенциалы Φ и Ψ , из уравнений (5.45), (5.41) и (5.42) следует хорошо известное уравнение для комбинации нулевого и первого моментов [Hu, White, 1996],

$$\Delta = \theta'_0 + \frac{a'}{ak} \theta_1, \quad (5.46)$$

следующего вида:

$$\begin{aligned} & \left[1 + \frac{6}{y^2} (1+R) \right] \left[\Delta' - \frac{y' \Delta}{y(1+R)} \right] + \\ & + \frac{1}{3} \left[1 - 3 \frac{y''}{y} + 6 \left(\frac{y'}{y} \right)^2 \right] \theta_1 = \frac{y''}{y} \Psi_s - \Phi'_s, \\ & \theta'_1 + \frac{y'}{y} \theta_1 - \left[1 - \frac{6}{y^2} + (1+R)^2 \right] \frac{\Delta}{(1+R)} = \Psi_s. \end{aligned} \quad (5.47)$$

Здесь штрих означает производную по переменной $x = k\xi$ при фиксированном k , $y = (\Omega_\gamma H_0^2)^{1/2} ak$, Ω_γ – современная плотность квантов реликтового излучения в долях критической плотности. Ψ_s и Φ_s соответствуют потенциалам Ψ и Φ , зависящим только от плотности и возмущений в скрытой материи.

Рассмотрим поведение θ_1 и Δ в пределе $z \gg 10^3$, когда можно пренебречь плотностью барионной компоненты по сравнению с плотностью электромагнитного излучения. Формально это соответствует устремлению параметра R к нулю, а параметр y становится пропорциональным x , так как $a(\xi) \propto \xi$. В этом приближении из уравнений (5.47) получим

$$\Delta' - \frac{1}{x} \Delta + \frac{\theta'}{3} = \frac{x^2}{x^2 + 6} \left[\frac{\Psi_s}{x} - \Psi'_s \right], \quad \theta' + \frac{\theta_1}{x} - \left[1 - \frac{6}{x^2} \right] \Delta = \Psi_s. \quad (5.48)$$

² Одновременно с этим мы будем пренебрегать и вкладом нейтрино.

Из уравнений (5.48) следует [Hu, White, 1996], что

$$\Delta'' + \frac{1}{3} \left[1 - \frac{6}{x^2} \right] \Delta = S(x), \quad (5.49)$$

где

$$S(x) = - \left[\frac{1}{3} - \frac{12}{(x^2 + 6)^2} \right] \Psi_s - \frac{x^2(x^2 + 18)}{(x^2 + 6)^2} \Phi'_s + \\ + \frac{x}{x^2 + 6} \Psi' - \frac{x^2}{x^2 + 6} \Phi''_s. \quad (5.50)$$

Заметим, что в пределе малых x гравитационное воздействие со стороны скрытой массы на поведение возмущений в газе излучения и барионов становится малым и формально в уравнении (5.49) можно положить $S(x) \approx 0$. В этом приближении уравнение для Δ имеет вид уравнения Бесселя, а его решение выражается через тригонометрические функции [Дорошкевич, 1985; Starobinsky, 1988; Kodama, Sasaki, 1984; Naselsky, Novikov, 1993],

$$\Delta = A \Delta^+ + B \Delta^-,$$

$$\Delta^+ = -\cos\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + \frac{\sqrt{3}}{x} \sin\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right), \quad (5.51)$$

$$\Delta^- = -\sin\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\sqrt{3}}{x} \cos\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right),$$

где A и B – постоянные. Используя уравнения (5.51) в качестве фундаментального решения, Хью и Уайт [Hu, White, 1996] предложили использовать метод функций Грина для нахождения решения при наличии внешнего источника $S(x)$. Основная идея сводится к тому, что постоянные A и B в уравнения (5.51) предполагаются теперь функциями параметра x ,

$$\Delta(x) = A(x)\Delta^+(x) + B(x)\Delta^-(x),$$

где

$$A(x) = A(x_{in}) - \sqrt{3} \int_{x_{in}}^x \Delta^-(x') S(x') dx', \quad (5.52)$$

$$B(x) = B(x_{in}) - \sqrt{3} \int_{x_{in}}^x \Delta^+(x') S(x') dx',$$

где x_{in} соответствует моменту времени, когда задаётся амплитуда начальных флуктуаций $A(x_{in})$ и $B(x_{in})$.

Такой подход позволяет существенно упростить математическое исследование задачи, которое тем не менее требует привлечения численных методов анализа. Заметим, что при переходе в область анализа численных решений на наш взгляд более предпочтительным является рассмотрение режимов поведения возмущений температуры реликтового излучения в рамках точной постановки задачи, которые естественно включают рассмотренную выше асимптотику (5.49)÷(5.52) в качестве частного случая.

В то же время простое аналитическое решение для собственных мод возмущений Δ в форме уравнения (5.51) обладает чрезвычайно прозрачным смыслом. Оно описывает эволюцию звуковых волн в космологической плазме задолго до эпохи рекомбинации водорода. Поскольку при выводе уравнения (5.51) сразу предполагалась малость параметра $R = \frac{3}{4}(\rho_b / \rho_\gamma)$, ясно, что скорость звука в барионно-фотонном газе оказывается равной $1/\sqrt{3}$ от скорости света в вакууме и соответствующие возмущения в плотностях барионов и излучения эволюционируют в режиме акустических волн. По мере увеличения возраста Вселенной и уменьшения её температуры параметр $R \sim a$ начинает играть всё более существенную роль. Фактически это означает, что скорость звука в среде меняется со временем, и это обстоятельство необходимо принимать во внимание при анализе высокочастотного приближения для возмущений температуры реликтового излучения. Формально этот тезис можно проиллюстрировать на примере системы (5.47), ограничиваясь самым “грубым” высокочастотным приближением $x \gg 1$. В этом приближении из первого уравнения системы (5.47) имеем

$$\Delta' + \frac{1}{3}\theta_1 = 0, \quad (5.53)$$

а из второго уравнения (5.47) следует, что

$$\theta_1' - \frac{\Delta}{1+R} = 0. \quad (5.54)$$

Подставляя θ_1 из уравнения (5.53) и (5.54), окончательно получим

$$\Delta'' + \frac{1}{3(1+R)}\Delta = 0. \quad (5.55)$$

Как видно, уравнение (5.55) описывает звуковые волны в барионно-фотонном газе, скорость которых равна $C_s = 1/\sqrt{3(1+R)}$ скорости света в вакууме. Присутствие барионной материи проявляется через параметр $R = \frac{3}{4}(\rho_b/\rho_\gamma)$, который возрастает по мере приближения к моменту рекомбинации водорода $z \approx 10^3$. Оценим величину этого параметра, принимая $\Omega_b h^2 \approx 0,02$, $\Omega_x \sim 0,25$, $z_{\text{rec}} \approx 10^3$:

$$R \approx \frac{3\Omega_b}{4\Omega_x} \frac{z_{\text{eq}}}{z_{\text{rec}}}, \approx 0,37 \quad (5.56)$$

Здесь $z_{\text{eq}} \approx 1,2 \cdot 10^4 \Omega_x h^2$ – красное смещение эпохи равенства плотностей излучения и скрытой массы.

Как видно из уравнения (5.56), влияние барионной компоненты на скорость звука в момент просветления плазмы оказывается достаточно велико ($\sim 40\%$).

Более того, в силу переменности скорости звука происходит изменение длин волн для акустических возмущений в плазме, а следовательно, в момент просветления плазмы низкомультипольные и высокомультипольные участки спектра чувствительны к акустическим модам различной длины волны. Однако одним из наиболее важных процессов формирования первичной анизотропии реликтового излучения естественно является процесс просветления плазмы в ходе рекомбинации космологического водорода. В этот период, который по длительности составляет сравнительно небольшую ($\sim 3 \div 10\%$) часть возраста Вселенной на момент $z = 10^3$, резкое уменьшение концентрации свободных электронов приводит к разрушению связи между излучением и барионами и после этого момента кванты реликтового излучения распространяются свободно от поверхности “последнего рассеяния” ($z = 10^3$) к наблюдателю, положение которого соответствует $z = 0$. Собственно, именно в момент рекомбинации водорода и происходит фазовый переход в системе излучение – барионная материя, при котором резко (практически на 4.5 порядка) падает упругость среды. Эта ситуация уже рассматривалась нами в гл. 4 в связи с сахаровскими осцилляциями в распределении барионной материи сразу же после момента просветления плазмы. Тогда же мы отмечали, что в моделях со значительным преобладанием плотности тёмной материи над плотностью барионной фракции сахаровские

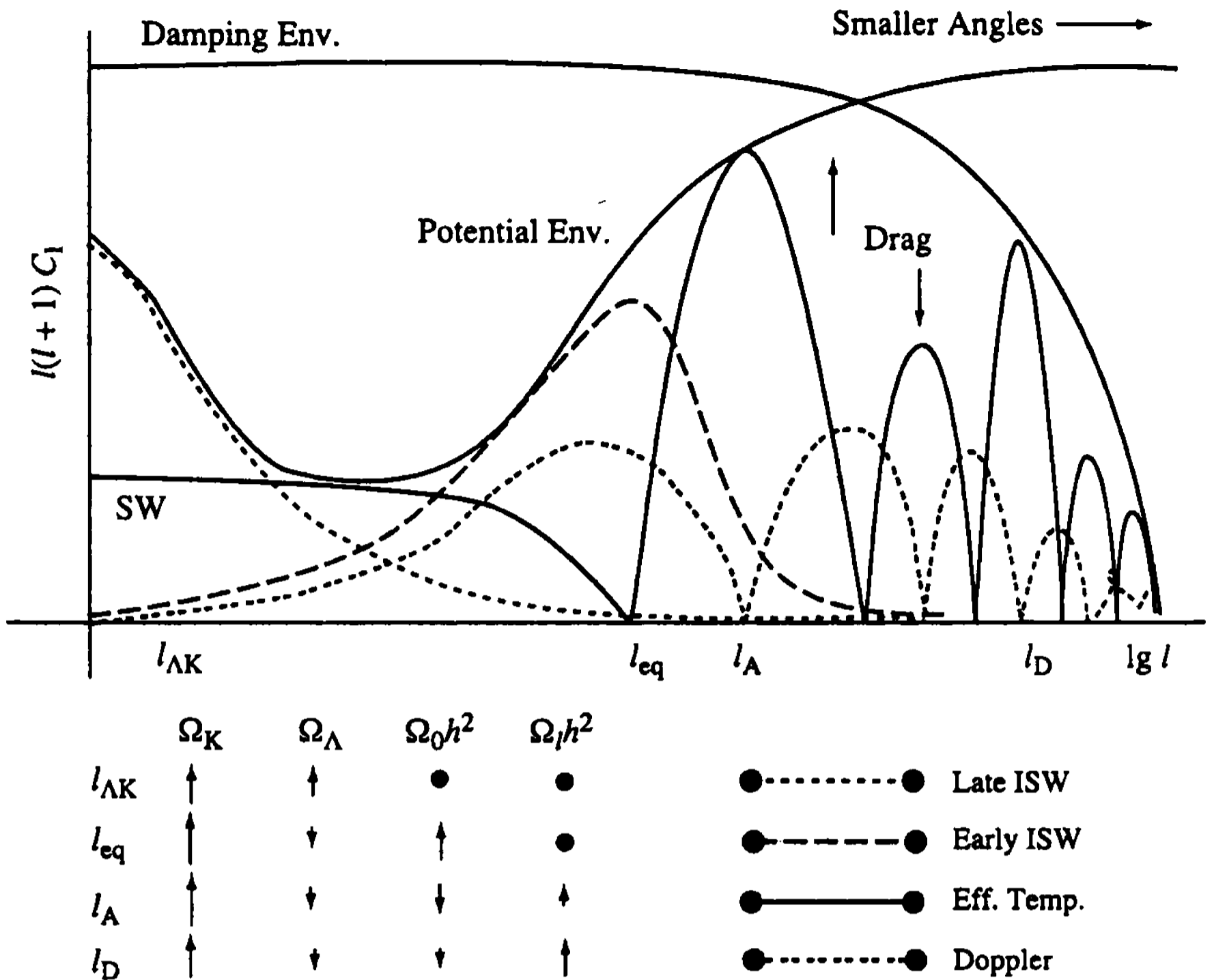


Рис. 5.8. Спектр анизотропии, порождаемой адиабатическими возмущениями в Λ CDM-модели. Различные линии обозначают различные механизмы формирования анизотропии реликтового излучения и указывают диапазоны l , для которых эти механизмы оказываются наиболее эффективными. Стрелки указывают направление изменения соответствующих шкал по мере увеличения значений космологических параметров. Жирные точки означают независимость шкал от соответствующих параметров

модуляции амплитуды возмущений в барионной компоненте будут сглажены. Однако они полностью сохраняются в реликтовом электромагнитном излучении, которое выступает в роли уникального зонда свойств космической плазмы и догалактической иррегулярности материи!

На рис. 5.8 приведена качественная зависимость спектра первичной анизотропии реликтового излучения от номера мультиполя l в зависимости от значений параметров $\Omega_k \equiv (1 - \Omega_\lambda - \Omega_0)$, Ω_λ , $\Omega_0 h^2$, $\Omega_b h^2$, где Ω_k соответствует кривизне Ω_λ – плотность вакуума, Ω_0 – плотность скрытой массы, вошедшей в структурные элементы материи – галактики и скопления и Ω_b – плотность барионов.

Параметры $l_{\Lambda k}$, l_{eq} , l_A и l_D обозначают соответственно диапазон изменения мультиполей, где существенно влияние кривизны и вакуума $l_{\Lambda k}$, эффекта Сакса–Вольфа (l_{eq}), акустических сахаровских колебаний (l_A), диссипативного демпинга и немгновенности просветления плазмы для электромагнитного излучения (l_D). Обращает на себя внимание тот факт, что в диапазоне $l \leq l_{eq}$ существует сравнительно небольшой участок, где доплеровское рассеяние квантов на электронах вносит заметный вклад в формирование $C(l)$ по сравнению с эффектом адиабатического поджатия излучения (эффекта Силка [Silk, 1968]). При $l \leq l_A$ эффект Силка преобладает при $l \sim l_A$ и для целого ряда зон в области $l > l_A$, где проявляются оба эффекта (Доплер-эффект и эффект Силка). Как и следовало ожидать, спектр $C(l)$, формируемый доплеровским механизмом, сдвинут по фазе по отношению к эффекту Силка. Это стандартный сдвиг фазы в звуковой волне между возмущениями плотности и скорости.

Как видно из рис. 5.8, начиная с мультиполей $l \geq l_D$ амплитуда спектра анизотропии резко понижается. Этот эффект обусловлен влиянием диссипативных процессов на динамику развития возмущений в барионно-фотонном газе, на котором мы подробнее остановимся в следующем подразделе этого раздела.

5.3.1. Диссипация возмущений в эпоху рекомбинации водорода

Для анализа спектра анизотропии реликтового излучения в пределе $l > l_D$ обратимся к системе уравнений (5.42), явным образом учитывающей анизотропию тензора энергии-импульса Π_i . Очевидно, что электромагнитное излучение выступает в роли одного из источников этой анизотропии [Chibisov, 1972a, б; Hu, Sugiyama, 1995; Weinberg, 1972]. В частности, следуя [Hu, White, 1996], для анизотропной части тензора энергии-импульса примем для оценок выражение

$$\Pi_\gamma \approx \frac{8}{5} \left(\frac{k}{\tau'} \right) f_2^{-1} \theta_1, \quad (5.57)$$

где $f_2 \approx 1$ для неполяризованного излучения [Chibisov, 1972a, б; Weinberg, 1972]). С учётом уравнения (5.57) для связи гидродинамической пекулярной скорости барионов и θ_1 – компоненты возмущений температура реликтового излучения принимает следующий вид (см. уравнение (5.42) [Hu, White, 1996]):

$$V_b - \theta_1 = -(\tau')^{-1} R [I\omega\theta_1 - k\Psi] - (\tau')^{-2} R^2 \omega^2 \theta_1. \quad (5.58)$$

При получении уравнения (5.58) было использовано высокочастотное приближение для акустических волн как для θ_1 , так и для Δ компонент (см. уравнение (5.46)) в виде $\exp(i \int \omega d\xi)$. Тогда из уравнений (5.42), (5.57) и (5.58) мы приходим к дисперсионному уравнению вида [Hu, White, 1996]

$$\omega = \pm kc + \frac{ik^2(\tau')^{-1}}{6} \left[\frac{R^2}{(1+R)^2} + \frac{4}{5} f_2^{-1}(1+R)^{-1} \right]. \quad (5.59)$$

Как видно из уравнения (5.52), мнимая часть частоты колебаний звуковых волн описывает затухание осцилляций в ходе рассеяния квантов на электронах, декремент которого равен [Hu, White, 1996]

$$k_D^{-2} \simeq \frac{1}{6} \int \frac{d\xi}{\tau'} \cdot \frac{R^2 + \frac{4}{5} f_2^{-1}(1+R)}{(1+R)^2}. \quad (5.60)$$

Декременту k_D из уравнения (5.60) соответствует фактор демпфирования амплитуды акустических осцилляций вида $\exp(-k^2/k_D^2)$, описывающий диффузионное ослабление звуковых волн. Следует особо отметить, что диссипативный масштаб k_D зависит от ионизационной истории космической плазмы. Как видно из уравнения (5.60), в эпоху рекомбинации водорода степень ионизации быстро уменьшается и оптическая толща по томпсоновскому рассеянию достаточно быстро убывает от $\tau \sim 10 \div 10^2$ в начале рекомбинации ($z \sim 3 \cdot 10^3$) до $\tau \ll 1$ при $z \ll 800 \div 900^3$.

Формально убывание оптической толщи τ сопровождается убыванием скорости её изменения τ' , а следовательно, характерный диффузионный масштаб $\lambda_D \sim k_D^{-1}$ резко возрастает. Означает ли это, что все пекулярности в распределении анизотропии реликтового излучения на поверхности последнего рассеяния будут сглажены до размера акустического горизонта? Ответ очевиден: нет, не означает, поскольку само диффузионное приближение ограничено вполне конкретными рамками применимости.

Как мы уже отмечали в начале этого раздела, приближение “сильной связи” между фотонами и электронами применимо

³ Заметим, что речь идёт о стандартной ионизационной истории, не учитывающей эффекты реионизации при малых z .

лишь для тех волн, модуль волнового вектора которых удовлетворяет соотношению $\tau'/k \gg 1$. Поскольку в процессе рекомбинации водорода τ резко уменьшается, ясно, что для каждого k можно определить момент времени ξ_* , при котором диффузионное приближение будет неприменимо ($\tau'/k \approx 1$).

Естественно, что в рамках точной численной схемы такая перестройка режимов будет происходить автоматически, и нет необходимости детализировать динамику этого процесса. Однако при аналитическом исследовании ситуации чрезвычайно полезно предложить простую схему оценки эффекта, позволяющую как качественно, так и количественно проверить предсказания численных схем и в более полном виде проанализировать зависимость диссипативного масштаба от параметров космологической модели. Итак, введём параметр $\Delta\eta_r/\eta_r = \xi_r$, характеризующий длительность периода просветления плазмы для реликтового излучения в момент, когда $\tau(\eta_r) \approx 1$. По порядку величины уравнение

$$\tau'/k = 1 \quad (5.61)$$

определяет момент времени ξ_r , при котором нарушается приближение диффузии:

$$k\eta_k \approx \tau(\eta_k) \left(\frac{\Delta\eta_k}{\eta_k} \right)^{-1}, \quad (5.62)$$

где $\Delta\eta_k/\eta_k = \tau(\eta_k)/\eta_k$. Из уравнения (5.62) следует, что момент η_k обратно пропорционален k . В окрестности момента просветления $\Delta\eta_k/\eta_k \sim \eta_k$ и $\tau(\eta_k) \sim \tau(\eta_r) \sim 1$. Это означает, что $\eta_k \sim k^{-1} \xi_r^{-1}$. Подставим эту оценку для η_k в верхний предел интеграла (5.61). Тогда

$$k_D^{-2} \sim \int_0^{\eta_k} \frac{d\eta}{\tau'} \sim \frac{\Delta\eta_r}{k} = \xi_r \frac{\eta_r}{k}. \quad (5.63)$$

Как видно из этой оценки, характерный масштаб диссипации акустических мод теперь зависит от k и соответствующий декремент $D = k^2/k_D^2$ теперь будет линейной функцией от k [Дорошкевич, Зельдович, Сюняев, 1978]:

$$D(k) \approx k\xi_r\eta_r. \quad (5.64)$$

Фактически это означает, что для акустических мод с $k\xi_r\eta_r \leq 1$

можно пренебречь влиянием диссипативных процессов, в то время как моды с $k\xi_r, \eta_r \sim 1$ будут затухать сначала экспоненциально по k , а по мере увеличения k – в соответствии с диффузионным законом. При этом величина декремента явным образом зависит от длительности периода рекомбинации водорода $\Delta\eta_r$. Следовательно, любые “затяжки” рекомбинации, сопровождающиеся увеличением $\Delta\eta_r$, будут ослаблять высокомультипольную часть спектра $C(l)$. Одновременно с этим любые “задержки” рекомбинации будут приводить к смещению η_r в область меньших z и сдвигать спектр $C(l)$ в область меньших l . Таким образом, анализ спектра анизотропии реликтового излучения позволяет получить уникальную информацию о параметрах космологической модели и ионизационной истории Вселенной, базирующейся на характерных особенностях $C(l)$, каковы в общих чертах эти особенности и насколько точно современная теория генерации первичной анизотропии может предсказать их численные характеристики? Ответу на этот вопрос посвящён следующий раздел.

5.4. Зависимость $C(l)$ от параметров космологической модели

Итак, одно из важнейших предсказаний современной теории генерации анизотропии реликтового излучения базируется на существовании в период рекомбинации водорода возмущений плотности, скорости и метрики, эволюционирующих в режиме звуковых волн. Амплитуда возмущений реликтового излучения после рекомбинации модулируется акустическими модами на фазе до рекомбинации в точном соответствии с предсказанным А.Д. Сахаровым [1965] эффектом. Одной из важнейших характеристик анизотропии реликтового излучения является спектр ΔT в пространстве мультиполей, аналитически исследованных в работах [Peebles, 1980; Старобинский, 1983; Jørgensen et al., 1995; Hu, Sugiyama, 1995] и численно в работах [Wilson, Silk, 1981; Silk, Wilson, 1981; Bond, Efstathiou, 1984; Vittorio, Silk, 1984; Zaldarriaga, Seljak, Bertshinger, 1998] и др. Естественно, что при анализе динамики возмущений необходимо конкретизировать параметры космологической модели, служащие своеобразной сценой как для развития малых возмущений, приводящих к образованию галактик, так и анизотропии реликтового излучения. Попыта-