9. Космология Дирака — Иордана. В релятивистской космологии большой интерес представляет разработка модели, основанной на уравнениях поля Иордана, поскольку при этом можно надеяться смягчить или даже устранить трудности, к которым приводят обычные уравнения поля ОТО. В одной из первых попыток построить космологическую модель подобного типа Бранс и Дике воспользовались частным решением, выбор которого нельзя считать убедительным [28]. Ниже мы приводим однородную космологическую модель, разработанную А. В. Манджосом [35] на основе подробного исследования уравнений (9,4,1).

Исходная квадратическая форма, отвечающая условиям однородности и изотропности, такова:

$$ds^2 = -a^2(\eta)\left[d\psi^2 + \begin{pmatrix} \sin^2\psi \\ \operatorname{sh}^2\psi \\ \psi^2 \end{pmatrix}(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) - d\eta^2\right], \qquad (9,9,1)$$

где функции $\sin\psi$, $\operatorname{sh}\psi$ и ψ отвечают положительной, отрицательной и нулевой кривизне пространства соответственно. Временна́я переменная η связана с собственным временем τ очевидным соотношением $cd\tau = ad\eta$.

Положив в тензоре энергии-импульса $p = 0$, можно получить из системы (9,4,1) следующие уравнения для радиуса кривизны, гравитационного скаляра и плотности:

$$3\frac{\dot a^2}{a^2} - 3\frac{\dot a}{a}\frac{\dot\varkappa}{\varkappa} + \frac{\zeta}{2}\frac{\dot\varkappa^2}{\varkappa^2} - C_1\frac{\varkappa}{a} + 3k = 0;$$

$$\frac{\ddot\varkappa}{\varkappa} - 2\frac{\dot\varkappa^2}{\varkappa^2} + 2\frac{\dot a}{a}\frac{\dot\varkappa}{\varkappa} - \frac{C_1}{2\zeta - 3}\frac{\varkappa}{a} = 0; \qquad (9,9,2)$$

$$a^3\rho = C_1,$$

где C_1 — постоянная интегрирования. Точкой обозначено дифференцирование по временной переменной η. Постоянная k имеет значение ± 1 или 0 в зависимости от положительной, отрицательной или нулевой кривизны.

Последнее из написанных соотношений показывает, что, как и в обычной однородной релятивистской модели, при нулевом давлении плотность убывает обратно пропорционально кубу радиуса кривизны. Два первые уравнения определяют общее решение задачи, содержащее три произвольных постоянных, не считая указанной уже константы C_1.

При $k = 0$ система (9,9,2) допускает простое аналитическое решение, которое мы здесь не приводим, поскольку в дальнейшем оно не используется. Если же $k \neq 0$, то система не имеет решения в элементарных функциях, и приходится довольствоваться ее численным интегрированием.

При сделанных предположениях, имеется всего семь типов решений: два — при $k = 0$, два — при $k = -1$ и три — при $k = 1$. Подробное изучение решений показывает, что с точки зрения наблюдений основной интерес представляет один из типов при $k = -1$. Этому решению, изображенному на рис. 31, соответствует расширяющаяся модель отрицательной кривизны с особенностью в точке $\tau = 0$. Вблизи особой точки радиус кривизны со временем возрастает весьма быстро, но затем скорость роста убывает и в дальнейшем расширение осуществляется по линейному закону. Гравитационный скаляр убывает с постепенно уменьшающейся скоростью, асимптотически стремясь к некоторому предельному значению, отличному от нуля.

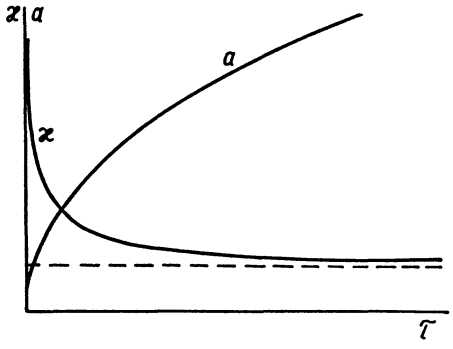

Рис. 31.

Для выбора конкретной космологической модели необходимо задать современные значения постоянной Хаббла, плотности вещества в Метагалактике, гравитационного скаляра и параметра торможения. На рис. 32 приводятся графики изменения радиуса кривизны модели и отношения гравитационного скаляра к его современному значению, вычисленные Манджосом при следующих значениях указанных параметров:

$$H = 75 \ км \cdot сек^{-1} \cdot мпс^{-1},$$

$$\rho = 10^{-31} \ г \cdot см^{-3},$$

$$\varkappa_0 = 1{,}86 \cdot 10^{-27} \ см \cdot г^{-1}, \ q = 0{,}2.$$

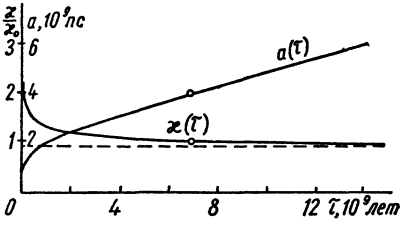

Рис. 32

Время расширения модели до современного состояния составляет около $7 \cdot 10^9$ лет. График показывает, что гравитационный скаляр сильно отличается от предельного значения только на ранних этапах расширения, тогда как в современном состоянии модели он довольно близок к этому значению.

Эти оценки существенно зависят от принятого параметра торможения. Если вместо указанного значения положить $q = 1{,}0$, то время расширения модели составит $5 \cdot 10^9$ лет, а относительная убыль гравитационного скаляра — около $3 \cdot 10^{-11}$ в год, как и принималось при оценках эффектов переменной гравитации.

При рассмотрении релятивистской космологии, основанной на обычной форме уравнений поля ОТО, мы специально подчеркнули то обстоятельство, что относительно небольшую продолжительность расширения моделей трудно согласовать с возрастом отдельных космических систем. Может показаться, что переход к уравнениям поля Иордана только усиливает эту трудность, поскольку время расширения моделей еще более сокращается. Однако такое заключение слишком поспешно. Оценки возраста звездных систем и продолжительности эволюции отдельных звезд существенно зависят от величины гравитационной постоянной и в случае ослабления гравитации со временем они могут, как мы видели, заметно сократиться. Такое сокращение может оказаться очень значительным, если отказаться от применявшейся в предыдущих параграфах линейной формулы и заменить ее более точным законом, отвечающим данной космологической модели. Поэтому, принимая определенную космологическую модель, необходимо пересмотреть всю систему оценок возрастов звезд и звездных систем, и лишь после такого пересмотра можно судить о совместимости этих возрастов со временем расширения модели.

10. Новые попытки изменить закон Ньютона. В главе II довольно подробно рассказано о многочисленных попытках изменить форму закона обратных квадратов в теории тяготения Ньютона. Эти попытки, связанные с отдельными трудностями небесной механики или с различными общими соображениями, относились главным образом к дорелятивистскому периоду в развитии теории гравитации. Однако время от времени предложения изменить форму закона тяготения продолжают высказываться.

В 1963 г. А. Финзи, обсуждая особенности наблюдаемых движений в скоплениях галактик, высказал гипотезу о том, что на расстояниях порядка килопарсека сила гравитационного притяжения убывает медленнее, чем это следует из закона обратных квадратов [36].

Если скопления галактик являются стационарными образованиями, то они должны отвечать известной теореме вириала $2K + U = 0$, где K — кинетическая энергия поступательных движений галактик, U — потенциальная энергия, обусловленная гравитационным притяжением между ними. Между тем применение этой теоремы к конкретным скоплениям приводит к противоречию.

Допустим, что массы и светимости галактик связаны соотношением $M_i = fL_i$, где f — коэффициент пропорциональности, имеющий приблизительно одну и ту же величину для всех галактик. Кинетическая и потенциальная энергия скопления выражаются в этом случае формулами:

$$K = \frac{1}{2} f \sum L_i v_i^2; \quad U = -\gamma f^2 \sum \frac{L_i L_j}{r_{ij}}.$$