
Оглавление

Предисловие к первому изданию	12
Предисловие ко второму изданию	14
Введение	15

I КИНЕМАТИКА

ГЛАВА I. Кинематика точки и системы

§ 1. Основные понятия, задачи кинематики	19
1. Пространство и время (19). 2. Материальная точка. Механическая система (20). 3. Задачи кинематики (20).	
§ 2. Кинематика точки	21
4. Векторный способ задания движения точки (21). 5. Координатный способ задания движения точки (21). 6. Естественный способ задания движения точки (22). 7. Круговое движение (25). 8. Скорость и ускорение точки в полярных координатах (25). 9. Криволинейные координаты (27).	
§ 3. Общие основания кинематики системы	31
10. Свободные и несвободные системы. Связи (31). 11. Ограничения, налагаемые связями на положения, скорости, ускорения и перемещения точек системы (34). 12. Действительные и виртуальные перемещения. Синхронное варьирование (37). 13. Число степеней свободы (40). 14. Обобщенные координаты (40). 15. Координатное пространство (42). 16. Обобщенные скорости и ускорения (44). 17. Псевдокоординаты (45).	
§ 4. Кинематика твердого тела	47
18. Задачи кинематики твердого тела. Определение простейших перемещений (47). 19. Векторно-матричное задание движения твердого тела. Углы Эйлера (49). 20. Движение твердого тела с неподвижной точкой как ортогональное преобразование (52). 21. Основные теоремы о конечных перемещениях твердого тела (52). 22. Скорость и ускорение твердого тела при поступательном движении (56). 23. О мгновенном кинематическом состоянии твердого тела (57). 24. Скорости и ускорения точек твердого тела в общем случае движения (57). 25. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси (59). 26. Движение вокруг неподвижной точки (61). 27. Плоское движение тела (63). 28. Кинематические инварианты. Кинематический винт (69).	

§ 5. Сложное движение точки	71
29. Основные определения (71). 30. Производная от вектора, заданного своими компонентами относительно подвижной системы координат (72). 31. Теорема о сложении скоростей (73). 32. Теорема о сложении ускорений (теорема Кориолиса) (74).	
§ 6. Сложное движение твердого тела	76
33. Постановка задачи (76). 34. Сложение мгновенно поступательных движений (76). 35. Сложение мгновенных вращений вокруг пересекающихся осей (77). 36. Кинематические уравнения Эйлера (78). 37. Сложение мгновенных вращений вокруг параллельных осей (79). 38. Пара вращений (80). 39. Сложение мгновенно поступательного и вращательного движений (81).	

II ДИНАМИКА

ГЛАВА II. Основные понятия и аксиомы динамики

§ 1. Законы (аксиомы) Ньютона. Задачи динамики	85
40. Инерциальные системы отсчета. Принцип относительности Галилея (85). 41. Первый закон Ньютона (аксиома инерции). Сила (85). 42. Масса. Второй закон Ньютона (основная аксиома динамики) (86). 43. Третий закон Ньютона (аксиома взаимодействия материальных точек) (87). 44. Аксиома независимости действия сил (закон сложения сил) (87). 45. Активные силы и реакции связей (88). 46. Силы внешние и внутренние (89). 47. Задачи динамики. Равновесие. Статика (89).	
§ 2. Главный вектор и главный момент системы сил	90
48. Главный вектор системы сил (90). 49. Момент силы относительно точки и оси (91). 50. Главный момент системы сил (92).	
§ 3. Работа. Силовая функция. Идеальные связи	93
51. Работа системы сил (93). 52. Элементарная работа сил, приложенных к твердому телу (93). 53. Силовое поле. Силовая функция. Потенциал (94). 54. Элементарная работа системы сил в обобщенных координатах. Обобщенные силы (96). 55. Идеальные связи (98).	

ГЛАВА III. Дифференциальные вариационные принципы механики

§ 1. Принцип Даламбера–Лагранжа	102
56. Понятие о вариационных принципах механики (102). 57. Общее уравнение динамики (принцип Даламбера–Лагранжа) (102).	
§ 2. Принцип Журдена	106
58. Принцип Журдена (106).	

- § 3. Принцип Гаусса 107
 59. Формулировка принципа Гаусса (принципа наименьшего принуждения) (107). 60. Физический смысл принципа Гаусса (109). 61. Экстремальное свойство реакций связей (110).

ГЛАВА IV. Статика

- § 1. Статика произвольной механической системы 112
 62. Общее уравнение статики (принцип виртуальных перемещений) (112). 63. Общее уравнение статики в обобщенных координатах (116). 64. Эквивалентные системы сил (121).
- § 2. Статика твердого тела 122
 65. Необходимые и достаточные условия равновесия твердого тела (122). 66. Критерий эквивалентности систем сил, приложенных к твердому телу (124). 67. О равнодействующей. Теорема Вариньона (127). 68. Частные случаи условий равновесия твердого тела (127). 69. Равнодействующая двух параллельных сил (133). 70. Теория пар (133). 71. Теорема Пуансо (135). 72. Статические инварианты. Динамический винт (136). 73. Частные случаи приведения системы сил (137).

ГЛАВА V. Геометрия масс

- § 1. Центр масс. Момент инерции 140
 74. Центр масс (140). 75. Момент инерции системы относительно оси. Радиус инерции (140). 76. Моменты инерции относительно параллельных осей (143).
- § 2. Тензор и эллипсоид инерции 144
 77. Моменты инерции относительно осей, проходящих через одну и ту же точку (144). 78. Эллипсоид инерции. Главные оси инерции (145). 79. Свойства главных моментов инерции (148).

ГЛАВА VI. Основные теоремы и законы динамики

- § 1. Основные динамические величины механической системы 150
 80. Количество движения системы (150). 81. Главный момент количества движения (кинетический момент) системы (150). 82. Кинетический момент твердого тела, движущегося вокруг неподвижной точки (152). 83. Кинетическая энергия системы. Теорема Кёнига (154). 84. Кинетическая энергия твердого тела, движущегося вокруг неподвижной точки (154).
- § 2. Теоремы об изменении основных динамических величин системы 156
 85. Общие замечания о теоремах и законах динамики (156). 86. Теорема об изменении количества движения (157). 87. Теорема об изменении кинетического момента (159). 88. Теорема об изменении кинетической энергии (166). 89. Основные теоремы динамики в неинерциальной системе отсчета (171).

90. О теоремах динамики для движения относительно центра масс (174).

ГЛАВА VII. Динамика твердого тела

- § 1. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси 177
 91. Уравнение движения. Определение реакций (177). 92. Условия, при которых динамические реакции равны статическим (179). 93. Уравнение движения физического маятника (180). 94. Фазовая плоскость для уравнения движения маятника (180). 95. Некоторые сведения из теории эллиптических интегралов и эллиптических функций Якоби (184). 96. Интегрирование уравнения движения маятника (186).
- § 2. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки 188
 97. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера (188). 98. Первые интегралы (190). 99. Стационарные вращения твердого тела в случае Эйлера (190). 100. Движение динамически симметричного тела в случае Эйлера. Регулярная прецессия (191). 101. Геометрическая интерпретация Пуансо (193). 102. Интегрирование уравнений Эйлера (195). 103. О герполодиях (201). 104. Определение ориентации твердого тела в абсолютном пространстве для движения Эйлера—Пуансо (202). 105. Уравнения движения тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки и их первые интегралы (203). 106. Основная формула гироскопии (206). 107. Об элементарной теории гироскопа (210).
- § 3. Движение свободного твердого тела 214
 108. Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела (214). 109. Плоское движение тела (218).
- § 4. Движение тяжелого твердого тела, опирающегося на горизонтальную плоскость 222
 110. Общие сведения. Понятие о трении (222). 111. Волчок на абсолютно гладкой плоскости (223). 112. Влияние трения на движение волчка (226). 113. Движение однородного шара по плоскости при наличии трения (227). 114. Об уравнениях движения тяжелого тела произвольной выпуклой формы (230).

ГЛАВА VIII. Элементы небесной механики

- § 1. Задача двух тел 234
 115. Уравнения движения (234). 116. Интеграл площадей. Второй закон Кеплера (235). 117. Интеграл энергии в задаче двух тел (237). 118. Интеграл Лапласа (237). 119. Уравнение орбиты. Первый закон Кеплера (238). 120. Зависимость характера орбиты от величины начальной скорости. Первая и вторая космические скорости (239). 121. Третий закон Кеплера (240). 122. Время

в кеплеровском движении. Уравнение Кеплера (241). 123. Кеплеровские элементы орбиты (243). 124. О задаче трех и более тел (244).

- § 2. Движение твердого тела в центральном ньютоновском гравитационном поле 245
 125. Главный вектор сил тяготения. Гравитационный момент (245). 126. Уравнения движения тела относительно центра масс (249). 127. Относительное равновесие твердого тела на круговой орбите (250). 128. Плоские движения (251).

ГЛАВА IX. Динамика системы переменного состава

- § 1. Основные понятия и теоремы 254
 129. Понятие о системе переменного состава (254). 130. Теорема об изменении количества движения (255). 131. Теорема об изменении кинетического момента (256).
 § 2. Движение материальной точки переменного состава . . . 257
 132. Дифференциальное уравнение движения (257). 133. Движение ракеты вне поля сил (259). 134. Вертикальное движение ракеты в однородном поле тяжести (260).
 § 3. Уравнения движения тела переменного состава 263
 135. Движение вокруг неподвижной точки (263). 136. Вращение вокруг неподвижной оси (265).

ГЛАВА X. Дифференциальные уравнения аналитической динамики

- § 1. Уравнения Лагранжа (второго рода) 267
 137. Общее уравнение динамики в обобщенных координатах (267). 138. Уравнения Лагранжа (269). 139. Анализ выражения для кинетической энергии (271). 140. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно обобщенных ускорений (273). 141. Уравнения Лагранжа в случае потенциальных сил. Функция Лагранжа (274). 142. Теорема об изменении полной механической энергии голономной системы (275). 143. Гироскопические силы (277). 144. Диссипативные силы. Функция Рэля (279). 145. Обобщенный потенциал (280). 146. О составлении уравнений Лагранжа для описания движения в неинерциальной системе отсчета (282). 147. Натуральные и ненатуральные системы (282).
 § 2. Канонические уравнения Гамильтона 283
 148. Преобразование Лежандра. Функция Гамильтона (283). 149. Уравнения Гамильтона (285). 150. Физический смысл функции Гамильтона (286). 151. Интеграл Якоби (287). 152. Уравнения Уиттекера и Якоби (289).
 § 3. Уравнения Рауса 293
 153. Функция Рауса (293). 154. Уравнения Рауса (294).

- § 4. Уравнения движения неголономных систем 295
 155. Уравнения движения с множителями связей (295). 156. Уравнения Воронца (298). 157. Уравнения Чаплыгина (301). 158. Уравнения Аппеля (306). 159. Вычисление энергии ускорений. Аналог теоремы Кенига (309). 160. Энергия ускорений твердого тела, движущегося вокруг неподвижной точки (310).

ГЛАВА XI. Интегрирование уравнений динамики

- § 1. Множитель Якоби 314
 161. Множитель системы уравнений. Дифференциальное уравнение для множителя (314). 162. Инвариантность множителя. Последний множитель Якоби (318). 163. Приложение теории множителя к каноническим уравнениям (324).
- § 2. Системы с циклическими координатами 326
 164. Циклические координаты (326). 165. Понижение порядка системы дифференциальных уравнений движения при помощи уравнений Рауса (327).
- § 3. Скобки Пуассона и первые интегралы 334
 166. Скобка Пуассона (334). 167. Теорема Якоби–Пуассона (335).
- § 4. Канонические преобразования 337
 168. Понятие канонического преобразования (337). 169. Критерии каноничности преобразования (340). 170. Ковариантность уравнений Гамильтона при канонических преобразованиях (343). 171. Канонические преобразования и процесс движения (347). 172. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема (348). 173. Свободное каноническое преобразование и его производящая функция (348). 174. О других типах производящих функций (352).
- § 5. Метод Якоби интегрирования уравнений движения 358
 175. Уравнение Гамильтона–Якоби (358). 176. Уравнение Гамильтона–Якоби для систем с циклическими координатами (360). 177. Уравнение Гамильтона–Якоби для консервативных и обобщенно консервативных систем (360). 178. Характеристическая функция Гамильтона (361). 179. Разделение переменных (363). 180. Теорема Лиувилля об интегрируемости гамильтоновой системы в квадратурах (367).
- § 6. Переменные действие–угол 371
 181. Случай одной степени свободы (371). 182. Переменные действие–угол в задаче о движении маятника (375). 183. О переменных действие–угол для системы с n степенями свободы (379). 184. Переменные действие–угол в задаче двух тел (381). 185. Элементы Делонэ (385).
- § 7. Канонические преобразования в теории возмущений . . . 388
 186. Предварительные замечания (388). 187. Вариация постоян-

ных в задачах механики (388). 188. Классическая теория возмущений (392). 189. О линейных гамильтоновых системах дифференциальных уравнений (394). 190. Преобразование Биркгофа. Приближенное интегрирование гамильтоновой системы уравнений вблизи положения равновесия (398).

ГЛАВА XII. Теория импульсивных движений

- § 1. Основные понятия и аксиомы 406
 191. Ударные силы и импульсы (406). 192. Аксиомы (407).
 193. Главный вектор и главный момент ударных импульсов (407). 194. Задачи теории импульсивного движения (408).
- § 2. Теоремы об изменении основных динамических величин при импульсивном движении 409
 195. Теорема об изменении количества движения (409). 196. Теорема об изменении кинетического момента (410). 197. Теорема об изменении кинетической энергии (412).
- § 3. Импульсивное движение твердого тела 413
 198. Удар по свободному твердому телу (413). 199. Удар по телу с одной неподвижной точкой (416). 200. Удар по телу с неподвижной осью (419).
- § 4. Соударение твердых тел 423
 201. Коэффициент восстановления (423). 202. Общая задача о соударении двух абсолютно гладких тел (427). 203. Изменение кинетической энергии при соударении абсолютно гладких тел (431). 204. Прямой центральный удар двух абсолютно гладких тел (431).
- § 5. Дифференциальные вариационные принципы механики в теории импульсивных движений 435
 205. Общее уравнение динамики (435). 206. Принцип Журдена (438). 207. Принцип Гаусса (440).
- § 6. Теоремы Карно 444
 208. Первая теорема Карно (444). 209. Вторая теорема Карно (446). 210. Кинетическая энергия потерянных скоростей в случае твердого тела (447). 211. Третья и обобщенная теоремы Карно (450).
- § 7. Теоремы Делонэ–Бертрана и Томсона 451
 212. Теорема Делонэ–Бертрана (451). 213. Теорема Томсона (454).
- § 8. Уравнения Лагранжа второго рода для импульсивных движений 458
 214. Обобщенные ударные импульсы (458). 215. Уравнения Лагранжа (460). 216. Случай, когда ударные импульсы возникают только из-за наложения новых связей (462).

ГЛАВА XIII. Интегральные вариационные принципы механики

- § 1. Принцип Гамильтона–Остроградского 467
 217. Прямой и окольный пути голономной системы (467).
 218. Принцип Гамильтона–Остроградского (471). 219. Принцип Гамильтона–Остроградского для систем в потенциальном поле сил (473). 220. Экстремальное свойство действия по Гамильтону (476).
- § 2. Принцип Мопертюи–Лагранжа 482
 221. Изоэнергетическое варьирование (482). 222. Принцип Мопертюи–Лагранжа (483). 223. Принцип Якоби и геодезические линии в координатном пространстве (486).

ГЛАВА XIV. Малые колебания консервативной системы около положения равновесия

- § 1. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия 489
 224. Устойчивость равновесия (489). 225. Теорема Лагранжа (490). 226. Теоремы Ляпунова о неустойчивости положения равновесия консервативной системы (492). 227. Стационарные движения консервативной системы с циклическими координатами и их устойчивость (494).
- § 2. Малые колебания 499
 228. Линеаризация уравнений движения (499). 229. Главные координаты и главные колебания (502). 230. Колебания консервативной системы под влиянием внешних периодических сил (506).

ГЛАВА XV. Устойчивость движения

- § 1. Основные понятия и определения 514
 231. Уравнения возмущенного движения. Определение устойчивости (514). 232. Функции Ляпунова (515).
- § 2. Основные теоремы прямого метода Ляпунова 517
 233. Теорема Ляпунова об устойчивости движения (517).
 234. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости (522).
 235. Теоремы о неустойчивости (524).
- § 3. Устойчивость по первому приближению 527
 236. Постановка задачи (527). 237. Теорема об устойчивости по первому приближению (529). 238. Критерий Рауса–Гурвица (532).
- § 4. Влияние диссипативных и гироскопических сил на устойчивость равновесия консервативной системы 535
 239. Влияние гироскопических сил и диссипативных сил с полной диссипацией на устойчивое положение равновесия голоном-

ной системы (535). 240. Влияние гироскопических и диссипативных сил на неустойчивое равновесие (537).

§ 5. Об устойчивости гамильтоновых систем 543

241. Общие замечания (543). 242. Устойчивость линейных гамильтоновых систем с постоянными коэффициентами (544). 243. О линейных системах с периодическими коэффициентами (544). 244. Устойчивость линейных гамильтоновых систем с периодическими коэффициентами (547). 245. Алгоритм нормализации гамильтоновой системы линейных уравнений с периодическими коэффициентами (549). 246. Задача о параметрическом резонансе. Линейные гамильтоновы системы, содержащие малый параметр (550). 247. Нахождение областей параметрического резонанса (553). 248. Уравнение Матье (558).

Список литературы 561

Предметный указатель 562